Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007329**

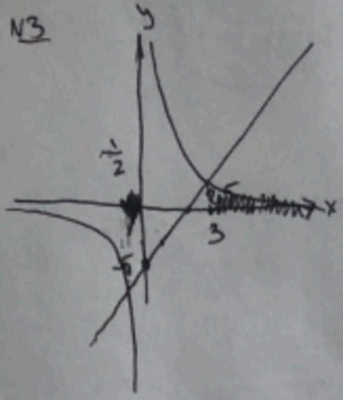
ID профиля: **284718**

Вариант 10

Черновик Мат. 10 кл, Вар 10 часть 1

$14a^2 ? - 4a^2 - 4a^2 - 12a^2$

№3



$y = 2x - 5$

$5a^2 + 4$

$5a^2 + 8a^2 + a^2$

$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$

$\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 8$

$4x^2 - 4xy + y^2 +$

$-x^2 - 4xy + \frac{1}{2}y^2 + x^2 + 12ax + a^2 + \frac{1}{2}y^2 - 4ay + 1a^2 = 0$

$a + b = 8$ $\sqrt{ae} = 2 \Rightarrow ae = 4$ $ae = 4$ $ae = 4$

$c + d = 5$ $\sqrt{bc} = 6$ $bc = 36$ $(8-a)c = 36$ $8c - ac = 36$

$e + f = 1$ $\sqrt{df} = 2$ $df = 4$ $(5-c)(1-e) = 4$ 5

a

$e = \frac{4}{a}$ $c = \frac{36}{8-a}$ $\left(5 - \frac{36}{8-a}\right)\left(1 - \frac{4}{a}\right) = 4$

$40a - 160 - 5a^2 + 20a - 36a + 144 = 32a - 4a^2$

$(40 - 5a - 36)(a - 4) = 32a - 4a^2$

$a = 4$ $b = 8$ $c =$ $(40 - 20 - 36) \cdot 0 = 4(32 - 16)$

$e = 1$

$a^2 + 32a - 20a - 40a + 36a + 160 + 144 = 0$

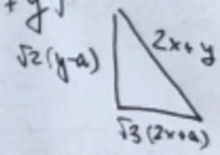
$a^2 + 8a + 16 = 0$

$(a + 4)^2 = 0$ $\underline{a = 4}$

$a = -4$ $b = 12$ $e = -1$ $f = 2$ $c = 3$ $d = 2$

$-(x^2 + 4xy + y^2) + 12x^2 + 12ax + 3a^2 + 2y^2 - 4ay + 2a^2 = 0$

$\cancel{(\sqrt{2}y - \sqrt{2}a)^2 + 3(}$ $2(y-a)^2 + 3(2x+a)^2 = (2x+y)^2$



$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0$

$y = x^2 - 2ax + a^2 + \frac{3}{a}$ верш: $x = \frac{2a}{2} = a$ $y = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{3}{a} = \frac{3}{a}$

$\frac{3}{x} = 2x - 5$ $\frac{2x^2 - 5x - 3}{x} = 0$ $D = 25 + 6 \cdot 4 = 49$ $x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4} = \left[\begin{array}{l} 3 \\ -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

$\exists y > 2x - 5$

$x = ka$ $y = ma$

$5a^2 - 4ma^2 + 8k^2a^2 - 4kma^2 + m^2a^2 + 12ka^2 = 0$

$5 - 4m + 8k^2 - 4km + m^2 + 12k = 0$

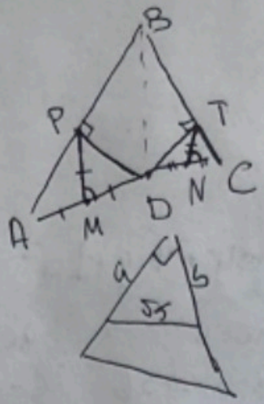
$y - a = 2x + a$ $2x - y = -2a$ $\sqrt{5}(y-a) = (2x+y)$ $2x = \sqrt{5}y - y - \sqrt{5}a$

