Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

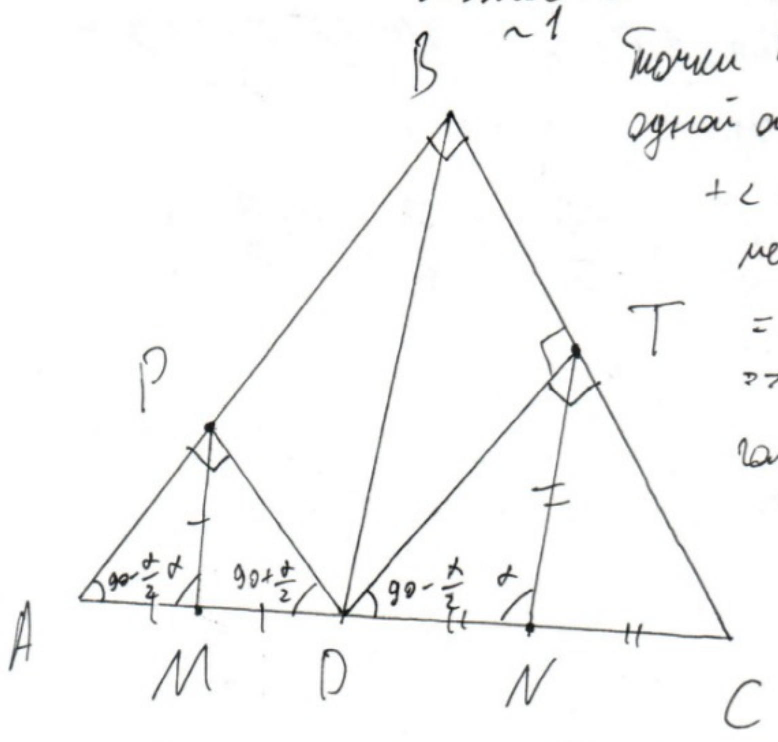
Шифр: **211007539**

ID профиля: **285659**

Вариант 10

Чистовик

№1



Точки B, T, D, P лежат на одной окружности $\Rightarrow \angle ABC + \angle PDT = 180°$; BD - диаметр $\Rightarrow \angle BPD = 90° = \angle BTD \Rightarrow \angle APD = 90°$; $\angle DTC = 90° \Rightarrow \triangle APD$ и $\triangle DTC$ - прямоугольные $\Rightarrow PM = AM = MD$; $TN = DN = NC$

Пусть $\angle PMA = \alpha$, тогда $\angle TND = \alpha$, ~~как со~~ т.к. $PM \parallel TN$

$\angle PAD = \angle APD = \cancel{\frac{90-\alpha}{2}}\ 90 - \frac{\alpha}{2}$

$\angle TDC = \angle DTN = 90 - \frac{\alpha}{2}$ | ~~$\Rightarrow \angle PDT = 180° - 90°$~~

$\angle MPD = \angle MDP = 90 + \frac{\alpha}{2}$ | $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB \parallel DT$, т.к. $\angle PAM = \angle TDN$, $\Rightarrow \angle ABC = 90°$, тогда $\angle PDT = 360° - 90° - 90° - 90° = 90° \Rightarrow PDTB$ - прямоугольник.

Пусть $\angle BAC = \beta$, тогда $\angle ACB = 90° - \beta$

$PM = 1 \Rightarrow AD = 2PM = 2$

$TN = 1{,}5 \Rightarrow DC = 2TN = 3$

$\Rightarrow$ из $\triangle APD$ и $\triangle DTC$:

$PD = 2\sin\beta$

$AP = 2\cos\beta$

$DT = 3\cos\beta$

$TC = 3\sin\beta$

$BT = PD \Rightarrow$ из $\triangle BDT$:

$BD^2 = BT^2 + DT^2 \Rightarrow 5 = 4\sin^2\beta + 9\cos^2\beta$

$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Rightarrow 4 + 5\cos^2\beta = 5$

$\cos\beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$; ~~cos~~ $\sin\beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$S_{ABC} = S_{PDTB} + S_{APD} + S_{DTC} = 3\cos\beta \cdot 2\sin\beta +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot 2\sin\beta \cdot 2\cos\beta + \frac{1}{2}\, 3\sin\beta \cdot 3\cos\beta$$

$$S_{ABC} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{4\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{4\sqrt{5}}{5} + \frac{3\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{12}{5} + \frac{4}{5} + \frac{9}{5} =$$

$$= \frac{25}{5} = 5$$

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$; $S_{ABC} = 5$.

Чистовик

№2

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$

$21+4x-x^2=(x+3)(7-x)$

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}$

$\sqrt{x+3}+4=\sqrt{7-x}\,(2\sqrt{x+3}+1)\quad|\cdot 2$

$2\sqrt{x+3}+1+7=2\sqrt{7-x}\,(2\sqrt{x+3}+1)$

Пусть $t=2\sqrt{x+3}+1$

$t+7=2\sqrt{7-x}\,t$

$$\begin{cases}\sqrt{7-x}=\dfrac{t+7}{2t}\\ \sqrt{x+3}=\dfrac{t-1}{2}\end{cases}$$

Заметим, что $(\sqrt{7-x})^2+(\sqrt{x+3})^2=10\ \Rightarrow$

$\Rightarrow\left(\dfrac{t+7}{2t}\right)^2+\left(\dfrac{t-1}{2}\right)^2=10$

$\dfrac{t^2+14t+49}{4t^2}+\dfrac{t^2-2t+1}{4}=10$

$t^2+14t+49+t^4-2t^3+t^2=40t^2$

$t^4-2t^3-38t^2+14t+49=0$

По схеме Горнера:

