

Часть 1

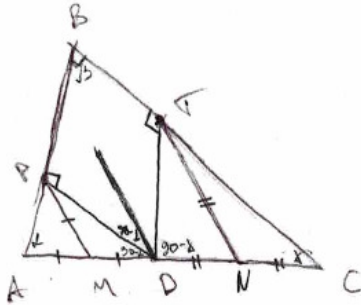
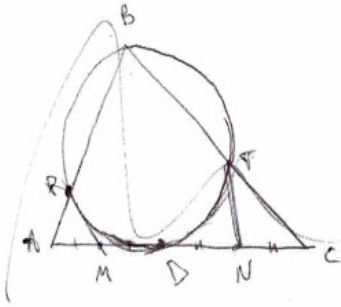
Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007452**

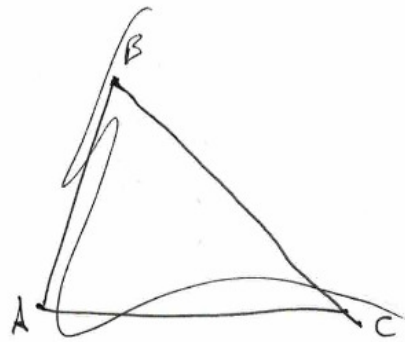
ID профиля: **857630**

Вариант 10

Черновик.



BTDP - впис.
BD - диаметр



~~$180 - \beta = 180 - (90 - \alpha) - (90 - \alpha)$~~

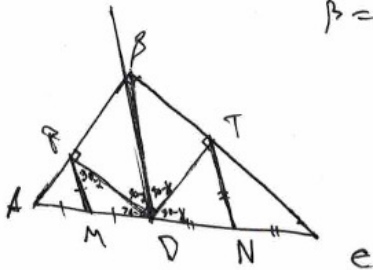
$180 - \beta - (90 - \alpha) = 90 - \beta + \alpha$

$90 - \alpha = 90 - \beta + \alpha$

$\alpha = \beta - \alpha$

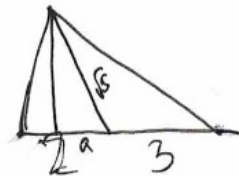
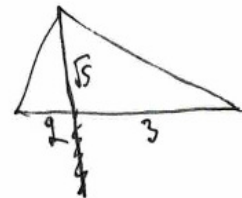
$\beta = \alpha + \alpha$

$\beta = 90^\circ$



$AC = 5$

~~QSA~~



$(2-a)(3-a) + a^2 = 5$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$$

~~ОДЗ~~ ОДЗ:
$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \\ 21+4x-x^2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 7 \\ (x+3)(7-x) \geq 0 \end{cases}$$

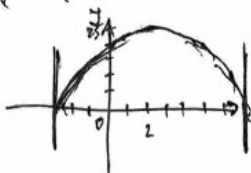
$$\sqrt{x+3} = a \quad \sqrt{7-x} = b$$

$$-a - b + 4 = 2ab$$

$$(a-1)(b+1)$$

$$(a+1)(1-b) + 3 - ab = 0$$

$$(x+3)(7-x) = -x^2 + 4x + 21$$



$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2(\sqrt{(x+3)(7-x)} - 2) \quad |^{\wedge} 2$$

$$x+3 + 7-x - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} = 4((x+3)(7-x) + 4 - 4\sqrt{(x+3)(7-x)})$$

$$10 - 2\sqrt{} = 4(x+3)(7-x) + 16 - 16\sqrt{}$$

$$4(x+3)(7-x) + 6 - 14\sqrt{(x+3)(7-x)} = 0$$

$$\sqrt{(x+3)(7-x)} = t$$

$$4t^2 - 14t + 6 = 0$$

$$t^2 - 3,5t + 1,5 = 0$$

$$D = 12,25 - 9 = 3,25$$

$$t = \frac{3,5 \pm 1,8}{2} = 3 \text{ or } 0,5$$

$$\sqrt{} = 3$$

$$\sqrt{} = 0,5$$

$$-x^2 + 4x + 21 = 9$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$D = 16 + 48 = 64$$

