Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007358**

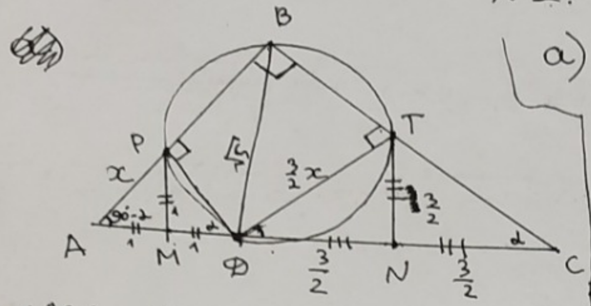
ID профиля: **851953**

Вариант 10

Чистовик.

Лист 1

№1.



а) BD – диам.; BTD и BPD – вписанные углы, опир. на BD $\Rightarrow \angle BTD = \angle BPD = 90°$.

$\triangle APD$ – прямоугольный, PM – мед. $\Rightarrow$

$\Rightarrow PM = \frac{1}{2} AD = AM = MD$.

Аналогично

$\triangle DTC$ – пр-уг., TN – мед. $\Rightarrow TN = DN = NC$.

$TN \parallel PM \Rightarrow \angle TNC = \angle PMD$ (соответственные)

$$\begin{cases} \angle TNC = \angle PMD \\ \dfrac{TN}{PM} = \dfrac{NC}{MD} \end{cases} \Rightarrow \triangle TNC \sim \triangle PMD \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle TCN = \angle PDM = \alpha$;

Из $\triangle PDA$:

$\angle PAD = 180° - 90° - \angle PDA = 90° - \alpha$

Из $\triangle ABC$:

$\angle ABC = 180° - \angle TCN - \angle PAD =$

$= 180° - \alpha - (90° - \alpha) = 90°$

Ответ: $\angle ABC = 90°$

б) $\angle ABC = \angle BPD = \angle BTD = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow BTDP$ – пр-к $\Rightarrow \begin{cases} PD = BT \\ DT = PB \end{cases}$

Пусть $AP = x$, тогда

$DT = \frac{3}{2} x$ (из подобия $\triangle APM$ и $\triangle DTN$)

Из $\triangle BDT$: $BT = \sqrt{5 - \frac{9}{4}x^2}$;

Из $\triangle APD$! $PD = \sqrt{4 - x^2} = BT$.

$\sqrt{4-x^2} = \sqrt{5 - \frac{9}{4}x^2}$

$\frac{5}{4}x^2 = 1$, $x > 0$

$x = \frac{2}{\sqrt{5}} = AP$

$BT = \sqrt{5 - \frac{9}{4}\cdot\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = PD$

$DT = \frac{3}{2}x = \frac{3}{\sqrt{5}}$

$TC \overset{*}{=} \sqrt{9 - \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{9 - \frac{9}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

(*) Из $\triangle DTC$.

$S_{BPDT} = BT \cdot TD = \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{12}{5}$

$S_{DTC} = \left(\frac{6}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}}\right) : 2 = \frac{9}{5}$

$S_{APD} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}} : 2 = \frac{4}{5}$

$S_{ABCD} = S_{BPDT} + S_{APD} + S_{DTC} = \frac{12}{5} + \frac{4}{5} + \frac{9}{5} = \frac{25}{5} = 5$

Ответ: $S_{\triangle ABC} = 5$

№ 2. Чистовик (Лист 2)

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$$

$$\cancel{(\sqrt{x+3})^2 - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} + (\sqrt{7-x})^2 + 4 = (\sqrt{x+3})^2 + (\sqrt{7-x})^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + (\sqrt{x+3})^2 - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} + (\sqrt{7-x})^2 + 4 = (\sqrt{x+3})^2 + (\sqrt{7-x})^2$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + (\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x})^2 = 6$$

Пусть $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = a$, тогда:

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$a = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} a = 2 \\ a = -3 \end{array}\right.$$

Вернёмся к x:

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2 \quad (1) \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = -3 \quad (2) \end{array}\right.$$

на следующей странице

(1) $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2$

$$\begin{cases} x+3 = 4 + 7 - x + 4\sqrt{7-x} \\ -3 \le x \le 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 4 = 2\sqrt{7-x} \\ 4 \le x \le 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 16 = 28 - 4x \quad (\star) \\ 4 \le x \le 7 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \\ x = 6 \end{array}\right.$$