	1	−2	−38	14	49
		1	+3	−35	49
1	1	−3	−35	49	0

$\Rightarrow t_1=-1$

$t^3-3t^2-35t+49=0$

211007539 (U285659 M1276286)

Чистовик

	1	-3	-35	49
		-7	-28	49
-7	1	4	-7	0

$\Rightarrow t_2 = 7$

$$t^2 + 4t - 7 = 0$$

$$D = 16 + 28 = 44 \Rightarrow t_3 = \frac{-4 + 2\sqrt{11}}{2} = -2 + \sqrt{11}$$

$$t_4 = -2 - \sqrt{11}$$

1) $t = -1$

$$\frac{-1-1}{2} = \sqrt{x+3}$$

$-1 = \sqrt{x+3} \Rightarrow$ корней нет

2) $t = 7 \Rightarrow \frac{7+7}{14} = \sqrt{7-x} \Rightarrow 1 = \sqrt{7-x} \Rightarrow x = 6$

$\frac{7-1}{2} = \sqrt{x+3} \Rightarrow 3 = \sqrt{x+3} \Rightarrow x = 6$

$\Rightarrow x_1 = 6$

3) $t = -2 + \sqrt{11}$

$$\frac{-2+\sqrt{11}-1}{2} = \sqrt{x+3}$$

$$\frac{-3+\sqrt{11}}{2} = x+3$$

$$\frac{11+9-6\sqrt{11}}{4} = x+3$$

$$10 - 3\sqrt{11} = 2x+6$$

$$2x = 4 - 3\sqrt{11}$$

$$x_2 = 2 - 1{,}5\sqrt{11}$$

4) $t = -2 - \sqrt{11}$

$$\frac{-2-\sqrt{11}-1}{2} = \sqrt{x+3}$$

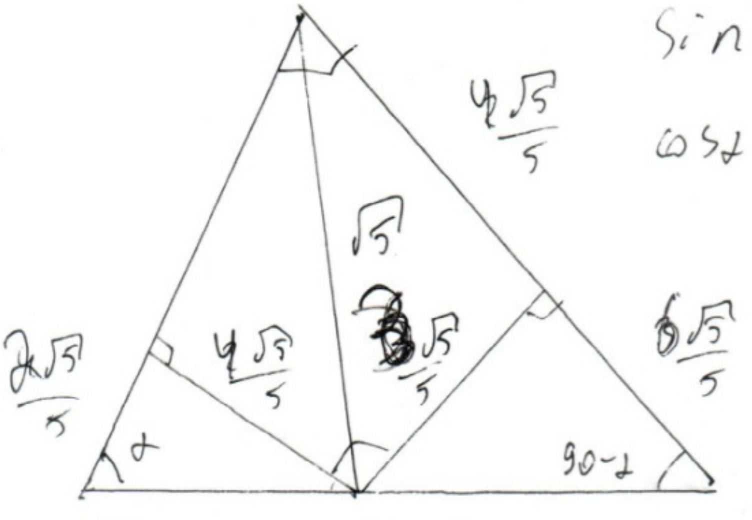
$$\frac{-3-\sqrt{11}}{2} = \sqrt{x+3}$$

Очевидно, что $-3-\sqrt{11} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x+3} < 0 \Rightarrow$ корней нет.

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = 2 - 1{,}5\sqrt{11} \end{array}\right.$.

211007539 (U285659 M1276286)



$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\frac{16\cdot\cancel{5}}{5\cancel{25}} + \frac{9\cdot\cancel{5}}{5\cancel{25}} = 5$

$\checkmark$

$\frac{4\cdot\cancel{5}}{5\cancel{25}} + \frac{36\cdot\cancel{5}}{5\cancel{25}} = 5$

$4\sin^2\alpha + 9\cos^2\alpha = 5$

$4 + 5\cos^2\alpha = 5$

$5\cos^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{5}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

