Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

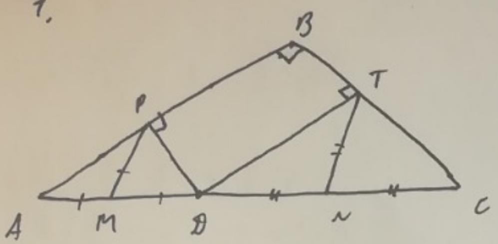
Шифр: **211007400**

ID профиля: **802210**

Вариант 10

Чистовик

1.



а) Решение: $\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$, т.к. BD - диаметр окружности.

Тогда $\triangle APD$ и $\triangle DTC$ - прямоугольные, а значит, $AM = MP = MD$ и $DN = NC = NT$, т.к. PM и TN - медианы, проведенные к гипотенузам.

Пусть $\angle A = \alpha$; $\angle C = \beta$, тогда: $\angle PMD = \angle A + \angle APM = 2\angle A = 2\alpha$, т.к. $\triangle APM$ - равнобедренный.

$\angle TNC = 180^\circ - \angle C - \angle NTC = 180^\circ - 2\angle C = 180^\circ - 2\beta$, т.к. $\triangle NTC$ - равнобедренный.

Но $PM \parallel TN \Rightarrow \angle PMD = \angle TNC \Rightarrow 2\alpha = 180^\circ - 2\beta \Leftrightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ \Leftrightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$.

Тогда $\angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 90^\circ$.

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$.

б) Пользуясь п. а) имеем: $1 = MP = AM = MD$; $\frac{3}{2} = NT = DN = NC$.

Заметим, что $PD \parallel BC$, потому что $\angle APD = 90^\circ = \angle ABC$, аналогично $TD \parallel AB$, т.к. $\angle CTD = 90^\circ = \angle CBA$.

Тогда по теореме о пропорциональных отрезках имеем:

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AD}{DC} = \frac{AM}{DN} = \frac{2}{3}; \quad PB^2 = \frac{9}{4}AP^2$$

$$\frac{CT}{TB} = \frac{CD}{DA} = \frac{CN}{DM} = \frac{3}{2}; \quad CT^2 = \frac{9}{4}BT^2.$$

По теореме Пифагора имеем:

$$\left.\begin{aligned} &AP^2 + PD^2 = AD^2 = (1\cdot 2)^2 = 4 \\ &PB^2 + PD^2 = BD^2 = 5 \end{aligned}\right| \Rightarrow PB^2 - AP^2 = 1 \Rightarrow \frac{9}{4}AP^2 = PB^2 = 1 + AP^2 \Rightarrow AP = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow AB = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}, \text{ аналогично:}$$

$$\left.\begin{aligned} &CT^2 + TD^2 = CD^2 = \left(\frac{3}{2}\cdot 2\right)^2 = 9 \\ &BT^2 + TD^2 = BD^2 = 5 \end{aligned}\right| \Rightarrow CT^2 - BT^2 = 4 \Rightarrow \frac{9}{4}BT^2 = CT^2 = BT^2 + 4 \Rightarrow BT = \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}.$$

Тогда получаем, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2}\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5} = 5$.

Ответ: $S_{\triangle ABC} = 5$.

1

211007400 (U802210 M1273539)

Чистовик

2. $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$; $\overset{1^\circ}{\sqrt{x+3}}-\overset{1^\circ}{\sqrt{7-x}}+4=2\sqrt{(7-x)(x+3)}$.

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}$.

ОДЗ: $x\in[-3;7]$.

Пусть $y=\sqrt{x+3}$; $z=\sqrt{7-x}$.

Имеем:

$y-z+4=2yz$

$\Updownarrow$

$4yz-2y+2z-8=0$

$\Updownarrow$

$(2y+1)(2z-1)=7$

$\Updownarrow$

$(2y+1)(1-2z)=-7$.

Тогда: $(2\sqrt{x+3}+1)(1-2\sqrt{7-x})=-7$. (*)

Заметим, что функция $f(x)=(2\sqrt{x+3}+1)(1-2\sqrt{7-x})$ – возрастающая, потому что $f_1(x)=2\sqrt{x+3}+1$ и $f_2(x)=1-2\sqrt{7-x}$ – возрастающие.