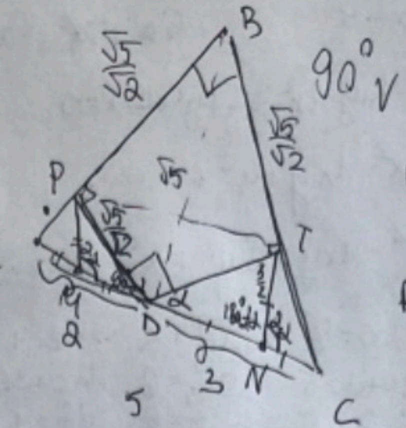
$\sqrt{5}y - 2y - \sqrt{5}a = -2a$ $\sqrt{5}(2x+a$

$y = \frac{-(\sqrt{5}+2)a}{\sqrt{5}-2} = \frac{-(5+4-4\sqrt{5})a}{.} = -(9 - 4\sqrt{5})a$ $x =$

Черновик Математика 10кл Вариант 10 ч.1

N1





90° ✓

б) $MP = 1$ $NT = \frac{3}{2}$ $BD = \sqrt{5}$

$AP = \sqrt{4 - 2{,}5} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

$TC = \sqrt{3 - 2{,}5} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$S_{ABC} = AB \cdot BC \cdot \frac{1}{2} = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right)\left(\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}}\right)\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 2}(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{1} + \sqrt{5})$

N2

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{21+4x-x^2} - 4$

$\begin{cases} x+3+7-x-2\sqrt{-x^2+21+4x} = 4(21+4x-x^2)+16-16\sqrt{21+4x-x^2} \\ x+3 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \end{cases}$ $t = \ldots$

$10 - 2t = 4t^2 + 16 - 16t$

$4t^2 - 14t + 6 = 0$

$2t^2 - 7t + 3 = 0$

$D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25$ $t_{1,2} = \frac{7 \pm 5}{4} = \left[\begin{array}{l} 3 \\ \frac{1}{2} \end{array}\right.$

$\sqrt{-x^2+21+4x} = 3$

$-x^2 + 4x + 21 - 9 = 0$

$D = 16 + 4 \cdot 12 = 4 \cdot 16 = 8^2$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 8}{-2} = 2 \pm 4 = \left[\begin{array}{l} 6 \\ -2 \end{array}\right.$

$\sqrt{6+3} - \sqrt{7-6} + 4 = 2 \cdot \sqrt{21+4x-x^2}$ ✓

$\to \sqrt{-2+3} - \sqrt{7+2} + 4 =$ ✗✗

$-4+21 \to 17-8=9$

$\sqrt{-x^2+21+4x} = \frac{1}{2}$

$-x^2+21+4x = \frac{1}{4}$ $\cancel{-4x^2+84+16}$ $\cancel{82{,}75}$ $20{,}75$ $80+0{,}75 \cdot 4 = 83+16 = 89+$ 99

$-x^2+4x+20{,}75 = 0$

$D = 16 + 4 \cdot 20{,}75 = 4 \cdot (4 + 20{,}75) = 99$ $x_{1,2} = \frac{4 \pm 3\sqrt{11}}{2} = 2 \pm \frac{3}{2}\sqrt{11}$

1 $\to$ $2 \cdot \frac{1}{2} - 4 = -3$ $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = \sqrt{5+\frac{3}{2}\sqrt{11}} - \sqrt{5-\frac{3}{2}\sqrt{11}} = \left(5+\frac{3}{2}\sqrt{11}\right)^2$

$>0 \to$ не подх.

2 $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = \sqrt{5-\frac{3}{2}\sqrt{11}} - \sqrt{5+\frac{3}{2}\sqrt{11}}$ <0