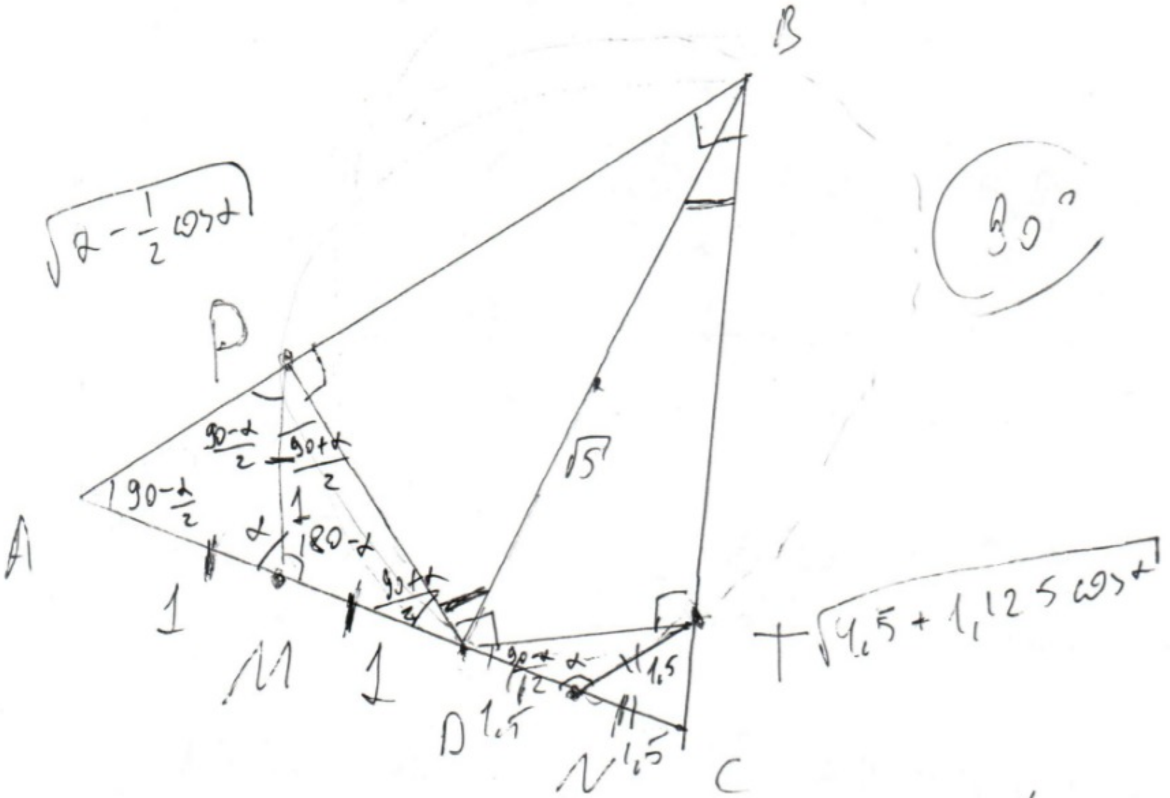
$S_0 = S_0 + S_{a1} + S_{a2}$

$S_0 = \frac{3\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{4\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{4\sqrt{5}}{5} +$

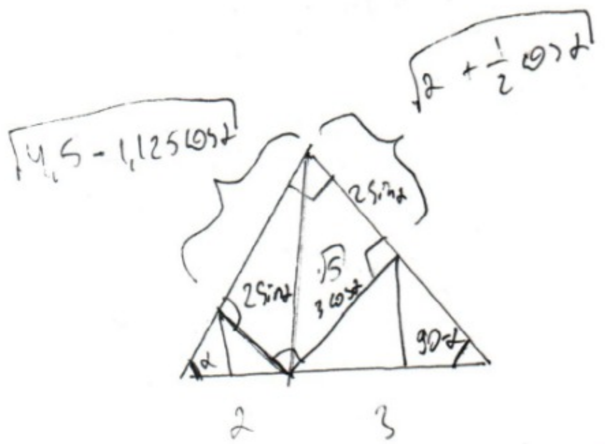
$+ \frac{3\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{12}{5} + \frac{4}{5} + \frac{9}{5} =$

$= \frac{25}{5} = 5$

211007539 (U285659 M1276286)



$$180 - \frac{90+\alpha}{2} - \frac{90-\alpha}{2} = 180 - 45 - \frac{\alpha}{2} - 45 + \frac{\alpha}{2} = 90°$$



$$2+\frac{1}{2}\cos\alpha + 4,5 - 1,125\cos\alpha = 5$$

$$6,5 + \cos\alpha(0,5 - 1,125) = 5$$

$$6,5 - 0,625\cos\alpha = 5$$

$$\cos\alpha = \frac{1,5}{0,625}$$

$$\cos\alpha =$$

$$1+1+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \cos(\cancel{180-\alpha}\ \alpha) + 2,25 + 2,25 - \frac{1}{2}\cdot 2,25\cos\alpha = 5$$

$$6,5 - \cos\alpha\left(1,125 - \frac{1}{2}\right)$$

$$(2\sin\alpha)^2 + (3\cos\alpha)^2 = 5$$

$$4\sin^2\alpha + 9\cos^2\alpha = 5$$

$$1 + 5\cos^2\alpha = 5$$

$$5\cos^2\alpha = 4$$

$$\cos^2\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin^2\alpha + \frac{4}{5} = 1$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{5}$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

211007539 (U285659 M1276286)

$\frac{-1-1}{2} = \sqrt{x+3}$ $\qquad$ $\frac{-1+7}{-2} = \sqrt{7-x}$

$-1 = \sqrt{x+3}$ $\qquad$ $-3 = \sqrt{7-x}$

$\frac{7+7}{14} = \sqrt{7-x}$ $\qquad$ $\frac{7-1}{2} = \sqrt{x+3}$

$1 = \sqrt{7-x}$ $\qquad$ $3 = \sqrt{x+3}$

$x = 6$

$\frac{-2+\sqrt{11}+7}{-4+2\sqrt{11}} = \sqrt{7-x}$ $\qquad$ $\frac{-2+\sqrt{11}-1}{2} = \sqrt{x+3}$

$\frac{5+\sqrt{11}}{2\sqrt{11}-4} = \sqrt{7-x}$ $\qquad$ $\frac{-3+\sqrt{11}}{2} = \sqrt{x+3}$

$\frac{(5+\sqrt{11})(\sqrt{11}+2)}{2\cdot 7} = \sqrt{7-x}$ $\qquad$ $\frac{11+9-6\sqrt{11}}{4} = x+3$