$(\star)$ $x^2 - 4x - 12 = 0$

$$D/4 = 4 + 12 = 16$$

$$x = 2 \pm 4$$

Чистовик

(Лист 3)

№2 (продолжение)

(2) $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = -3$

$\sqrt{x+3} + 3 = \sqrt{7-x}$

$\begin{cases} x+12+6\sqrt{x+3} = 7-x \\ -3 \le x \le 7 \end{cases}$

$\begin{cases} 6\sqrt{x+3} = -2x-5 \\ 2{,}5 \le x \le 7 \end{cases}$

$\begin{cases} 36x+108 = 4x^2+20x+25 \quad \star \\ 2{,}5 \le x \le 7 \end{cases}$

$x = \dfrac{4+3\sqrt{11}}{2}$

$\star$ $4x^2 - 16x - 83 = 0$

$D/4 = 64 + 83 \cdot 4 =$

$= 64 + 332 = 396 = 9 \cdot 44 =$

$= 9 \cdot 4 \cdot 11$

$x = \dfrac{8 \pm 6\sqrt{11}}{4}$

$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{4+3\sqrt{11}}{2} \\ x = \dfrac{4-3\sqrt{11}}{2} \end{array} \right.$

$\dfrac{4-3\sqrt{11}}{2} < 2{,}5$

$2{,}5 < \dfrac{4+3\sqrt{11}}{2} < 7$

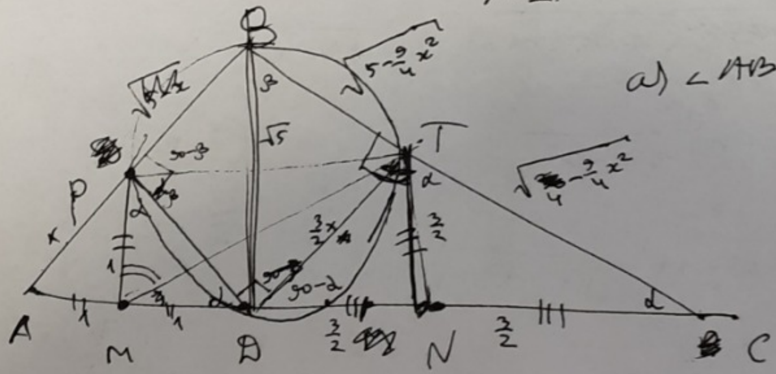
$\left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = \dfrac{4+3\sqrt{11}}{2} \end{array} \right.$

Ответ: 6; $\dfrac{4+3\sqrt{11}}{2}$

Черновик

лист 4

№1.



а) $\angle ABC - ?$

$\triangle PMD \sim \triangle TNC$

$\triangle DTN \sim \triangle APM$

$\angle ABC = 90^\circ$

б) $MP = 1$, $NT = \frac{3}{2}$; $DB = \sqrt{5}$. $S_{\triangle ABC} - ?$

$PD = \frac{2}{3}\sqrt{9 - \frac{9}{4}x^2}$

$BP = \sqrt{5 - \frac{4}{9}\left(9 - \frac{9}{4}x^2\right)} = \sqrt{5 - \frac{16}{4} + x^2} = \sqrt{x^2 + 1}$

$\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)^2 + \left(\sqrt{5 - \frac{9}{4}x^2} + \sqrt{9 - \frac{9}{4}x^2}\right)^2 = 25$

$x^2 + x^2 + 1 + 2x\sqrt{x^2+1} + 9 - \frac{9}{2}x^2 + 2\sqrt{}$

$\frac{4}{9}\left(9 - \frac{9}{4}x^2\right) + \frac{9}{4}x^2 = 5$

$4 - x^2 + \frac{9}{4}x^2 = 5$

$x^2 = \frac{4}{5}$

$x = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sqrt{5 - \frac{9}{4}x^2} = \sqrt{4 - x^2}$

$5 - \frac{9}{4}x^2 = 4 - x^2$

$\frac{5}{4}x^2 = 1$

$x = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$DT = \frac{3}{2}x = \frac{3}{\sqrt{5}}.$

$S_{BPDT} = \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{12}{5}$

$TC = \sqrt{9 - \frac{9}{5}} = \sqrt{8 - \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

$S_{DTC} = \left(\frac{6}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}}\right) : 2 = \frac{9}{5}$

$S_{APD} = \left(\frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}}\right) : 2 = \frac{4}{5}$