$(\;)^2 = 10 - 2\sqrt{25 - \frac{99}{4}}$

$10 - 2\sqrt{0{,}25} = 10 - 1 = 9$

$5 - \frac{3}{2}\sqrt{11} \geq 0$

$5 \;?\; \frac{3}{2}\sqrt{11}$

$10 \;?\; 3\sqrt{11}$

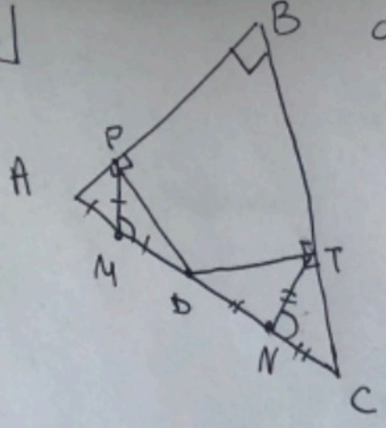
$100 \geq 99$

Ответ: 6 и $2 - \frac{3}{2}\sqrt{11}$

211007329 (U284718 M1278174)

Чистовик Математика 10кл Вариант 10ч.1 (Лист №1)

№1



а) 1. Т.к BD - диаметр, то $\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle APD = \angle DTC = 90^\circ$

PM - мед. в $\triangle$ Δ-ке $\Rightarrow PM = AM = MD$

TN - мед в $\triangle$ Δ-ке $\Rightarrow TN = DN = NC$

$PM \parallel TN \Rightarrow \angle TNC = \angle PMD = 2\alpha$

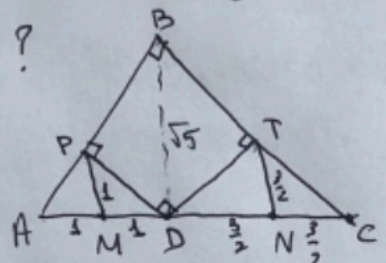
$\angle TNC$ - внешн в р/б Δ-ке $DNT \Rightarrow \angle TDN = \alpha$

ΔPMD - р/б $\Rightarrow \angle PDM = \frac{180^\circ - \angle PMD}{2} = 90^\circ - \alpha$

$\angle PDT = 180^\circ - \angle PDM - \angle TDN = 90^\circ$ т.к 4уг BPDT вписс, то $\angle PBT = 180^\circ - \angle PDT = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$

б) S_{ABC} - ?



$AC = 2PM + 2TN = 5$

т.к. PBTD прямоугольник

$BT = PD$, $PB = DT$ $PT = BD = \sqrt{5}$

$PD \parallel BC$

$\Rightarrow \Delta APD \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{PD}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{2}{5} = \frac{BT}{BC}$ $\quad$ $\rfloor$ $BT = a$, $PB = b$

Аналогично $\Delta DTC \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{DT}{AB} = \frac{DC}{AC} = \frac{3}{5} = \frac{PB}{AB}$

$\Downarrow$

$a^2 + b^2 = 5$ из Δ-ка PBT

из Δ-ка APD: $AP = \sqrt{4 - a^2}$

из Δ-ка DTC: $TC = \sqrt{9 - b^2}$

$\Rightarrow \frac{a}{a + \sqrt{9 - b^2}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{\sqrt{9-b^2}}{a} = \frac{3}{2}$

$\frac{\sqrt{4-a^2} + b}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{4-a^2}}{b} = \frac{2}{3}$ $\quad b = \sqrt{5 - a^2}$

$\Rightarrow \sqrt{4-a^2} \cdot 3 = 2\sqrt{5-a^2} \Rightarrow 9 \cdot (4 - a^2) = 4 \cdot (5 - a^2) \Rightarrow 36 - 9a^2 = 20 - 4a^2$

$16 = 5a^2 \Rightarrow a = \frac{4}{\sqrt{5}}$

$b = \sqrt{5 - \frac{16}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$ $\quad AB = AP + BP = \sqrt{4 - \frac{16}{5}} + \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{2+3}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

$BC = BT + TC = \frac{4}{\sqrt{5}} + \sqrt{9 - \frac{9}{5}} = \sqrt{\frac{36}{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

$S_{ABC} = AB \cdot BC \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 5$

(т.к. это $\triangle$ Δк)

Ответ: а) $\angle ABC = 90^\circ$ б) $S_{ABC} = 5$

211007329 (U284718 M1278174)

Чистовик Математика 10кп вариант 10 часть 1 Лист № 2

№ 2)

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$$

$\Downarrow$

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=2\sqrt{21+4x-x^2}-4 \quad |\wedge 2$$