$\frac{5\sqrt{11}+11+10+2\sqrt{11}}{14} = \sqrt{7-x}$ $\qquad$ $\frac{20-6\sqrt{11}}{4} = x+3$

$\frac{7\sqrt{11}+21}{14} = \sqrt{7-x}$ $\qquad$ $10-3\sqrt{11} = 2x+6$

$\frac{\sqrt{11}+3}{2} = \sqrt{7-x}$ $\qquad$ $2x = 4-3\sqrt{11} \Rightarrow x = 2-\frac{3}{2}\sqrt{11}$

$\frac{11+9+6\sqrt{11}}{4} = 7-x$ $\qquad$ $14x = 10+3\sqrt{11} \Rightarrow 2x = 4-3\sqrt{11} \Rightarrow x = 2-\frac{3}{2}\sqrt{11}$

211007539 (U285659 M1276286)

$$\frac{-2-\sqrt{11}+2}{\cancel{2t}} = \sqrt{7-x}$$

$-4-2\sqrt{11}$

$$\frac{-2-\sqrt{11}-1}{2} = \sqrt{x+3}$$

$$\frac{(5-\cancel{-2-\sqrt{11}})(\sqrt{11}-2)}{-2(\sqrt{11}+2)(\sqrt{11}-2)} = \sqrt{7-x}$$

$$\frac{-3-\sqrt{11}}{2}$$

Заметим, что $\sqrt{11} \geq 0$

211007539 (U285659 M1276286)

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$$

$-x^2+4x+21=0$ $\qquad$ $-x^2+4x+21=(x+3)(7-x)$

$x^2-4x-21=0$

$D = 16+84=100$

$x_1 = \frac{4-10}{2} = -3$

$x_2 = \frac{4+10}{2} = 7$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$$

$(\sqrt{x+3}+4)^2 = (2\sqrt{(x+3)(7-x)} + \sqrt{7-x})^2$

$\cancel{x+3+16+8\sqrt{x+3} = 4(x+3)(7-x)+7-x+4\sqrt{x+3}(7-x)}$

$x+3+7-x-2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x} = 2(21-4x-x^2)+16-16\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}$

$14\sqrt{x+3}\sqrt{7-x} = 42-8x-2x^2+16-10$

$14\sqrt{x+3}\sqrt{7-x} = -2x^2-8x+48$

$7\sqrt{x+3}\sqrt{7-x} = -x^2-4x+24$

$49(x+3)(7-x) =$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = \sqrt{x+3}\sqrt{7-x} + \sqrt{x+3}\sqrt{7-x}$

$4 = \sqrt{x+3}(\sqrt{7-x}-1) + \sqrt{7-x}(\sqrt{x+3}+1)$

$16 = (x+3)(7-x+1-2\sqrt{7-x}) + (7-x)(x+3+1+2\sqrt{x+3})$

$y-x+4=2xy$ $\qquad$ $2xy+x-y+4=0$

$y = \frac{x+4}{1-2x}$

211007539 (U285659 M1276286)

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 42 \\ \hline 42 \\ +14 \\ \hline 162 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13 \\ \times 49 \\ \hline 117 \\ +52 \\ \hline 637 \end{array}$$

$x+3+16+8\sqrt{x+3} = (7-x)^2 (2\sqrt{x+3}+1)^2$

$x+19+8\sqrt{x+3} = (49+x^2-14x)(4x+12+1+4\sqrt{x+3})$

$x+19 = (49+x^2-14x)(4x+13) + 4\sqrt{x+3}(x^2-14x+47)$

$x+19 = 196x+4x^3-56x^2+637+13x^2-162x+4\sqrt{x+3}(x^2-14x+49)$

$-4x^3+43x^2$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ +48 \\ \hline 576 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1029 \\ -576 \\ \hline 453 \end{array}$$

$7\sqrt{x+3}\sqrt{7-x} = -x^2-4x+24$

$49(x+3)(7-x) = (24-x^2-4x)(24-x^2-4x)$

$-49x^2+49\cdot 21+49\cdot 4x = 576-24x^2-96x-24x^2+x^4+4x^3-96x+$

$+4x^3+16x^2$

$\cancel{+1029x}$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 21 \\ \hline 49 \\ +98 \\ \hline 1029 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ \times 4 \\ \hline 196 \end{array}$$

$-49x^2+1029+196x = 576-32x^2+8x^3+x^4-192x$

$x^4+8x^3+17x^2-388x-453=0$

$$\begin{array}{r|l} -388 & 8 \\ 32 & 4 \\ \hline 68 & \end{array}$$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}$

$u = x+3 \qquad u+v = 10$

$v = 7-x \qquad uv = 21+4x-x^2$

$\sqrt{u} - \sqrt{v} + 4 = 2\sqrt{u}\sqrt{v}$

211007539 (U285659 M1276286)