$BT = \sqrt{5 - \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{5}} = \sqrt{4 - \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$

$S_{ABC} = \frac{9}{5} + \frac{4}{5} + \frac{12}{5} = \frac{25}{5} = 5$

Лист 5

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

$\sqrt{x+3} + 4 = 2\sqrt{(7-x)(x+3)} + \sqrt{7-x}$

$\sqrt{x+3} + 4 = (2\sqrt{x+3} + 1)\sqrt{7-x}$

$x+3+16+8\sqrt{x+3} = (4x+12+1+4\sqrt{x+3})(7-x)$

$\frac{x+19+8\sqrt{x+3}}{7-x} = 4x+13+4\sqrt{x+3}$

$\frac{x+3-7+x}{\sqrt{x+3}+\sqrt{7-x}} = 2\sqrt{}$

$\frac{-2}{-1} = 2$

$(-\infty; 7)$

Пусть $\sqrt{x+3} = n$, $\sqrt{7-x} = k$, тогда:

$n - k + 4 = 2nk$

$k = \frac{n+4}{2n+1}$ $\quad \frac{\sqrt{x+3}+4}{2\sqrt{x+3}+1} = \sqrt{7-x}$

$-x^2+4x+21 \geq 0$

$D/4 = 4+21 = 25$

$x = \frac{2 \pm 5}{-1}$ $\quad x=-7$, $x=3$

$\sqrt{x+3} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2} + \sqrt{7-x}$

$\uparrow$ $\quad \downarrow$ на $[x_в.; +\infty)$ $\quad \downarrow$ на $(-\infty; 7]$

О.О.З: $[-7; 3]$

$\rightarrow$ $x_в. = \frac{-4}{-2} = 2$

О.О.: $[-3; 3]$

если $\exists$ реш-на $[-2; 3]$, то оно единств.

2024

211007358 (U851953 M1273731)

Черновик

Лист 6

О.О.: $[-3; 7]$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21 + 4x - x^2}$

$x+3+16+8\sqrt{x+3} = 4 \cdot 21 + 16x - 4x^2 + 7 - x + 4\sqrt{(7-x)^2(x+3)}$

$8\sqrt{x+3} = 72 + 14x - 4x^2 + 4\sqrt{(7-x)^2(x+3)}$

$4x^2 - 14x - 72 = 0$

$D/4 = 49 + 72 \cdot 4 =$

$= 49 + 288 = 337$

$\left(\sqrt{x+3} + \sqrt{7-x}\right)^2 =$

$= x+3+7-x + \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4$

$\cancel{\left(\sqrt{x+3} + \sqrt{7-x}\right)^2 = 14 + \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x}}$

$\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x}\right)^2 + 4 + \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = x+3+7-x = 6$

$\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x}\right)\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 1\right) = 6$

Пусть $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = a$, тогда:

$a(a+1) = 6$

$a^2 + a - 6 = 0$

$D = 1 + 24 = 25$

$a = \frac{-1 \pm 5}{2}$

$\left[\begin{array}{l} a = 2 \\ a = -3 \end{array}\right.$

Вернёмся к x:

$\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2 \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = -3 \end{array}\right. \\ -3 \le x \le 7 \end{array}\right.$

$\sqrt{2} + 1 = 2\sqrt{21 - 8 - 4}$

$\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x+3 = 4 + 7 - x + 4\sqrt{7-x} \\ x+3+9+6\sqrt{x+3} = 7-x \end{array}\right. \\ -3 \le x \le 7 \end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} 2x - 8 = 4\sqrt{7-x} \\ 6\sqrt{x+3} = -2x - 5 \end{array}\right. \\ -3 \le x \le 7 \end{array}\right.$

211007358 (U851953 M1273731)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007358**

ID профиля: **851953**

Вариант 10

№4 Чистовик (1)

$$\begin{cases}\dfrac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10\\ x^4+y^4+7x^2y^2=81\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6+x^4y^2+x^2y^4-10x^2-10y^2=0\\ x^4+2x^2y^2+y^4+5x^2y^2-50=31\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}6+x^2(x^2y^2-10)+y^2(x^2y^2-10)=0\\ (x^2+y^2)^2+5(x^2y^2-10)=31\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6+(x^2+y^2)(x^2y^2-10)=0\\ (x^2+y^2)^2+5(x^2y^2-10)=31\end{cases}$$