$$x = \frac{4 \pm 8}{2} = 6 \text{ or } -2$$

$$-x^2 + 4x + 21 = 0,25$$

$$x^2 - 4x - 20,75 = 0$$

$$D = 16 + 83 = 99$$

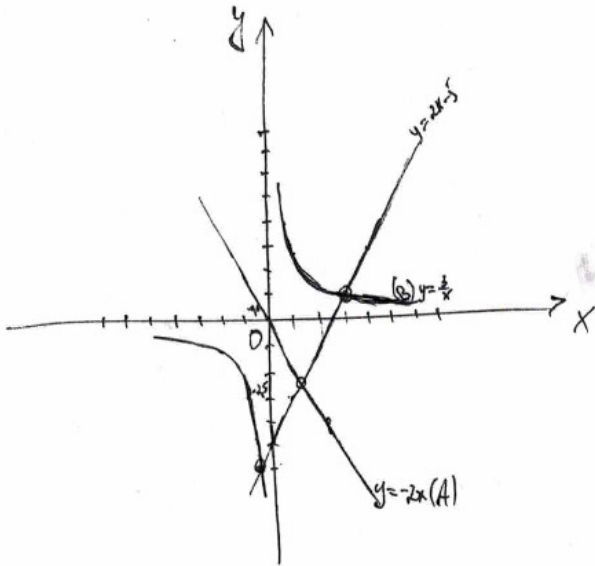
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{99}}{2}$$

$$\frac{20,75}{4} = 5,1875$$

$$2 + 1,5\sqrt{4}$$

$$\frac{2,25}{4} = 0,5625$$

$$\sqrt{11} \leq \frac{5}{1,5}$$



$$\frac{3}{x} = 2x - 5 \quad | \cdot x$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$x = \frac{5 \pm 7}{4} = \frac{12}{4} = 3$$



$$y = -2x$$

$$a = -2 \cdot \frac{3}{2}$$

$$-2x = 2x - 5$$

$$5 = 4x$$

$$x = 1,25$$

$$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$$

$$(x - 1,25)^2 + (y - 2a)^2 = \frac{1}{4}(3 - 2a)^2$$

$$y = 2x - 5$$

$$8x^2 + 4ax + 5a^2 =$$

$$\frac{2a^2 + 6a^2 + 5a^2}{2}$$

$$\frac{2a^2 - 4a^2 + 5a^2}{2}$$

$$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0 \quad a \neq 0$$

$$x_0 = \frac{2a^2}{2a} = a$$

$$y_0 = \frac{a^3 + 3}{a}$$

$$y = \frac{ax^2 - 2a^2x + a^3 + 3}{a} = x^2 - 2ax + a^2 + \frac{3}{a}$$

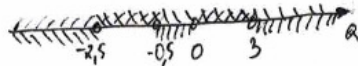
$$x_0 = \frac{2a}{2} = a$$

$$y_0 = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{3}{a} = \frac{3}{a}$$