$\Downarrow$

$$x+3+7-x-2\sqrt{21+4x-x^2}=4(21+4x-x^2)+16-16\sqrt{21+4x-x^2}$$

$$t=\sqrt{21+4x-x^2}$$

$\Rightarrow 10-2t=4t^2+16-16t \Rightarrow 4t^2-14t+6=0 \Rightarrow 2t^2-7t+3=0$

$D=49-4\cdot2\cdot3=25$

$\Rightarrow t_{1,2}=\frac{7\pm5}{4}=\left[\begin{array}{l}3\\ \frac{1}{2}\end{array}\right.$

1 случай $t=3 \Rightarrow \sqrt{-x^2+21+4x}=3 \Rightarrow -x^2+4x+21-9=0 \quad D=16+4\cdot12=8^2 \quad x_{1,2}=\frac{-4\pm8}{-2}=\left[\begin{array}{l}6\\-2\end{array}\right.$

Если $x=6$, то $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=3-1+4=6=2\sqrt{21+4x-x^2}=6 \Rightarrow x=6$ подходит

Если $x=-2$, то $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=1-3+4=2\neq2\sqrt{21+4x-x^2}=6 \Rightarrow x=-2$ не подходит

2 случай $t=\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{-x^2+21+4x}=\frac{1}{2} \Rightarrow -x^2+21+4x=\frac{1}{4} \Rightarrow -x^2+4x+20{,}75=0$

$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{4\pm3\sqrt{11}}{2}=2\pm\frac{3}{2}\sqrt{11} \quad D=16+4\cdot20{,}75=99$

Если $x=2+\frac{3}{2}\sqrt{11}$ $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=\sqrt{5+\frac{3}{2}\sqrt{11}}-\sqrt{5-\frac{3}{2}\sqrt{11}}>0$ т.к. $5+\frac{3}{2}\sqrt{11}>5-\frac{3}{2}\sqrt{11}$

(т.к. $5\cdot2>3\sqrt{11}$ (т.к. $100>99$), то выражение под корнем >0)

а $2\sqrt{21+4x-x^2}-4=1-4=-3<0 \Rightarrow x=2+\frac{3}{2}\sqrt{11}$ не подходит

Если $x=2-\frac{3}{2}\sqrt{11}$, то $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=\sqrt{5-\frac{3}{2}\sqrt{11}}-\sqrt{5+\frac{3}{2}\sqrt{11}}<0$ т.к. $5+\frac{3}{2}\sqrt{11}>5-\frac{3}{2}\sqrt{11}$

$\left(\sqrt{5-\frac{3}{2}\sqrt{11}}-\sqrt{5+\frac{3}{2}\sqrt{11}}\right)^2=10-2\sqrt{(5-\frac{3}{2}\sqrt{11})(5+\frac{3}{2}\sqrt{11})}=10-2\sqrt{25-\frac{99}{4}}=9 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=-3=2\sqrt{21+4x-x^2}-4 \Rightarrow x=2-\frac{3}{2}\sqrt{11}$ подходит

$\Rightarrow$ Ответ $x=\left[\begin{array}{l}6\\ 2-\frac{3}{2}\sqrt{11}\end{array}\right.$

Чистовик Математика 10 кл Вариант 10 часть 1 (Лист N 3)

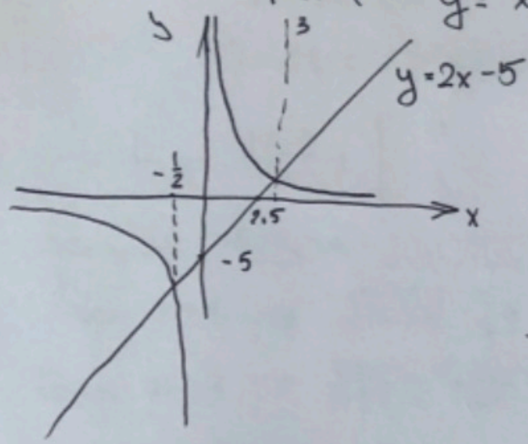
N 3|

Ур-е А: $5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0$

$\Rightarrow -(4x^2+4xy+y^2)+12x^2+12ax+3a^2+2y^2-4ay+2a^2=0$

$\Rightarrow 2(y-a)^2+3(2x+a)^2=(2x+y)^2$

Ур-е В: парабола $y=x^2-2ax+a^2+\frac{3}{a}$ вершина В: $x=\frac{2a}{2}=a$ $y=a^2-2a^2+a^2+\frac{3}{a}=\frac{3}{a}$