Пусть $x^2+y^2=a$, $x^2y^2-10=b$, тогда:

$$\begin{cases}ab=-6\\ a^2+5b=31\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=-\dfrac{6}{a}\\ a^2-\dfrac{30}{a}=31 \;(*)\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=-1\\ b=6\end{cases}\\ \begin{cases}a=6\\ b=-1\end{cases}\\ \begin{cases}a=-5\\ b=\frac{6}{5}\end{cases}\end{array}\right.$$

$(*)$ $a^2-\dfrac{30}{a}=31$

$a^3-31a-30=0$

$$\left[\begin{array}{l}a=-1\\ a=6\\ a=-5\end{array}\right.$$

1	0	-31	-30	-1
1	-1	-30	0	6
1	5	0		

(по схеме Горнера)

Вернёмся к $x; y$:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+y^2=-1,\ \varnothing\\ x^2y^2-10=6\end{cases}\\ \begin{cases}x^2+y^2=6\\ x^2y^2-10=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2=6-y^2\\ 6y^2-4y^4-9=0 \;(**)\end{cases},\ \varnothing\\ \begin{cases}x^2+y^2=-5\\ x^2y^2-10=\frac{6}{5}\end{cases},\ \varnothing\end{array}\right.$$

$(**)$ Пусть $y^2=n$, тогда:

$4n^2-6n+9=0$

$D/4=9-36<0$, $\varnothing$

Ответ: $\varnothing$

Чистовик 2

№ 5

$a = 68^2 = 4624$

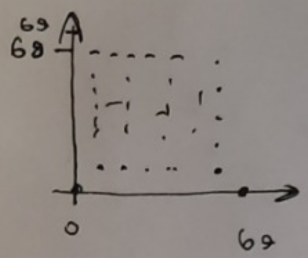
$d = 68 \cdot 2 = 136$

$p = 68 \cdot 2 - 1 = 135$

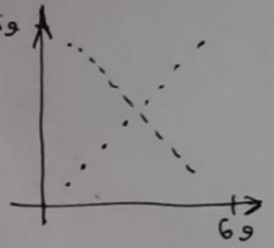
a – кол-во узлов всего

d – кол-во узлов на диагоналях

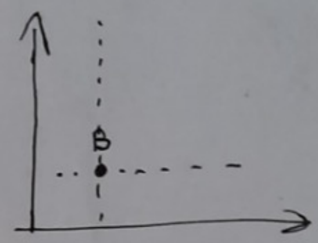
р для выбранного узла – кол-во узлов, ~~лежащих~~ одновременно с выбранным лежащих на ~~прямой~~ $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ x=0 \end{array}\right.$ (одной из прямых, // Ox или Oy



– a



– d



р для выбранного узла B

Для выбранного узла Q : $\left[\begin{array}{l} Q \in y=x \\ Q \in y=69-x \end{array}\right.$, можно выбрать $a-p-1$ узлов.

Узел Q можно выбрать d способами, значит количество вариантов выбора узла (с учётом порядка выбора!) $d(a-p-1)$.

Каждая пара узлов, таких, что оба лежат на $\left[\begin{array}{l} y=x \\ y=69-x \end{array}\right.$, причём 2-ой узел не входит в р для 1-ого, посчитана 2 раза. Найдём кол-во таких пар.

Т.к. узлов на диагонали чётное количество (68), для каждого узла ~~среди d~~ на диаг. среди $d-1$ оставшихся ровно 2 входят в р для данного узла. Искомое количество пар $\frac{d(d-1-2)}{2}$.

~~Количество вари~~

Искомое количество вариантов $d(a-p-1) - \frac{d(d-1-2)}{2} =$

$= 68 \cdot 2(68^2 - 68 \cdot 2 + 1 - 1) - \frac{68 \cdot 2(68 \cdot 2 - 3)}{2} = 136 \cdot (4624 - 136) - 4624 \cdot 2 + 68 \cdot 3 =$

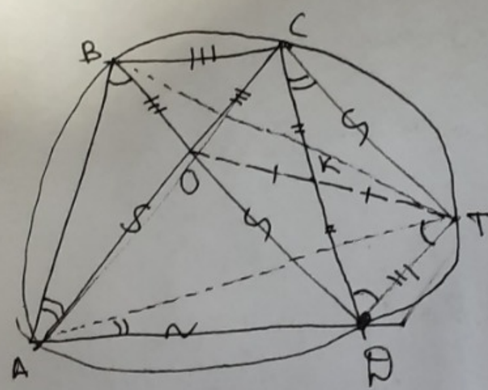
$= 136 \cdot 4488 - 9248 + 204 = 610368 - 9044 = 601324$

211007358 (U851953 M1273732)

Ответ: 601324

№6. Чистовик ③

а) $\triangle COD = \triangle AOB$ (по 2 сторонам и $\angle$ между ними) $\Rightarrow AB = CD$.