$$B(a; \frac{3}{a})$$

интервал

$$y = \frac{3}{x}$$



$$a \in (-2,5; -0,5) \cup (0; 3)$$

$$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$$

$$y^2 - 4(x+a)y + 8x^2 + 12ax + 5a^2 = 0$$

$$D = 16x^2 + 32ax + 16a^2 - 32x^2 - 48ax - 20a^2 =$$

$$= -16x^2 - 16ax - 4a^2 = -4(2x+a)^2$$

$$= -(4x+2a)^2 \geq 0$$

↓

$$4x+2a=0$$

$$x = -\frac{a}{2}$$

$$y^2 - 6ay + 13a^2 = 0$$

$$D = 36a^2 - 52a^2$$

$$y^2 - 2ay + a^2 = 0$$

$$(y-a)^2 = 0$$

$$y = a$$

$$A(-\frac{a}{2}; a)$$

$$m. \quad y = -2x$$

интервал
 $a \in (-0,5; 0) \cup (3; +\infty)$

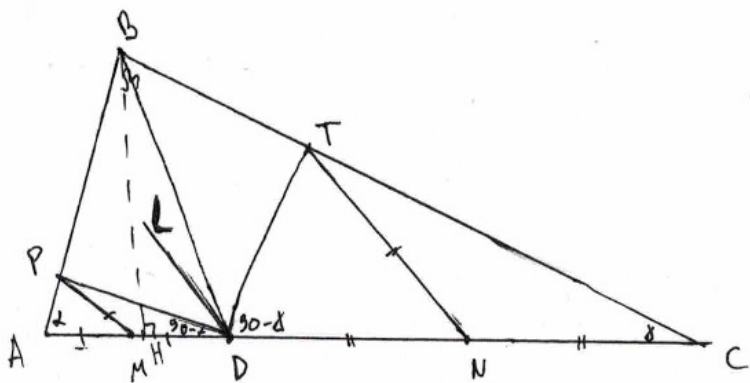
интервал
 $a \in (-\infty; -0,5) \cup (0; 3)$

211007452 (U857630 M1275002)

интервал
 $a \in (-\infty; -2,5)$

интервал
 $a \in (-2,5; +\infty)$

Задача 1.



Дано: $\triangle ABC$, $D \in AC$, окр. с diam. $BD \cap AB, BC = P, T$. M, N - серед. AD, DC .
 $PM \parallel TN$, $PM = 1$, $NT = 1,5$, $BD = \sqrt{5}$.

Найти: $\sphericalangle ABC$, $S_{\triangle ABC}$.

Решение:

- а) 1. $BTDP$ - впис. четырехугол по усл. BD - диаметр, любой угол, опир. на diam. $= 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle BTD = \sphericalangle BPD = 90^\circ$. Суммарно с ними $\sphericalangle DTC = \sphericalangle DPA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow \triangle DTC$ и $\triangle APD$ - прямоугол.
2. PM - мед. в прямоуг. \triangle из прямог. угла $\Rightarrow PM = AM = MD$. Аналогично $TN = DN = NC$. Тогда $AC = AD + DC = 1 + 1 + 1,5 + 1,5 = 5$.
- ~~3. Заметим, что $\triangle APD \sim \triangle DTC \sim \triangle ABC$~~
- ~~3. $PD \parallel BT$, т.к. соответ. углы равны ($\sphericalangle APD = \sphericalangle ABC$)~~
3. Проведем через T, D прямую $DL \parallel PM \parallel TN$.
4. $\sphericalangle MDP = \sphericalangle MPD$ (у основ. в равноб. \triangle) $= \sphericalangle PDL$ (накр. лем., сек. PD) $= 90^\circ - \alpha$ (сумма всех прямых углов в прямоуг. $\triangle = 90^\circ$), если $\sphericalangle BAC = \alpha$. Аналогично, если $\sphericalangle BCA = \gamma$, $\sphericalangle TDL = 90^\circ - \gamma$.
5. $BTDP$ - впис. $\Rightarrow \Sigma$ противоп. $\sphericalangle = 180^\circ$. Если $\sphericalangle B = \beta$, $\sphericalangle PDT = 180^\circ - \beta$.
6. $\sphericalangle PDT - \sphericalangle PDL = \sphericalangle TDL$
 $180^\circ - \beta - 90^\circ + \alpha = 90^\circ - \gamma$
 $\alpha + \gamma = \beta$ Еще $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ по Σ углов в $\triangle ABC$.
 $\alpha + \beta + \gamma = 2\beta$
 $180^\circ = 2\beta$
 $\beta = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle ABC = 90^\circ$.
7. Тогда $PBTD$ - прямоугольник, $PD \parallel BT$, $DT \parallel AB$, а $\triangle APD \sim \triangle ABC \sim \triangle DTC$ по 2-м углам.
- б) 8. Пусть BH - высота, $HD = a$ (если H левее D , $a > 0$, если H правее D , $a < 0$).
9. BHD - прямоуг. $\triangle \Rightarrow BH^2 + HD^2 = BD^2$. $BH^2 = AH \cdot HC$ (отрезки, на к-ые выс. делит гипотенузу!)
 $(2-a)/(3+a) + a^2 = (\sqrt{5})^2$ $\begin{matrix} 2-a & 3+a \end{matrix}$
 $6 - a - a^2 + a^2 = 5$
 $a = 1$ то $BH^2 = (2-a)(3+a) = 4 \Rightarrow BH = 2$.
10. $S_{ABC} = \frac{AC \cdot BH}{2} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$.