Тогда в левой части выражения (*) стоит возрастающая функция, а значит, что если у уравнения и есть корень, то он единственный. Заметим, что $f(6)=-7$ ~~(обоснуй)~~ т.к. $(2\cdot\sqrt{9}+1)(1-2\sqrt{1})=7\cdot-1=-7$. Значит, $x=6$ – корень нашего уравнения, т.к. $6\in[-3;7]$.

Ответ: $x=6$.

2

Чистовик

3. $y^2+5a^2-4ay+8x^2-4xy+12ax=0$

$\Leftrightarrow$ $y^2+4(a+x)^2+4x^2+a^2+4ax-4y(a+x)=0$

$\Leftrightarrow$ $(y-2(a+x))^2+(2x+a)^2=0$

$\Leftrightarrow$ $\begin{cases} y=2(a+x) \\ 2x+a=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2(a+x) \\ x=\frac{-a}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} y=a \\ x=\frac{-a}{2} \end{cases}$

Отсюда получаем, что $A(\frac{-a}{2}; a)$.

Заметим, что $a \neq 0$, потому что иначе ~~уравнение данной~~ из уравнения параболы имеем: $3=0$ — противоречие.

Тогда: $ax^2-2a^2x-ay+a^3+3=0$

$y=x^2-2ax+a^2+\frac{3}{a}$

Тогда абсцисса вершины параболы равна: $x_в=\frac{2-(-a)}{2}=\frac{2a}{2}=a$, а ордината:

$y_в=a^2-2a^2+a^2+\frac{3}{a}=\frac{3}{a}$

Отсюда получаем, что $B(a; \frac{3}{a})$.

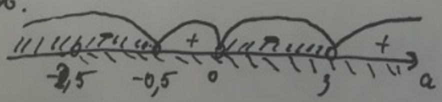
$2x-y=5 \Leftrightarrow y=2x-5$

Тогда для соблюдения условия задачи, надо рассмотреть 2 случая:

I. $y>2x-5$, т.е. $\begin{cases} a>-a-5 \\ \frac{3}{a}>2a-5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a>-5 \\ \frac{3}{a}>2a-5 \end{cases}$ $\begin{cases} a>-2,5 \\ \frac{3-2a^2+5a}{a}>0 \end{cases}$ $\begin{cases} a>-2,5 \\ \frac{(a+\frac{1}{2})(a-3)}{a}<0 \end{cases}$

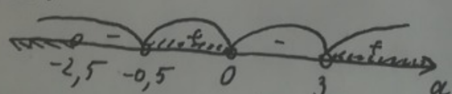
II. $y<2x-5$, т.е. $\begin{cases} a<-a-5 \\ \frac{3}{a}<2a-5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a<-5 \\ \frac{3}{a}<2a-5 \end{cases}$ $\begin{cases} a<-2,5 \\ \frac{(a+\frac{1}{2})(a-3)}{a}>0 \end{cases}$

I. Метод интервалов.



Получаем, что $a \in (-2,5; -0,5) \cup (0; 3)$.

II Метод интервалов.



Получаем, что системы не имеет решений в этом случае.

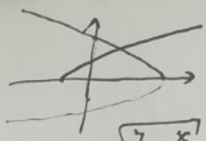
Ответ: $a \in (-2,5; -0,5) \cup (0; 3)$.

Черновик

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(7-x)(x+3)} = 2\sqrt{7-x}\sqrt{x+3}$