$\angle CBO = \angle ODA \Rightarrow BC \parallel AD$

$\begin{cases} AB = CD \\ BC \parallel AD \end{cases} \Rightarrow ABCD$ – р/б трапеция $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Около $ABCD$ можно описать окружность.

$OT \cap CD = K$. $\begin{cases} CK = KD \\ OK = KT \end{cases} \Rightarrow$ [redacted] $OCTD$ – п-мм. $\Rightarrow DT = CO$; $CT = DO$

[redacted] $\begin{cases} CD = AB \\ DT = BO \\ CT = AO \end{cases} \Rightarrow \triangle BOA = \triangle CDT \Rightarrow \angle CTD = \angle BOA = 180° - 60° = 120°$

$\angle CTD + \angle CAD = 120° + 60° = 180° \Rightarrow CADT$ – вписанный $\Rightarrow$

$\Rightarrow T$ лежит на окр., описанной около $ABCD$.

$\angle BAO = \angle DCT$ (из р-ва $\triangle CDT$ и $\triangle BOA$) ~~уже~~ $= \angle$ ~~TAD~~ $= \beta$ (опир. на одну TAD дугу)

~~и~~ аналогично $\angle ABO = \angle CDT = \angle ATD = \alpha$

$\angle TDA = 180° - \alpha - \beta$ ~~так~~ ; $\angle BOA = 180° - \alpha - \beta$

$\triangle BOA = \triangle TDA$ (по 2 сторонам: $DT = BO$, $AO = AD$ и углу между ними) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = AT$

аналогично $BT = AB \Rightarrow ABT$ – равност.

211007358 (U851953 M1273732)

Черновик (4)

№1.

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ (x^2+y^2)^2 + 5x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{6}{a} + b = 10 \\ a^2 + 5b = 81 \end{cases}$$

$\cancel{b = \dfrac{10a-6}{a}}$

$a^2 +$

$$\left[\begin{array}{l} \cancel{a = \sqrt{10-5b}} \\ \cancel{a = -\sqrt{10-5b}} \\ \cancel{\dfrac{6}{\frac{a}{\sqrt{10-5b}}} + b = 10} \end{array}\right.$$

$$\frac{30}{\sqrt{81-5b}} + b = 10$$

$$30 + \sqrt{b^2(81-5b)} = 10\sqrt{81-5b}$$

с „–" !

~~Пусть x~~

$$\frac{42}{x^2+y^2} - x^4 - y^4 = -71$$

$$6 + x^4y^2 + x^2y^4 = 10x^2 + 10y^2$$

$$x^4+y^4+7x^2y^2 = 81$$

$$6 + x^2(x^2y^2-10) + y^2(x^2y^2-10) = 0$$

$$\begin{cases} (x^2+y^2)(x^2y^2-10) = -6 \\ \cancel{b = \frac{10a-6}{a}} \quad (x^2+y^2)^2 + 5x^2y^2 - 50 = 31 \end{cases}$$