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}$$

$$\sqrt{x+3} + 4 = \sqrt{7-x}\left(2\sqrt{x+3}+1\right) \qquad t = 2\sqrt{x+3}+1$$

$$2\sqrt{x+3}+1+7 = 2\sqrt{7-x}\left(2\sqrt{x+3}+1\right)$$

$$t+7 = 2\sqrt{7-x}\cdot t \qquad \frac{t-1}{2} = \sqrt{x+3}$$

$$1+\frac{7}{t} = 2\sqrt{7-x} \qquad \frac{1}{2}+\frac{7}{2t} = \sqrt{7-x}$$

$$t^2+14t+49 = 4(7-x)\cdot t$$

$$\frac{t+7}{2t} = \sqrt{7-x}$$

$$\frac{t-1}{2} - \frac{t+7}{2t} + 4 = \cancel{2}\,\frac{(t-1)(t+7)}{2\cdot\cancel{2}t}$$

$$\frac{t^2-t-t-7}{2t} + 4 = \frac{t^2-t+7t-7}{2t}$$

$$\cancel{t^2} - \cancel{2t} - 7 + 8t = \cancel{2t^2} - \cancel{2t} + 14t - 14$$

$$8t-7 = t^2+14t-14$$

$$t^2+6t-7=0$$

$$(t+7)(t-1)=0$$

$$t_1=-7 \qquad t=-7 \Rightarrow 7-x=0 \Rightarrow x=7$$

$$t_2=1 \qquad \sqrt{x+3}=-4 \quad x\notin\mathbb{R}$$

211007539 (U285659 M1276286)

$\cancel{t^2} - 2t \cancel{-7} + 8t = \cancel{t^2} + 6t \cancel{-7}$

$\frac{t+7}{2t} = \sqrt{7-x}$ $\qquad \frac{t-1}{2} = \sqrt{x+3}$

$\frac{(t+7)^2}{4t^2} + \frac{(t-1)^2}{4} = 10$

$\frac{t^2+14t+49}{4t^2} + \frac{t^2-2t+1}{4} = 10$

$t^2 + 14t + 49 + t^4 - 2t^3 + t^2 = 40t^2$

$t^4 - 2t^3 - 38t^2 + 14t + 49 = 0$

	1	-2	-38	14	49
		1	-3	-35	49
1	1	-3	-35	49	0

$t_1 = 1$

$t^3 - 3t^2 - 35t + 49 = 0$

	1	-3	-35	49
		1	-4	
1	1	-4		
			-35	49
	1	-3		
		7	-70	
7	1	-10		
	1	-3	-35	49
		-1	2	
-1	1	-2		

	1	-3	-35	49
		-7	-28	49
-7	1	4	-7	0

$t_2 = 7$ $\quad t^2 + 4t - 7 = 0$

$\cancel{t =} D = 16 + 28 = 44$

$t_3 = \frac{-4 + 2\sqrt{11}}{2} = -2 + \sqrt{11}$

$t_4 = -2 - \sqrt{11}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007539**

ID профиля: **285659**

Вариант 10

Чистовик

№41

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} x^2+y^2 = a \\ x^2y^2 = b \end{matrix}\right| \Rightarrow a^2 = x^4+y^4+2b$$

$$\begin{cases} \frac{6}{a} + b = 10 \quad | \cdot 5 \\ a^2+5b = 81 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} \frac{30}{a} + 5b = 50 \\ a^2+5b = 81 \end{cases}\right| \Rightarrow a^2 - \frac{30}{a} = 31$$

$$a^3 - 31a - 30 = 0, a \neq 0$$

По схеме Горнера:

	1	0	−31	−30
		5	−25	−30
5	1	−5	−6	0

$\Rightarrow a_1 = -5$

$a^2 - 5a - 6 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_2 = 6$

$a_3 = -1$

$$b_1 = \frac{81-25}{5} = \frac{56}{5} = 11,2$$

$$b_2 = \frac{81-36}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

$$b_3 = \frac{81-1}{5} = 16$$

$a = x^2+y^2 \Rightarrow a \geq 0 \Rightarrow$ т.к. $\left[\begin{matrix} a = -5 \\ a = 6 \\ a = -1 \end{matrix}\right.$, $a = 6 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{cases} x^2+y^2 = 6 \\ x^2y^2 = 9 \end{cases}\right| \Rightarrow x^2 = 6 - y^2 \Rightarrow (6-y^2)y^2 = 9$$

$$6y^2 - y^4 = 9$$

211007539 (U285659 M1276287)

Чистовик

$$y^4 - 6y^2 + 9 = 0 \Rightarrow (y^2 - 3)^2 = 0$$

$$y^2 = 3 \Rightarrow y_1 = \sqrt{3}$$

$$y_2 = -\sqrt{3}$$

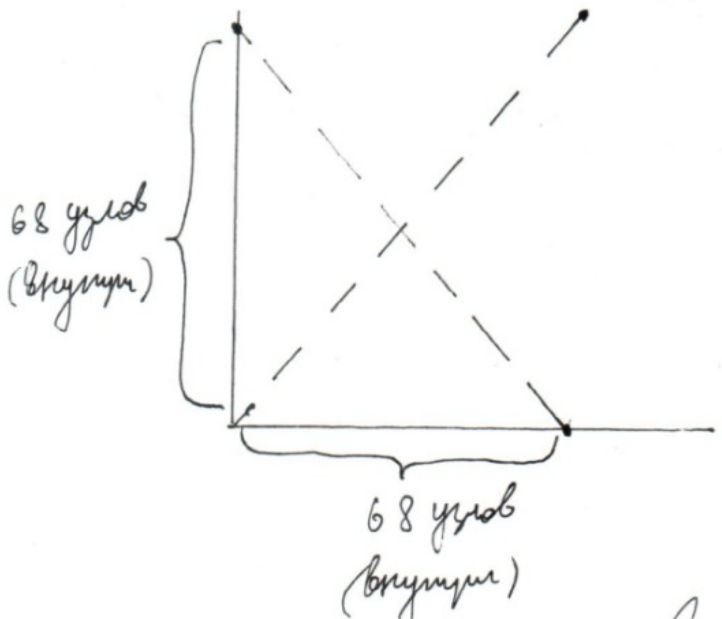
$$x^2 = 6 - y^2 = 6 - 3 = 3 \Rightarrow x_1 = \sqrt{3}$$

$$x_2 = -\sqrt{3}$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$

Чистовик

№2



длина стороны квадрата 69 => => узлов сетки на одной из сторон 69+1 = 70. Квадрат состоит из четного числа узлов => прямые $y=x$ и $y=69-x$ пересекутся не в узле сетки.