$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 7 \end{cases}$



$\sqrt{x+3}(1-\sqrt{7-x}) - \sqrt{7-x}($

$y - z + 4 = 2yz$

$2yz - y + z - 4 = 0$

$4yz - 2y + 2z - 8 = 0$

$(2y+1)(2z-1) = 7$

$(y+1)(z-1) = 3$

$(\sqrt{7-x}-1)(\sqrt{x+3}+1) = 3$

$(1-\sqrt{7-x})(\sqrt{x+3}+1) = -3$

$1-3+4=2$

$\boxed{-2}$

$2\sqrt{2}$

$2 \cdot 2 = 4$

-1

$7-x = x+3$

$2x = 4$

$x = 2$

$5-1=4.$

$5 \quad t = x-2$

$\sqrt{5+t}$

$5-t$

$5+t$

$\sqrt{25-t^2}$

$(1-\sqrt{5})(\sqrt{5}+1) = 1-5 = -4$

$2 \quad -2$

$-2 \quad 3 \quad 6 \quad 0$

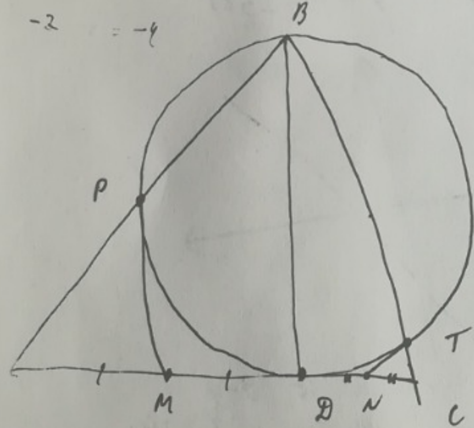
$-2 \cdot 2 = -4 \quad -1$

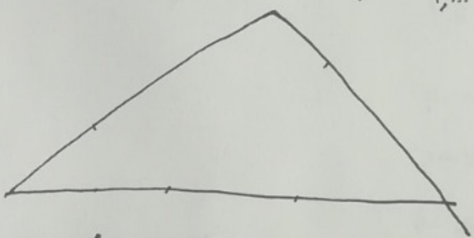
$(1-\sqrt{2})(\sqrt{2}+1) =$
$= 1+\sqrt{2}-2\sqrt{2}-4 =$
$= -3-\sqrt{2}$

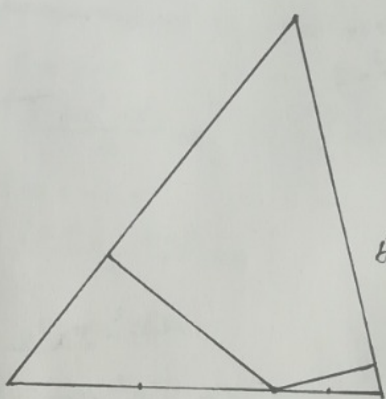
$(1-\sqrt{7})(\sqrt{3}+1) = \sqrt{3}-\sqrt{7}-\sqrt{21}$

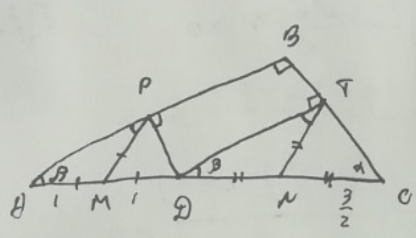
$1{,}7 \quad 2{,}3 \quad -4, \ldots$

$-2 \quad = -4$









$S_{ABC} = ?$

$\frac{AP}{PB} = \frac{AD}{DC} = \frac{2}{3}$

$AP^2 + PD^2 = 4$

$PB^2 + PD^2 = 5$

$-AP^2 + PB^2 = 1$

$PB^2 = 1 + AP^2 = \frac{9}{4}AP^2$

$5AP^2 = 4 \ ; \ AP = \frac{2}{\sqrt{5}} \ ; \ AB = \frac{5}{\sqrt{5}}$

$2\beta = 180° - 2\alpha$

$2\beta + 2\alpha = 180°$

$\alpha + \beta = 90°$

$\Downarrow$

$\angle ABC = 90°$

$\frac{CT}{TB} = \frac{CD}{DA} = \frac{3}{2};$

$CT^2 + TD^2 = 9$

$BT^2 + TD^2 = 5 =$

$CT^2 - BT^2 = 4$

$CT^2 = BT^2 + 4 = \frac{9}{4}BT^2$

$5BT^2 = 16 \ ; \ BT = \frac{4}{\sqrt{5}}; \ BC = 2\sqrt{5}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5.$

211007400 (U802210 M1273539)