$$\cancel{a^2 + \frac{50a-30}{a} = 10}$$

$$\cancel{a^3 + 50a - 10a - 30 = 0}$$

$$\cancel{a^3 + 40a - 30 = 0}$$

$$\cancel{\frac{6}{a} + b = a^2 + 5b}$$

$$\begin{cases} ab = -6 \\ a^2 + 5b = 31 \end{cases}$$

$b = -\dfrac{6}{a}$

$$a^2 - \frac{30}{a} = 31$$

$$a^3 - 31a - 30 = 0$$

$a = -1$

1	0	−31	−30	
1	−1	−30	0	−1

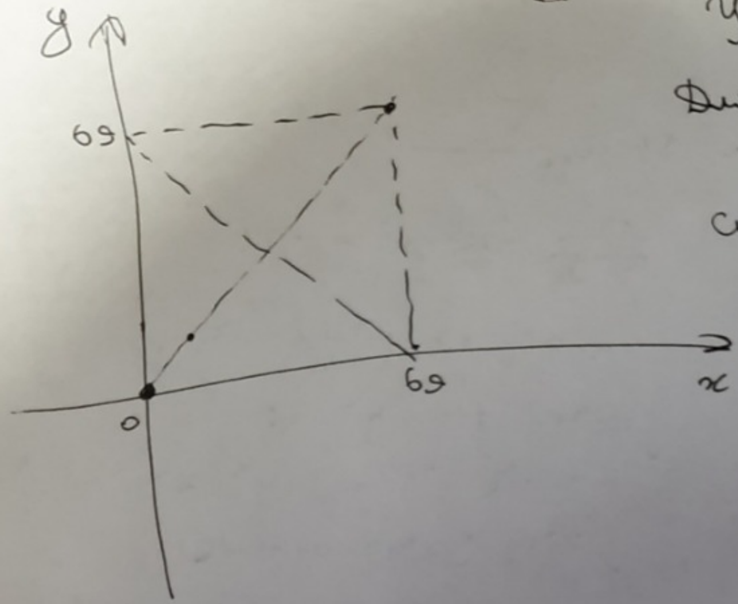
$D = 1 + 120 = 121$

$a = \dfrac{1 \pm 11}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} a = 6 \\ a = -5 \end{array}\right.$$

211007358 (U851953 M1273732)

Черновик (5)



Утв. 1. ~~Кол-во узлов~~

Для выбранного узла на $\left[\begin{array}{l} y=x \\ y=69-x \end{array}\right.$

способов выбрать 2-ой узел так, чтобы через эти 2 узла не пр. пр. // $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ x=0 \end{array}\right.$:

$(69-1)^2-(69-1)-(69-2)=$

$=b$

Из них $68\cdot 2-1 \overset{=a}{-}$ на диаг.

$(b-a)\cdot a$

136(

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times\ 68 \\ \hline 544 \\ +\ 408 \\ \hline 4624 \end{array}$$

$68\cdot 2=136$

$$\begin{array}{r} 4624 \\ -\ 136 \\ \hline 4488 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4488 \\ \times\ 136 \\ \hline 26928 \\ +\ 13464 \\ 4488 \\ \hline 610368 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 610368 \\ -\ 9044 \\ \hline 601324 \end{array}$$

$68\cdot 2-1$ – на д. без выбр.

$(68\cdot 2-1)-2$ – без 2-х // (уже вычли)

$a-d-p+2$

$\frac{d(d-3)}{2}$

$$\begin{array}{r} 4624 \\ \times\ 136 \\ \hline 27744 \\ +\ 13872 \\ 4624 \\ \hline 628864 \end{array}$$

211007358 (U851953 M1273732)

Черновик.

б

$$AB^2 = a^2 + a^2 - 2a^2 \cdot \cos 150^\circ$$

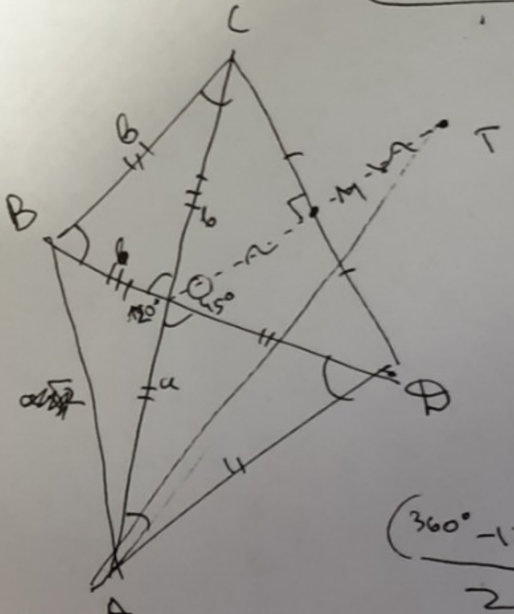
$$AB = \sqrt{2a^2 + a^2\sqrt{3}} = a\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$AT^2 = a^2 + 2a^2 - 2a^2\sqrt{2} \cdot \cos(45^\circ + 60^\circ)$$

$$\cos(45^\circ + 60^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 60^\circ =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4}$$

$$AT = \sqrt{3a^2 - a^2(1-\sqrt{3})} = a\sqrt{2+\sqrt{3}}$$



$$\frac{(360^\circ - 120^\circ)}{2} = 120^\circ$$

ABCD − р/б трап.