211007452 (U857630 M1275002)

Ответ: а) 90° , б) 5.

Задача 2.

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \\ (x+3)(7-x) \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 7 \end{cases} \quad x \in [-3; 7]$$

Перенесём 4 в правую часть и возведём в квадрат.

$$x+3 + 7-x - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} = 4(x+3)(7-x) + 16 - 16\sqrt{(x+3)(7-x)}$$

$$4(x+3)(7-x) - 16\sqrt{(x+3)(7-x)} + 6 = 0$$

Пусть $\sqrt{(x+3)(7-x)} = t$.

$$4t^2 - 14t + 6 = 0$$

$$t^2 - 3,5t + 1,5 = 0$$

$$D = 12,25 - 6 = 6,25$$

$$t_{1,2} = \frac{3,5 \pm 2,5}{2} = 3, 0,5$$

$$t_1 = 3$$

$$t_2 = 0,5$$

$$\sqrt{(x+3)(7-x)} = 3 \quad /^{\wedge} 2$$

$$\sqrt{(x+3)(7-x)} = 0,5 \quad /^{\wedge} 2$$

$$-x^2 + 4x + 21 = 9$$

$$-x^2 + 4x + 21 = 0,25$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x - 20,75 = 0$$

$$x_1 = 6 \quad x_2 = -2$$

$$D = 16 + 83 = 99$$

x_1 удовл. ОДЗ

$$x = \frac{4 \pm 3\sqrt{11}}{2}$$

x_2 удовл. ОДЗ

$$x_1 = 2 + 1,5\sqrt{11} \quad x_2 = 2 - 1,5\sqrt{11}$$

x_1 удовл. ОДЗ

x_2 удовл. ОДЗ

$$\left. \begin{array}{l} 2 + 1,5\sqrt{11} \text{ удовл. } \geq -3 \\ 2 + 1,5\sqrt{11} \leq 7 \\ 2,25 \cdot 11 \leq 25 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 - 1,5\sqrt{11} \text{ удовл. } \leq 7 \\ 2 - 1,5\sqrt{11} \geq -3 \\ 25 \geq 2,25 \cdot 11 \\ 24,75 \leq 25 \end{array}$$

Ответ: $x_1 = 2 - 1,5\sqrt{11}$, $x_2 = -2$, $x_3 = 6$, $x_4 = 2 + 1,5\sqrt{11}$.

Задача 3.

Верш. параболы В

$$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0, \quad a \neq 0 \text{ (т.к. пр.-параб.)}$$

$$y = \frac{ax^2 - 2a^2x + a^3 + 3}{a}$$

$$y = x^2 - 2ax + a^2 + \frac{3}{a}$$

$$x_0 = \frac{2a}{2} = a$$

$$y_0 = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{3}{a} = \frac{3}{a}$$

$$B(a; \frac{3}{a})$$

ГМТ возможных т.В - гипербола $y = \frac{3}{x}$.