$\frac{3}{x}=2x-5 \Rightarrow \frac{2x^2-5x-3}{x}=0$ $\quad D=25+6\cdot 4=49$

$x_{1,2}=\frac{5\pm 7}{4}=\left[\begin{array}{l}3\\ -\frac{1}{2}\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ т. В лежит над прямой, если

$a\in(-\frac{1}{2};0)\cup(3;+\infty)$

т. В лежит над прямой, если

$a\in(-\infty;-\frac{1}{2})\cup(0;3)$

Часть 2

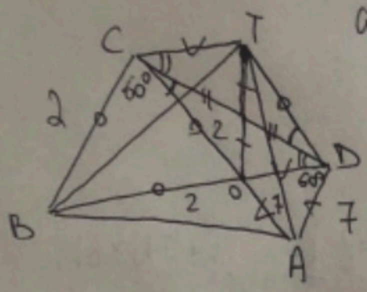
Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007329**

ID профиля: **284718**

Вариант 10

Черновик Математика 10кл. часть 2 вариант 10



а) Д-но.

б) $S_{BCTDA} = S_{ABT} + 2S_{BOA} = S_{ABCD} + S_{BOA}$

$\Rightarrow S_{ABT} = S_{ABCD} - S_{BOA}$

$\frac{S_{BOC}}{S_{BOA}} = \frac{2}{7}$ $S_{DOA} = \frac{7}{2} S_{BOA}$

7·11+14
7(7+4)+4
7·7

$S_{ABCD} = 2S_{BOA} + \frac{7}{2}S_{BOA} + \frac{2}{7}S_{BOA}$

$S_{ABT} = S_{BOA}\left(1 + \frac{7}{2} + \frac{2}{7}\right)$

$\Rightarrow \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{1+\frac{7}{2}+\frac{2}{7}}{2+\frac{7}{2}+\frac{2}{7}} = \frac{\frac{14+49+4}{14}}{\frac{28+49+4}{14}} = \frac{67}{81}$

53

64
64 24

68.

$$\begin{array}{r} 66 \\ \times\ 66 \\ \hline 396 \\ 396\ \ \\ \hline 4356 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 4356 \\ 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4356 \\ +\ 4356 \\ \hline 8712 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8712 \\ +\ 133 \\ \hline 8845 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8845 \\ \times\ 68 \\ \hline 70760 \\ 53070\ \ \\ \hline 601460 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ +\ 14 \\ \hline 67 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ +\ 28 \\ \hline 81 \end{array}$$

Черновик Математика 10кл часть 2 Вариант 10

N4
$$\begin{cases}\frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10\\ x^4+y^4+7x^2y^2=81\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10\\ \end{cases}$$

$$x^4+y^4-81=\frac{42}{x^2+y^2}-70$$

$$\begin{cases}(x^2+y^2)^2+5x^2y^2=81\\ \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10\end{cases}$$

$$a^2+5b=81$$
$$\frac{6}{a}+b=10$$
$$81-a^2=50-\frac{30}{a}$$
$$\frac{31a-a^3+30}{a}=0$$

$D=1+120=121$

$$a_{1,2}=\frac{-1\pm 11}{-2}=\left[\begin{matrix}6\\-5\end{matrix}\right.$$

$$\frac{(a+1)(-a^2+a+30)}{a}=0$$

$$\Rightarrow a=\left[\begin{matrix}-1\\6\\-5\end{matrix}\right. \quad a=x^2+y^2 \Rightarrow a=6$$

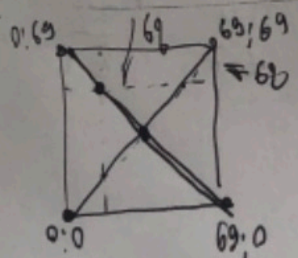
$$b=\frac{81-a^2}{5}=\frac{81-36}{5}=9$$