Черновик

$(2y+1)(2z-1)=7$

$(2\sqrt{x+3}+1)(2\sqrt{7-x}-1)=7$

$(2\sqrt{x+3}+1)(1-2\sqrt{7-x})=-7$

$(2\sqrt{5+t}+1)(2\sqrt{5-t}-1)=7$

$t=4.$

$x=6$

$7\cdot-1=-7$

-2 $\quad 2$

$3\cdot-5=-15$ $\quad (2\sqrt{5}+1)(1-2\sqrt{5})=1-20=-19$

-3

$1+2\sqrt{10}\approx 1-6=-5$

$-2{,}25$ $\quad 9{,}25$

$2\cdot-5=-10$

$t=x-2$

$7-x=x+3$

$x=2$

$x-2$

$5-(x+2)=5+(x-2)$

$y=\sqrt{5+t}$; $z=\sqrt{5-t}$

$y^2=5+t$

$-y^2=-t-5$

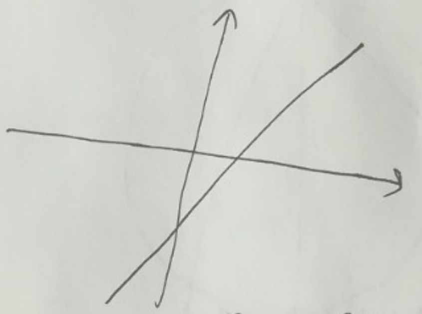
$10-y^2=5-t=z^2$

$z^2+y^2=10.$ $\quad 3y^2+3z^2=30$

$2yz-y+z-4=0$

$4yz-2y+2z-8=0$

$y=\sqrt{10-z^2}$



$x_B=\frac{2a^2}{2}$

$y=x^2-2a^2x+a^2+\frac{3}{a}$

$x_B=\frac{2a}{2}=a$

$y_B=a^2-2a^2+a^2+\frac{3}{a}=\frac{3}{a}$

$B(a;\frac{3}{a})$

$y=2x-5$

I. $y>2x-5$

$\frac{3}{a}>2a-5$

$\frac{3-2a^2+5a}{a}>0$

$\frac{2a^2-5a-3}{a}<0$

$\frac{2(a+\frac{1}{2})(a-3)}{a}<0$

$25+24=49$

$\frac{5+7}{4}=3$ $\quad \frac{-1}{2}$

$6 \quad 36 \quad 9-4$

$4x^2+4x^2-4y(a+x)$

$y^2+5a^2-4ay+8x^2-4xy+12ax=0$

$(y-2a)^2+$

$4(a+x)^2=4x^2+4a^2+8ax$

$y^2+4(a+x)^2+4x^2+a^2+4ax-4y(a+x)=0$

$(y-2(a+x))^2+(2x+a)^2=0$

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=2(a+x)\\x=\frac{-a}{2}\end{cases}\\\begin{cases}y=a\\x=\frac{-a}{2}\end{cases}\end{array}\right.$

211007400 (U802210 M1273539)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007400**

ID профиля: **802210**

Вариант 10

Чистовик

4. $\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$

$x^4+y^4+7x^2y^2=81$

$(x^2+y^2)^2 = 81-5x^2y^2$

т.к. $x^2+y^2>0$ при любых действительных x, y, то: $x^2+y^2 = \sqrt{81-5x^2y^2}$.

Обозначим $t = x^2y^2$, $t \geq 0$.

$$\frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \Leftrightarrow \frac{6}{\sqrt{81-5t}} + t = 10 \Leftrightarrow \frac{6+\sqrt{81-5t}(t-10)}{\sqrt{81-5t}} = 0 \Leftrightarrow$$

~~тогда~~ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{81-5t}(10-t) = 6 \\ 5t \neq 81 \end{cases}$

Заметим, что функция $f(x) = \sqrt{81-5x}(10-x)$ – убывающая, потому что функции $f_1(x) = \sqrt{81-5x}$ и $f_2(x) = 10-x$ – убывающие; тогда $\sqrt{81-5t}(10-t)=6$ может иметь максимум 1 корень. Заметим, что при $t=9$: $\sqrt{81-5\cdot 9}(10-9)=6 \Rightarrow t=9$ - корень уравнения.

Имеем: $x^2y^2=9$.

$x^2+y^2 = \sqrt{81-5x^2y^2} = \sqrt{81-5\cdot 9} = \sqrt{36} = 6$.