Точка А

$$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$$

$$y^2 - 4(x+a)y + 8x^2 + 12ax + 5a^2 = 0$$

$$D = 16x^2 + 32ax + 16a^2 - 32x^2 - 48ax - 20a^2 =$$

$$= -16x^2 - 16ax - 4a^2 = -(4x+2a)^2 \leq 0$$

$$\text{Т.А. сущ.} \rightarrow D \geq 0 \Rightarrow D = 0 \Rightarrow 4x+2a=0$$

$$x = -\frac{a}{2}$$

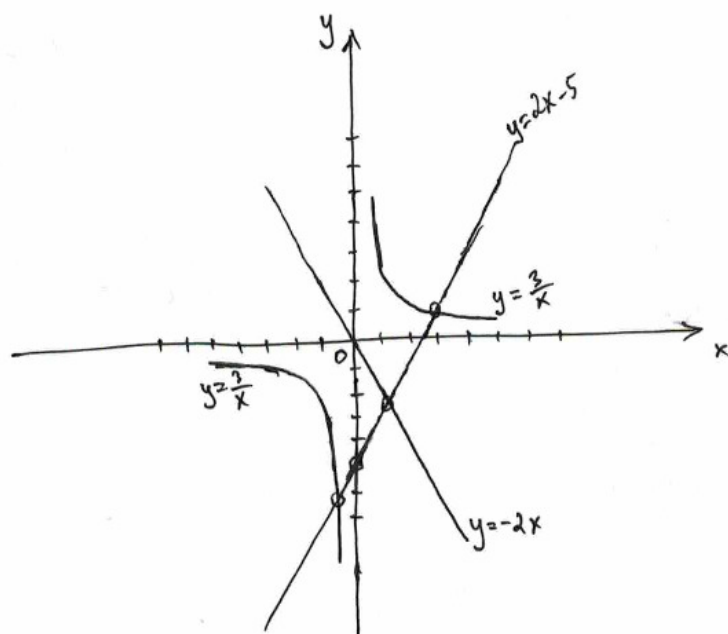
$$y^2 - 2ay + a^2 = 0$$

$$(y-a)^2 = 0$$

$$y = a$$

$$A(-\frac{a}{2}; a)$$

ГМТ возм. т.А - прямая $y = -2x$.



А и В - в одной полуш. относительно $y = 2x - 5$
 в пр. $y = \frac{3}{x}$ ось x совпадет с осью a
 в пр $y = -2x$ ось y совпадет с осью a

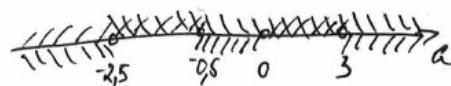
выше $y = 2x - 5$ ниже $y = 2x - 5$

$$y = \frac{3}{x} \quad a \in (-\infty; -0,5) \cup (0; 3)$$

$$a \in (-0,5; 0) \cup (3; +\infty)$$

$$y = -2x \quad a \in (-2,5; +\infty)$$

$$a \in (-\infty; -2,5)$$



$$a \in (-2,5; -0,5) \cup (0; 3)$$

Т. перес.

$$y = \frac{3}{x} \text{ и } y = 2x - 5$$

$$y = -2x \text{ и } y = 2x - 5$$

$$\frac{3}{x} = 2x - 5 \quad x \neq 0$$

$$-2x = 2x - 5$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$x = 1,25$$

$$y = -2,5$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$x = \frac{5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = -0,5 \quad x_2 = 3$$

$$y_1 = -6 \quad y_2 = 1$$

Ответ: $a \in (-2,5; -0,5) \cup (0; 3)$.

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007452**

ID профиля: **857630**

Вариант 10

$$\frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10$$

$$(x^2+y^2) + 6x^2y^2 = 81$$

$$x^2 = a \quad y^2 = b$$

$$\begin{cases} \frac{6}{a+b} + ab = 10 \\ a^2 + b^2 + 7ab = 81 \end{cases}$$

$$\frac{42}{a+b} - 7a^2 - 7b^2 = -11$$

$$\begin{cases} G + a^2b + ab^2 = 10a + 10b \\ a^2 + b^2 + 7ab = 81 \end{cases}$$