$x^2y^2=9$, $x^2+y^2=6$

$ab=9$
$a+b=6$ $\quad a+\frac{9}{a}=6 \quad \frac{a^2-6a+9}{a}=0 \quad \frac{(a-3)^2}{a}=0 \Rightarrow a=3 \quad b=3$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{3} \quad y=\pm\sqrt{3}$

N5



1сл. 1 на осях $\quad 68^2$ $\quad 120+16=136$

$$68\cdot 2\cdot(68^2-2\cdot 68-68-68)=68^2\cdot 2\,(68-4)$$

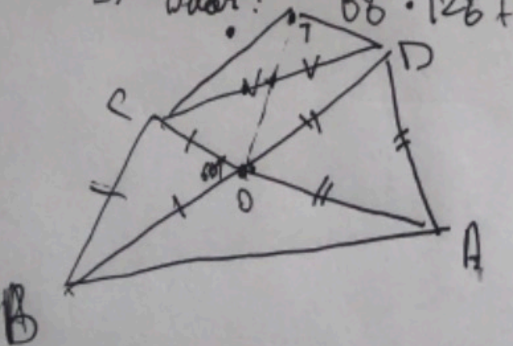
66, не 68 $\quad 68^2\cdot 2\cdot 64$

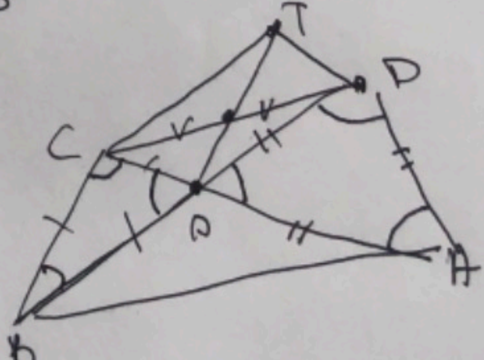
2сл. 2 на осях

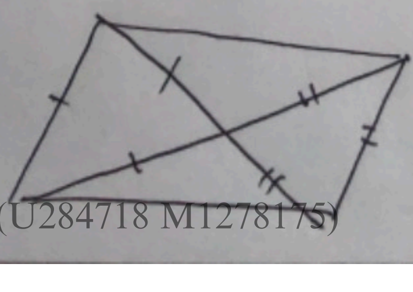
всего пар $\frac{136\cdot 135}{2}-2\cdot 68=68\cdot 135-2\cdot 68=68\cdot(133)$

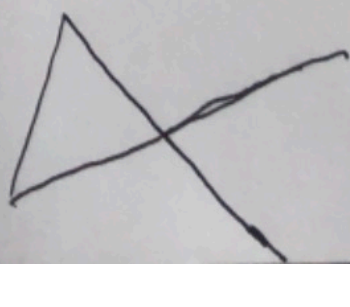
$\Rightarrow$ Ответ: $68^2\cdot 128+68\cdot 133$

N6









Чистовик Математика 10кл. часть 2 Вариант 10

Лист №1

№ 41

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2=81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ x^4+2x^2y^2+y^4+5x^2y^2=81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ (x^2+y^2)^2+5x^2y^2=81 \end{cases}$$

Сделаем замену $a=x^2+y^2$ и $b=x^2y^2$

Тогда $a^2+5b=81 \Rightarrow 5b=81-a^2$ и $\frac{6}{a}+b=10 \Rightarrow 5b=50-\frac{30}{a}$

$\Rightarrow 81-a^2=50-\frac{30}{a} \;|\cdot a \Rightarrow \frac{81a-50a+30-a^3}{a}=0 \Rightarrow \frac{-a^3+31a+30}{a}=0$

$\Rightarrow \frac{(a+1)(-a^2+a+30)}{a}=0$ $D=1+120=11^2$ $a_{1,2}=\frac{-1\pm 11}{-2}=\left[\begin{array}{l} 6 \\ -5 \end{array}\right. \Rightarrow a=\left[\begin{array}{l} -1 \\ 6 \\ -5 \end{array}\right.$