~~это~~ $A(x_1;y_1)$

$B(x_2;y_2)$

Выберем точку A, лежащую на одной из прямых $y=x$ или $y=69-x$

Кол-во способов: $68 \cdot 2$

Заметим, что если $x_1 = l \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = l \Rightarrow \begin{cases} x_2 \neq l \\ y_2 \neq l \end{cases} \\ y_1 = 69-l \Rightarrow \begin{cases} x_2 \neq l \\ y_2 \neq 69-l \end{cases} \end{array}\right.$

То есть способов выбрать координату x_2 — 67, координату y_2 — также 67, т.к. точки не должны лежать на одной из прямых, параллельных осям координат.

Тогда имеем: всего способов: $68 \cdot 2 \cdot 67 \cdot 67$

Но, то же самое мы могли сделать выбирая сначала координату точки B => мы дважды посчитали каждое возможное расположение, т.к. точки одинаковы и случаи перемены их местами

211007539 (U285659 M1276287)

Учитовине

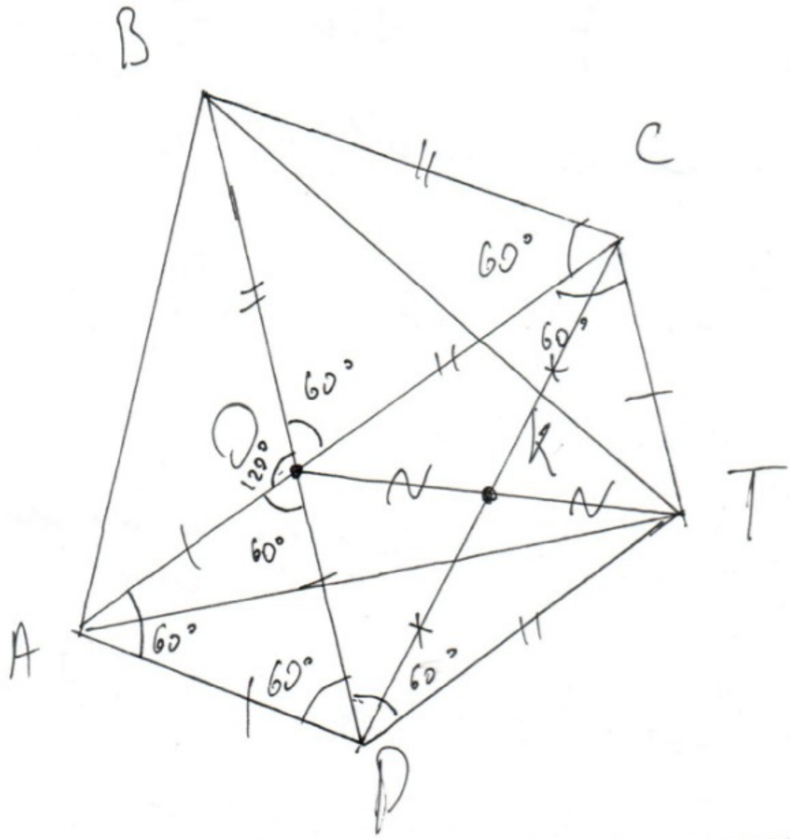
не считаются различными =>

=> всего способов: $68 \cdot 67^2 = 305252$

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times\ 67 \\ \hline 469 \\ 402 \\ \hline 4489 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4489 \\ \times\ 68 \\ \hline 35912 \\ +\ 26934 \\ \hline 305252 \end{array}$$

Ответ: 305252 способа.

№3 Чистовик



а)□ T симметрична O относительно середины CD =>
=> OK = KT; CK = KD => OCTD - параллелограмм =>
=> OC = DT; OD = CT; ~~=> A~~ AC ∥ DC; BD ∥ CT =>
=> BOTC — равнобедренная трапеция => ∠TDB = ∠CBD =
= 60°; ACTD - равнобедренная трапеция => ∠ACT =
= ∠CAD = 60°
△AOB = △ADC = △BCT (по двум сторонам и углу между ними) => AB = BT = AT => ABT - правильный треугольник ■

б) BC = BO = OC = DT = 2
AD = AO = OD = CT = 7
Пусть $S_{OCT} = S_1$ ~~= S~~
$S_{OCT} = S_{ODT}$ (т.к. △OCT = △ODT по трем сторонам)
Рассмотрим △BDT: треугольники BOT и DOT имеют равные высоты из вершины T => их площади относятся как отрезки BO и OD

чистовик

$$\frac{S_{BOT}}{S_{ODT}} = \frac{BO}{OD} = \frac{2}{7} \Rightarrow S_{BOT} = \frac{2}{7} \cdot S_1$$

Аналогично для треугольников AOT и OCT:

$$\frac{S_{AOT}}{S_{OCT}} = \frac{AO}{OC} = \frac{7}{2} \Rightarrow S_{AOT} = \frac{7}{2} \cdot S_1$$