$$G = (10-ab)(a+b)$$

$$(x^2+y^2+9)(x^2+y^2-9) = -5x^2y^2$$

$$G + ab(a+b) = 10(a+b)$$

$$(a-b)^2 = 9(9-ab)$$

$$\frac{(a-b)^4}{9-ab} = 1,5(10-ab)(a+b)$$

$$a^2 - ab + b^2 = 15a + 15b$$

~~$$32 + 5ab = 81$$~~

$$G = (10-ab)(a+b)$$

$$n = \frac{81-m^2}{8}$$

$$n = 10 - \frac{G}{m}$$

$$m^2 + 50 - \frac{30}{m} = 81$$

$$m^3 - 31m - 30 = 0$$

$$\frac{6}{m} + n = 10$$

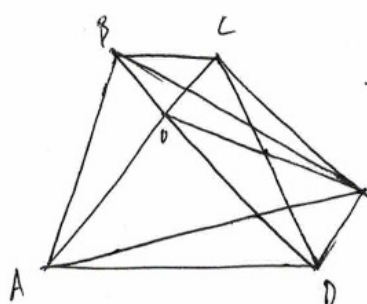
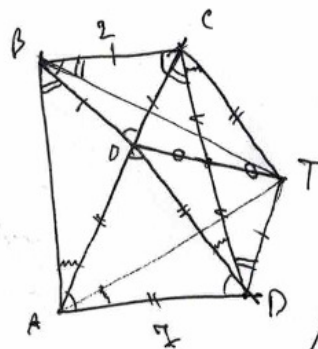
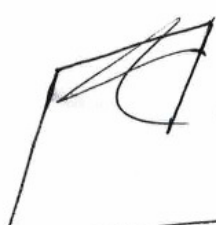
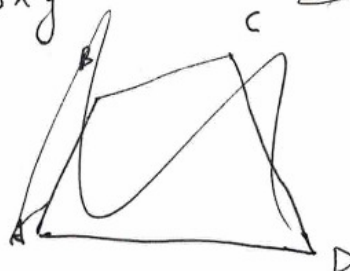
$$m^2 + 5n = 81$$

$$(n-3)(n-3)$$



$$-1,2 + n = 10$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$



$$\frac{48,6}{a+b} + 1,1ab = a^2 + b^2$$

$$68(62+66) = 68$$

$$48,6 = a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 - 1,1a^2b - 1,1ab^2$$

$$48,6 = 10a^3 + 10b^3 - a^2b - ab^2$$

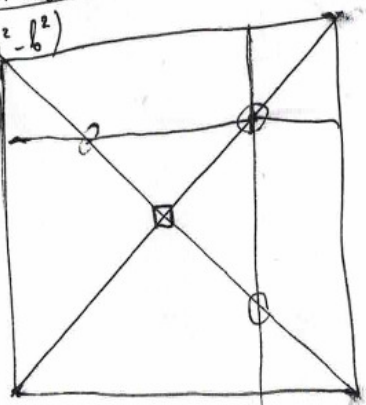
$$486 = (a+b)(10(a^2-ab+b^2) - a^2-b^2)$$

на квадр.
на одной грани 68-67

на погр. грани 68-66

на грани и на ребре ~~2-68-68-66~~

$$68(67+66(1+2-68))$$



$$\begin{array}{r} 133 \\ 66 \\ \hline 798 \\ 798 \\ \hline 2778 \\ 2778 \\ \hline 6868 \\ 6868 - 68 \cdot 2 = 6866 \end{array}$$

68 yzudo opana

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &> (x+a)^2 + (y-a)^2 \\ x^2 + y^2 &> x^2 + 2ax + a^2 + y^2 - 2ay + a^2 \\ 0 &> 2x + a - y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xy &< (x+a)(y-a) \\ 0 &< ay - ax - a^2 \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$$

$$53 + 14 = 67$$

$$\frac{67 \cdot 4}{4 \cdot 81}$$

$$\frac{62}{4} = 16,75$$



211007412 8857630 M1885003(133)

30560
53070
601460

Задача 4.