$a=-1$

т.к. $a=x^2+y^2 \geqslant 0$, то единств подх. вариант $\rightarrow a=6$ $b=10-\frac{6}{a}=9$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2y^2=9 \\ x^2+y^2=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=\frac{9}{y^2} \\ \frac{9}{y^2}+y^2=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=\frac{9}{y^2} \\ \frac{y^4-6y^2+9}{y^2}=0 \end{cases} \sim D=36-36=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=\frac{9}{y^2} \\ \frac{(y^2-3)^2}{y^2}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2=3 \\ x^2=3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Ответ: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases} \end{array}\right.$

211007329 (U284718 M1278175)

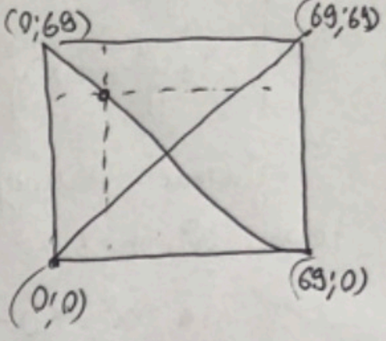
Чистовик Математика 10кл часть 2 Вар.10

Лист №2

№5

Квадрат с верш 0;0 и 69;69 => внутри 68^2 узлов сетки

На прямой $y=x$ лежат узлы от 1;1 до 68;68 => 68 штук



НА прямой $y=69-x$ лежат узлы от 1;68 до 68;1 => 68 штук

2;67

Заметим, что эти прямые не пересекаются по узлам сетки

Пересечение $y_{пер}=x_{пер}$ и $y_{пер}+x_{пер}=69 \Rightarrow y_{пер}=x_{пер}=\frac{69}{2}$) не целое число

Способы выбрать узлы:

1. 1 из узлов лежит на одной из прямых, а второй нет

Тогда выбрать первый узел есть $68\cdot2$ варианта

Второй узел не лежит ни на одной из указанных прямых ($2\cdot68$ варианта)

и он также не лежит на одной вертикали и горизонтали с первым

(всего на 1 линии и любой из коорд осей 68 узлов, но два из них мы уже посчитали

ведь они на прямых $y=x$ и $y=69-x$ => $2\cdot66$ вар-та)

=> Выбрать второй узел $68^2-2\cdot68-2\cdot66$ вар-та

=> кол-во вар-тов 1 способом: $2\cdot68\,(68^2-2\cdot68-2\cdot66)=2\cdot68\,(68\cdot66-2\cdot66)$

$=2\cdot68\cdot66^2$

2. Оба узла лежат на ~~...~~ прямых $y=x$, $y=69-x$ перв. узел, 2 узел

Всего вар-тов выбрать с них 2 узла: $\frac{2\cdot68\cdot(2\cdot68-1)}{2}=68\cdot135$ способа

2 ← т.к. не важен порядок

Нам не подойдут пары, что лежат на 1 гор-ли или вертикали

(т.к. такие пары точно включают 1 точку с $x=y$ и 1 с $y=69-x$), то

можно сказать, что для каждой из 68 точек на $x=y$ есть по 2 таких на $y=69-x$

(одна на верт и 1 на гор, что составляют неподх. пару => неподх. пар всего $68\cdot2$

=> всего вар-тов 2 способом $68\cdot135-2\cdot68=68\cdot133$

=> Всего способов: $2\cdot68\cdot66^2+68\cdot133=68\cdot(2\cdot66^2+133)=601460$

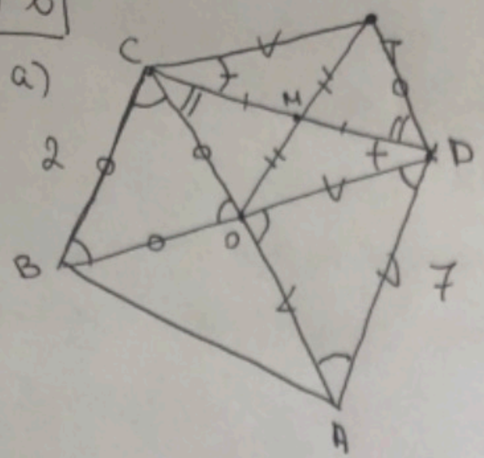
Ответ: Всего $2\cdot68\cdot66^2+68\cdot133=68(2\cdot66^2+133)=601460$ способа