~~Имеем 2 случая:~~

Тогда верна система: $\begin{cases} x^2+y^2=6 \\ x^2y^2=9 \end{cases}$ Обозначим $z_1 = x^2$; $z_2 = y^2$. Тогда $\begin{cases} z_1+z_2=6 \\ z_1\cdot z_2 = 9 \end{cases}$

По теореме Виета у уравнения $z^2-6z+9=0$ есть 2 корня, возможно совпадающие, и они совпадают с z_1 и z_2 ($D=36-36=0$). Но $z^2-6z+9=0 \Leftrightarrow (z-3)^2=0 \Rightarrow z_1=z_2=3>0$. Отсюда имеем:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: ~~(x;y)=~~ Подходят все пары $(x;y)$: $(\sqrt{3};\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3};\sqrt{3})$, $(\sqrt{3};-\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3};-\sqrt{3})$.

Чистовик

6. Для начала заметим, что количество узлов внутри квадрата равно $(69-1)^2 = 4336$, а прямые $y=x$ и $y=69-x$ ~~являю~~ содержат диагонали нашего квадрата. Тогда хотя бы один из узлов должен лежать на диагонали. Всего узлов на диагоналях внутри квадрата равно: $(69-1)\cdot 2 = 136$. Выберем произвольный узел на диагонали (теперь все узлы мы рассматриваем только строго внутри квадрата). Тогда количество узлов, которые имеют отличные координаты по обеим осям от выбранного, равно: $4336-68\cdot 2+1=4201$.

Количество способов выбрать два узла, лежащих на диагоналях и имеющих разные координаты по обеим осям, обозначим за A – равно:

$$A=\frac{136\cdot 133}{2}=68\cdot 133.$$

Тогда количество способов выбрать пару ~~из~~ ~~то~~ узлов, подходящих под условие задачи равно: $136\cdot 4201-68\cdot 133$.

Из $(136\cdot 4201)$ мы вычитаем $(68\cdot 133)$, потому что дважды учли каждый способ выбора из множества A.

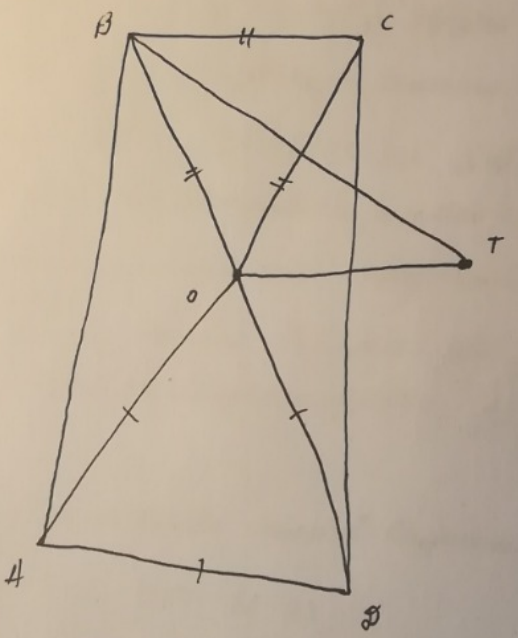
Ответ: $136\cdot 4201-68\cdot 133=562292$.

2

211007400 (U802210 M1273540)

Чистовик.

6.



а) Рассмотрим поворот вектора на $(-60°)$ (по часовой стрелке):

$R^{-60°}: \vec{BT} = \vec{BO} + \vec{OT} = \vec{BO} + \vec{OC} + \vec{OD} = (\vec{BC} + \vec{OD}) \Rightarrow$

$\Rightarrow (\vec{BO} + \vec{OA}) = \vec{BA}$, т.е. $R^{-60°}(\vec{BT}) = \vec{BA} \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABT$ – правильный, ч.т.д.

б) Обозначим $\angle BOA = \alpha$, тогда $\angle COD = 360° - 120° - \alpha = 240° - \alpha$; $AD = a = 7$; $BC = b = 2$.