Пусть $S_{AOB} = S_2$

$S_{AOB} = S_{COD}$ (т.к. $\triangle AOB = \triangle COD$ по 2-м сторонам и углу между ними) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{ABT} = S_{AOB} + S_{BOT} + S_{AOT} = S_2 + \frac{2}{7} S_1 + \frac{7}{2} S_1$$

$$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{COD} + S_{BOC} + S_{AOD} = 2 S_2 + S_{BOC} + S_{AOD}$$

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ = \frac{7\sqrt{3}}{2} \\ S_2 &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 \cdot \sin 120^\circ = \frac{7\sqrt{3}}{2} \end{aligned}\right| \Rightarrow S_1 = S_2$$

$$S_{ABT} = \left(1 + \frac{2}{7} + \frac{7}{2}\right) S_1 = \frac{14+4+49}{14} \cdot \frac{7\sqrt{3}}{2} = \frac{67\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{ABCD} = 7\sqrt{3} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ = 7\sqrt{3} + \sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4} =$$

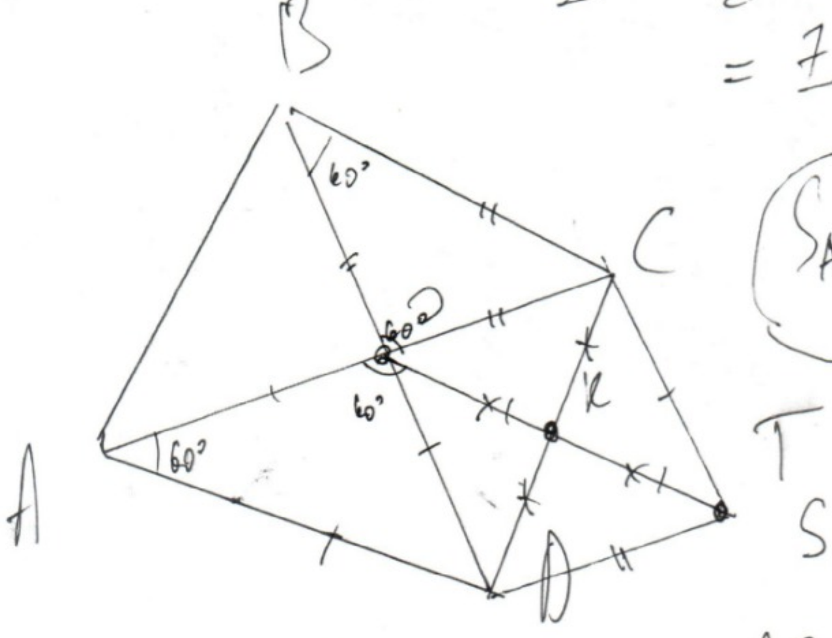
$$= \frac{28+4+49}{4}\sqrt{3} = \frac{81}{4}\sqrt{3}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{67\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{81\sqrt{3}} = \frac{67}{81}$$

Ответ: $\frac{67}{81}$.

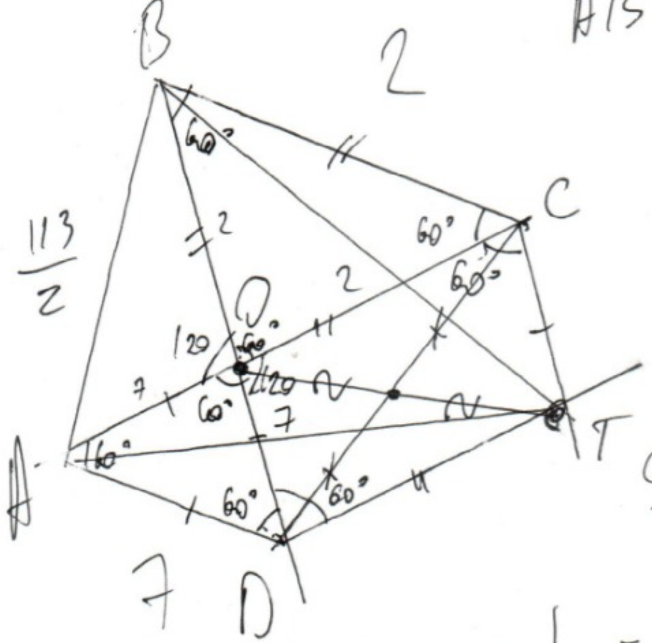
$$S_1 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 7\cdot \sin 120^\circ = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{S_{ABT} = \frac{67\sqrt{3}}{4}}$$



$$S_{ABCD} = 2S_1 + S_{BOC} + S_{AOD}$$

$AB = BT = AT$ из равенства Δ-х



$$\frac{S_{BOT}}{S_{OTD}} = \frac{2}{7}$$

$$S_{OTD} = S_1 \Rightarrow$$

$$x^2 = 4+49+7\cdot\cos 60^\circ = 53 + 7\cdot\frac{1}{2} = 53+3,5 = 56,5$$

$$S_{AOB} = S_1$$

$$\Rightarrow S_{BOT} = \frac{2}{7}S_1$$

$$\frac{S_{AOT}}{S_{OTC}} = \frac{7}{2} \Rightarrow S_{AOT} = \frac{7}{2}S_1$$

$$S_{ABT} = \left(\frac{2}{7}+\frac{7}{2}+1\right)S_1 = \frac{4+49+14}{14}S_1 = \frac{67}{14}S_1.$$

$$S_{ABCD} = 2S_1 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot \sin 60^\circ + \frac{1}{2}\cdot 49 \sin 60^\circ =$$

$$= 7\sqrt{3} + \sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4} = \frac{28+4+49}{4}\sqrt{3} =$$

$$= \frac{81}{4}\sqrt{3}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{67\sqrt{3}}{81\sqrt{3}} = \frac{67}{81}$$