Чистовик Математика 10кл Часть 2 Вариант 10

Лист N 3

N 6

а)



1. T → симм. O отн середины CD → M

$\triangle CMO = \triangle DMT$ по I пр-ку ($CM=MD$, $OM=MT$, $\angle CMO = \angle DMT$)

⇓

$CO = TD = CB = BO$ (из $\triangle CBO$ → р/ст)

$\angle \cancel{OD}CM = \angle MDT$ и ⇒ $CO \parallel TD$

⇒ $CODT$ - параллелограмм

⇒ $\angle CDO = \angle DCT$ и $CT = OD = DA = OA$ (из $\triangle ODA$ - р/ст)

Тогда $BC = TD$, $CT = DA$, $\angle BCT = \cancel{6}\ \overset{=60^\circ}{\angle BCO} + \overset{\angle TDC}{\angle OCD} + \overset{=\angle CDO}{\angle DCT} =$

$= \angle ODA + \angle TDC + \angle CDO = \angle TDA$

⇒ $\triangle BCT = \triangle TDA$ по I пр-ку ⇒ $BT = TA$

$\angle OCT = \angle DOA$ т.к. $CT \parallel OD$ (из паралл. $OCTD$) ⇒ $\angle OCT = 60^\circ$ ⇒ $\angle BCT = \angle OCT + \angle BCO = 120^\circ$

$\angle BOA = 180^\circ - \angle COB = 120^\circ = \angle BCT$, $BO = BC$, $OA = CT$ ⇒ $\triangle BOA = \triangle BCT$ по I пр-ку

⇒ $\triangle BCT = \triangle BOA = \triangle TDA$ ⇒ $BT = TA = BA$ ⇒ $\triangle ABT$ - правильный Δ-ко!

б) $BC = CO = BO = TD = 2$ $AD = OD = OA = CT = 7$

Заметим, что $\triangle COD = \triangle BOA$ т.к. $CO = BO$, $OD = OA$, $\angle COD = \angle BOA$ ($I_{пр}$)

и $\triangle DTC = \triangle COD = \triangle BOA$ т.к. $CTDO$ → параллелограмм ($TD = CO$, $CT = OD$, $\angle CTD = \angle COD$)

⇒ $\triangle BCT = \triangle BOA = \triangle TDA = \triangle DTC = \triangle COD$ ⇒ $S_{BCT} = S_{BOA} = S_{TDA} = S_{DTC} = S_{COD} = S_1$

$S_{ABCTD} = S_{ABCD} + S_{DTC} = S_{ABCD} + S_1 = S_{ABT} + S_{BCT} + S_{TDA} = S_{ABT} + 2S_1$

в $\triangle BCO$ и BOA общ. высота на основания CO и OA ⇒ $\frac{S_{BCO}}{S_{BOA}} = \frac{CO}{OA} = \frac{2}{7}$ ⇒ $S_{BCO} = \frac{2}{7} S_1$

Аналогично $S_{DOA} = \frac{OA}{OC} \cdot S_{DOC} = \frac{7}{2} S_1$

⇒ $S_{ABCD} = S_{OBC} + S_{COD} + S_{ODA} + S_{BOA} = 2S_1 + \frac{7}{2} S_1 + \frac{2}{7} S_1$

$S_{ABT} = S_{ABCD} + S_1 - 2S_1 = S_1 + \frac{7}{2} S_1 + \frac{2}{7} S_1$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\cancel{S_1}(1 + \frac{7}{2} + \frac{2}{7})}{\cancel{S_1}(2 + \frac{7}{2} + \frac{2}{7})} = \frac{\frac{14+49+4}{\cancel{14}}}{\frac{28+49+4}{\cancel{14}}} = \frac{67}{81}$$

Ответ: а) Доказано б) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{67}{81}$

211007329 (U284718 M1278175)