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4 + y^4 + 7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$OD3: x^2 + y^2 \neq 0 \Rightarrow (x, y) \neq (0; 0)$$

Пусть $x^2 = a$, $y^2 = b$. $a \geq 0$, $b \geq 0$, $(a; b) \neq (0; 0)$. Тогда для любых $(a; b)$ $x = \pm\sqrt{a}$, $y = \pm\sqrt{b}$.

$$\begin{cases} \frac{6}{a+b} + ab = 10 \\ a^2 + b^2 + 7ab = 81 \end{cases}$$

$$\text{Пусть } a+b = m, ab = n > 0.$$

$$\begin{cases} \frac{6}{m} + n = 10 \\ m^2 + 5n = 81 \end{cases} \quad n = 10 - \frac{6}{m}$$

$$m^2 + 50 - \frac{30}{m} = 81 \quad | \cdot m \neq 0 > 0$$

$$m^3 - 31m - 30 = 0$$

Заметим, что -1 — корень \Rightarrow делим на $(m+1)$

$$(m+1)(m^2 - m - 30) = 0$$

$$m^2 - m - 30 = 0$$

$$m_1 = -5 \quad m_2 = 6$$

$$n_1 = -1, 2 \quad n_2 = 9$$

$$m > 0 \Rightarrow$$

\Rightarrow не подходит

$$\begin{cases} a+b = 6 \\ ab = 9 \end{cases}$$

$$a = 3 \quad b = 3$$

$$\begin{cases} x^2 = 3 \\ y^2 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ y = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Проверка: } \begin{cases} \frac{6}{3+3} + 3 \cdot 3 = 10 & 10 = 10 \\ 9 + 9 + 7 \cdot 9 = 81 & 81 = 81 \end{cases}$$

Ответ: $(\sqrt{3}; \sqrt{3}), (\sqrt{3}; -\sqrt{3}), (-\sqrt{3}; \sqrt{3}), (-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$.

Задача 5.

В задаче требуется выбрать 2 узла сетки внутри квадрата так, чтобы хотя бы один из них лежал на диагонали квадрата.

Заметим, что, поскольку сторона четная, диагонали пересекаются не в узле \rightarrow нет узла, лежащего сразу на двух диагоналях.

Все подходящие под условие случаи можно разбить на 3 группы: оба узла на одной диагонали, узлы на разных диагоналях и на диагоналях только один узел.

Всего внутри (строго) квадрата 68^2 узлов, на каждой диагонали по 68 узлов, не на диагоналях $68 \cdot (68 - 2) = 68 \cdot 66$.

I. Оба узла на одной диагонали.

На любой диаг. выбираем 2 узла $- \frac{68 \cdot 67}{2}$ способов, диагоналей 2 \Rightarrow всего $\boxed{68 \cdot 67}$.

Все способы подойдут, т.к. оба узла лежат на диаг. \Rightarrow не паралл. осей коорд.

II. Узлы на разных диаг.

Сначала выберем узел на диаг. $y=x$. Тогда на $y=68-x$ мы можем выбрать любой узел, кроме двух, к-ые лежат на прямых, паралл. осей и проходящих через уже выбранную точку. Т.е. вариантов $\boxed{68 \cdot 66}$.

III. Только один узел на диаг.

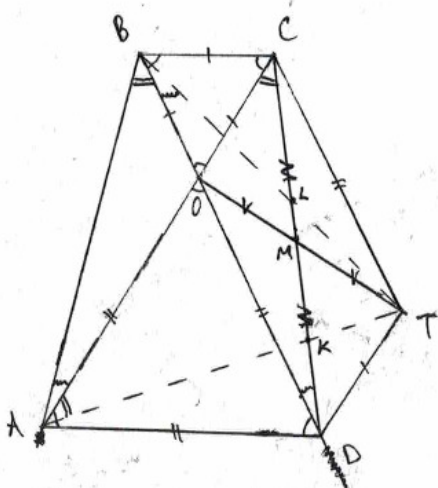
Возьмем любой узел с любой диагональю (136 сл.). Проведем через него прямые, паралл. осей. Вторыми мы не можем выбирать узлы с этих прямых. На каждой такой прямой 68 узлов, из них 1 выбранной нами, 1 лежит на другой диаг., остальные учтены в $68 \cdot 66$ узлах, лежащих внутри квадрата не на диагоналях, т.е. $68 - 2 = 66$.