$a_1=-5 \Rightarrow b_1=\frac{81-25}{5}=\frac{56}{5}=11,2$

$a_2=6 \Rightarrow b_2=\frac{81-36}{5}=\frac{45}{5}=9$

$a_3=-1 \Rightarrow b_3=\frac{81-1}{5}=16$

$b=10-\frac{6}{-5}=10+1,2=11,2$

$b=10-\frac{6}{6}=9$

$b=10-\frac{6}{-1}=16$

$x^2+y^2=-5$ ——

$\begin{cases} x^2+y^2=6 \\ x^2y^2=9 \end{cases}$

$x^2=6-y^2 \Rightarrow (6-y^2)y^2=9$

$6y^2-y^4=9 \Rightarrow y^4-6y^2+9=0$

$(y^2-3)^2=0 \Rightarrow y^2=3 \Rightarrow y=\pm\sqrt{3}$

$x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \pm\sqrt{3} \\ \pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$x+y = k$

$xy = l$

$k^2 = x^2+y^2+2xy$

$k^2 - 2l = x^2+y^2$

$x^2+y^2 = a$

$x^2y^2 = b$

$a^2 = x^4+y^4+2b$

$$\begin{cases} \dfrac{6}{a} + b = 10 \quad \Big| \cdot 5 \\ a^2 + 5b = 81 \end{cases}$$

$\dfrac{30}{a} + 5b = 50$

$a^2 + 5b = 81$

$\Rightarrow a^2 - \dfrac{30}{a} = 31$

$a^3 - 31a - 30 = 0$

$\cancel{\dfrac{x^4}{y^4} + 1 + 7\dfrac{x^2}{y^2} - 81\dfrac{1}{y^4} = 0}$

	1	0	-31	-30
		5	-25	-30
5	1	-5	-6	0

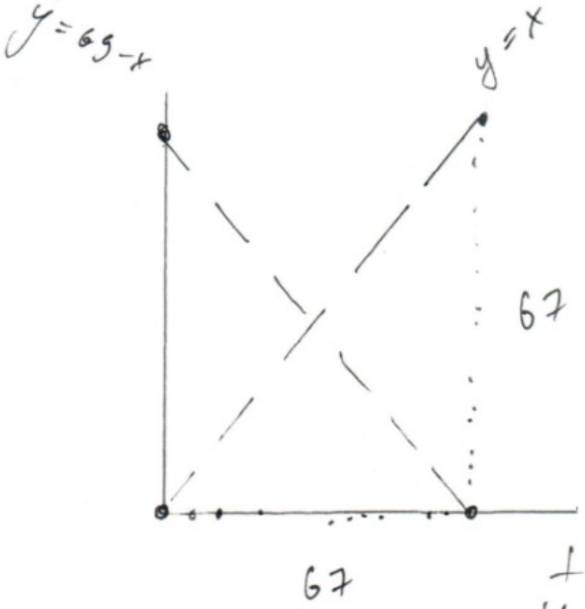
$\cancel{(a-6)(a+1)=}$

$a_1 = -5$

$a^2 - 5a - 6 = 0$

$a_2 = +6$

$a_3 = -1$



$A(x_1; y_1)$

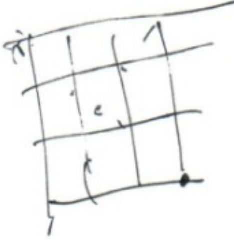
$B(x_2; y_2)$

$$67 \cdot 67 = 4489$$

$$4 \ 6 \ 9 + 4 \ 0 \ 2 = 4489$$

4489 – всего узлов

$$x_1 = l \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = l \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_2 \neq l \\ y_2 \neq l \end{array}\right. \\ y_1 = 69 - l \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_2 \neq l \\ y_2 \neq 69 - l \end{array}\right. \end{array}\right.$$



$$66 \cdot 66 = 4356$$

$$396 + 396 = 4296$$

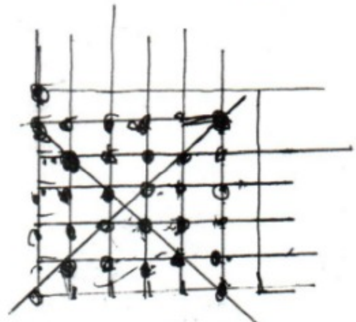
$\cancel{4489 \cdot 2}$

$$\frac{\boxed{68} \cdot \boxed{2} \cdot 67 \cdot 67}{2} = 67 \cdot 66 \cdot 66 = \cancel{287832}$$

$$4296 \cdot 67 = 30072 + 25776 = 287832$$

$$\frac{(x-1) \cdot 2 (x-2)^2}{2}$$

$$4489 \cdot 68 = 35912 + 26934 = 305252$$



$$\frac{3 \cdot 2 \cdot 4}{2} = 12$$

$$\frac{4 \cdot 2 \cdot 3^2}{2} = 36$$

305252

211007539 (U285659 M1276287)