$\sin\angle COD = \sin(240° - \alpha) = \sin(60° - \alpha)$. $\sin(60° - \alpha) + \sin\alpha = \sin 60° \cdot \cos\alpha - \cos 60° \sin\alpha + \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha = \sin(60° + \alpha)$

$2S_{ABCD} = 2(S_{AOD} + S_{BOC} + S_{ABO} + S_{OCD}) = a^2 \sin 60° + b^2 \sin 60° + ab(\sin\alpha + \sin(60° - \alpha)) =$

$= 24{,}5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 14(\sin(60° + \alpha)) = 26{,}5\sqrt{3} + 14\sin(60° + \alpha)$.

$2S_{ABT} = AB^2 \cdot \sin 60° = (a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha) \cdot \sin 60° = (53 - 28\cos\alpha)\frac{\sqrt{3}}{2}$

$2S_{ABCD}/(2S_{ABT}) = S_{ABCD}/S_{ABT} = \dfrac{\left(53 + \frac{28}{\sqrt{3}}\sin(60° + \alpha)\right)\frac{\sqrt{3}}{2}}{(53 - 28\cos\alpha)\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{53 + \frac{28}{\sqrt{3}}\sin(60° + \alpha)}{53 - 28\cos\alpha} = \dfrac{53 + 28\frac{\sqrt{3}}{2}}{53 - 28\frac{\sqrt{3}}{2}} =$

$= \dfrac{53 + 14\sqrt{3}}{53 - 14\sqrt{3}}$.

Ответ: $\dfrac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \dfrac{53 - 14\sqrt{3}}{53 + 14\sqrt{3}}$.

3

Черновик

$(x^2+y^2)^2+5x^2y^2=81$

$x^2+y^2=\sqrt{81-5x^2y^2}$ $\quad x^2y^2=t$

$\frac{6}{\sqrt{81-5x^2y^2}}+x^2y^2=10$ $\quad 7 \quad -35+81=46$

$9 \quad -45+81=36$

$\frac{6}{\sqrt{81-5t}}+t=10$ $\quad t=9.$

$\frac{6+t\sqrt{81-5t}}{\sqrt{81-5t}}=10$

$6+\sqrt{81-5t}(t-10)=0$

$\sqrt{81-5t}(10-t)=6 \Rightarrow t=9=x^2y^2$

$(x^2+y^2)^2=81-45=36$

$\begin{cases} x^2+y^2=6 \\ x^2y^2=9 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} z_1+z_2=6 \\ z_1z_2=9 \end{cases}$

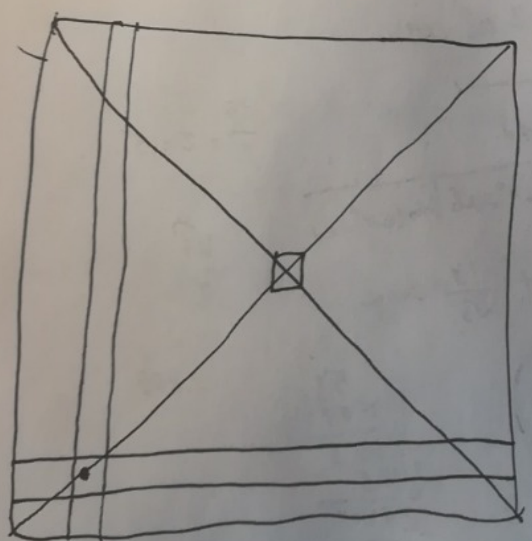
± 9

$\boxed{\begin{matrix} \text{I. } z^2-6z+9=0 \\ (z-3)^2=0 \\ z_1=z_2=3 \end{matrix}}$

II. $z^2-6z-9=0$

$D=36+36=(6\sqrt{2})^2$

$\begin{cases} z_1=3+3\sqrt{2} \\ z_2=3-3\sqrt{2} \end{cases}$



$\frac{137\cdot 136}{2}$

$69+69-1-1=68\cdot 2=136.$

$69+69=138-1=137.$

$137\cdot 136-$

~~Вла дадь~~

узлов всего:

$70\cdot 70=4900$

140 - на диагоналях.