Для каждого узла на диаг. мы можем выбирать любой из $68 \cdot 66$ не на диаг., кроме $2 \cdot 66 = 132$ сл.. Т.е. для каждого из 136 узлов можно взять $66 \cdot 66$. Всего $\boxed{2 \cdot 68 \cdot 66 \cdot 66}$ сл.

Всё суммируем. $68 \cdot 67 + 68 \cdot 66 + 68 \cdot 66 \cdot 66 \cdot 2 = 68(67 + 66(66 \cdot 2 + 1)) = 601460$.

Ответ: 601460 способов.

Задача 6.



Дано: ABCD - выпукл. 4-угл., $AC \perp BD = O$, $\angle BOC$ и $\angle AOD$ - пр. уг.,
 Т симм. О относ. диаг. BD, $BC=2$, $AD=7$.

а) Доказать: $\triangle ABT$ - равн.

б) Найти: $S_{ABT} : S_{ABCD}$.

Решение:

- Из усл.: $\angle OBC = \angle BCO = \angle BOC = \angle AOD = \angle DAO = \angle ODA = 60^\circ$, $BC = CO = BO$ и $AO = OD = AD$.
 Пусть M - серед. CD $\Rightarrow CM = DM$, O и Т симм. $\Rightarrow OM = MT$.
- В $\triangle COD$ устроим медиану $\Rightarrow CO \overset{DT}{\parallel} OD$ - параллелограмм $\Rightarrow CT \parallel OD$, $CO \parallel DT$, $CT = OD$, $CO = TD$.
 (диаг. Т. перес. делится пополам)
- Заметим, что ABCD - трапеция, т.к. $AD \parallel BC$ (накр. ост. углы при сек. BD равны).
 $\triangle ABO = \triangle DCO$
 $BO = CO$
 $AO = DO$
 $\angle BOA = \angle COA = 180 - 60 = 120^\circ$ $\Rightarrow \triangle ABO = \triangle DCO$ по 2-м стор. и \angle между ними $\Rightarrow AB = CD \Rightarrow$ трап. равнобокая.
 $\angle ABO = \angle DCO$, $\angle BAO = \angle CDO$.
- $\triangle CTD$ - равнобок. трап., т.к. $AC \parallel TD$, $CT = AD \Rightarrow$ диаг. делится точкой перес. в равном отнosh. \Rightarrow
 \Rightarrow если K - Т. перес. AT и CD (диаг.), $AK = KC \Rightarrow \triangle AKC$ - равностор. $\Rightarrow \angle ACK = \angle KAC$.
 Аналогично $\triangle BTD$ - трап., L - Т. перес. BT и CD (диаг.), $\angle LBD = \angle LDB$.
- В $\triangle ABO$ сумма углов $\angle ABO + \angle BAO = \angle BOC = 60^\circ$ (внеш. угол для третьей вершины).
 $\angle ABO + \angle OAB = \angle ABO + \angle OBT = \angle ABT = \angle BAO + \angle OAT = \angle BAT = 60^\circ \Rightarrow \angle BTA = 180 - \angle ABT - \angle TAB = 60^\circ$.

В $\triangle ABT$ все углы $= 60^\circ \Rightarrow \triangle ABT$ - правильн. Ч. т. д.

б) 6. $S_{ABCD} = S_{BCO} + S_{AOD} + S_{ABO} + S_{COD} = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 20,25\sqrt{3}$ $S_{ABT} = AB^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 16,75\sqrt{3}$
 $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
 7. $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{16,75\sqrt{3}}{20,25\sqrt{3}} = \frac{67}{81}$
 Т. кос: $AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2 \cdot AO \cdot BO \cdot \cos 120^\circ = 4 + 49 + 14 = 67$ ($\triangle ABO$)

Ответ: а) $\frac{67}{81}$.