$70\cdot 70-70-70+1=4900-140+1=4761.$

$140\cdot 4761-(140\cdot 70-210)=140\cdot 4699+140+70=$

$=140\cdot 4700+70=70\cdot 9601.$

$\frac{140\cdot(140-3)}{2}=70(140-3)$

$\begin{array}{r} 4336 \\ -\ 136 \\ \hline 4200 \end{array}$

$\begin{array}{r} 68 \\ \times\ 68 \\ \hline \end{array}$

$(70-2)^2=4900-4-4\cdot 140$

$4900-560-4=$

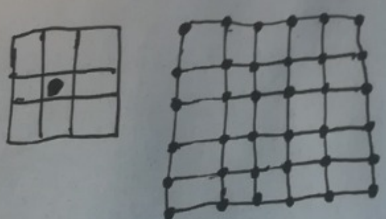
$=4340-4=4336$

$\begin{array}{r} 8269 \\ \times\ 68 \\ \hline 66152 \\ 49614 \\ \hline 562292 \end{array}$ $\quad 7$

$8402-133=$

$=\boxed{8269}$

$\begin{array}{r} 133 \\ \hline 8402 \end{array}$



$6\cdot 25-\frac{12\cdot 9}{2}=6\cdot 25-6\cdot 9=6\cdot 16$

211007400 (U802210 M1273540)

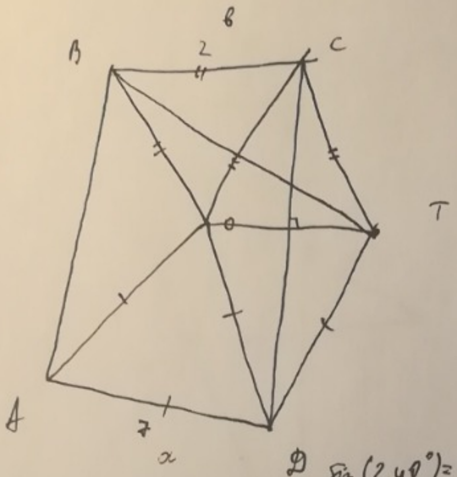
a

Черновик

б.

$R^{60°}: \overline{BT} = \overline{BO} + \overline{OC} + \overline{OD} = \overline{BC} + \overline{OD} \to \overline{BO} + \overline{OA} = \overline{BA}.$

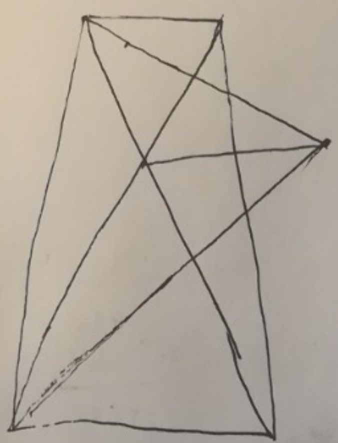
$\overline{BT} \to \overline{BA} \Rightarrow \Delta ABT$ – правильный.



$AC = BD$

$80° - 240° = -60$ $\sin(240° - \alpha) = \sin(\alpha - 240) = \sin(\alpha + 120°) =$ $= \sin(60° - \alpha)$

D $\sin(240°) = \sin(60°)$ $\sin(60° - \alpha) =$



$\frac{1}{2} a b (\sin\alpha + \sin\beta)$

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha + \sin\alpha =$

$= \sin(60° + \alpha) \cdot \frac{1}{2} ab$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}\left(a^2 \sin 60° + b^2 \sin 60° + ab \sin(60° + \alpha)\right)$

BT $\Delta ACD = \Delta BDT$

$\angle CAT$

$AB^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$

$2S_{ABT} = AB^2 \cdot \sin 60° =$

$(S_{ABCD} : S_{ABT})^{-1} = \frac{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}{a^2 \sin 60° + b^2 \sin 60° + ab\sin(60° + \alpha)}$

$\frac{49}{2} = 24,5$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha\right)\frac{28}{\sqrt{3}} = 14\cos\alpha + \frac{14}{\sqrt{3}}\sin\alpha$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$53 - 28\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{53 - 28\frac{\sqrt{3}}{2}}{53 + 28\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$53 \times 53 = 159 + 265 = 2809$

2809

$2809 - 588 = 2221$

$156 \times 3 = 588$

1