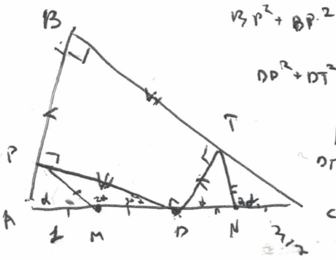
Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007321**

ID профиля: **296518**

Вариант 10



$\sqrt{5}$

$BP^2 + BP^2 = 5$

$DD^2 + DT^2$

$4 \cdot 1 = 4$

$PD = 2 \cdot \sin\alpha$

$DT = 3\cos\alpha \cdot 3$

$9\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha = 5$

$5\cos^2\alpha + (4\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha) = 5$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad 5\cos^2\alpha = 1$

$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\quad AP = 2\cos\alpha$ $\quad AB = AP + PB = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

$BC = BT + TC = \frac{4}{\sqrt{5}} + \frac{6}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$ $\quad 10$ (5)

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

$(7-x)(x+3) = 7x - x^2 - 3x + 21$

$21 + 4x - x^2$

$\sqrt{x+3}$

$\sqrt{a} - \sqrt{10-a} + 4 = 2\sqrt{a(10-a)}$

$a - b - 2ab + 4 < 0$

$a(1-2b) = (b-4)$

$a = \frac{b-4}{1-2b} = 10 - b$

$0 \le b \le 10$

$b > 0, < 10$

$\frac{1}{2} < b \le 4$

$b - 4 = (10-b)(1-2b) = 10 + 2b^2 - 21b$

$D = \frac{11 \pm \sqrt{121-56}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{65}}{2}$ $\quad 2b^2 - 22b + 14$

$b^2 - 11b + 14$

$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$

~~$16 \cdot 6 + 32 \cdot 4 = 60 + 56$~~

$-96 + 128 = 32$

$8x^2 + x(12a - 4y) + (5a^2 - 4ay + y^2) = 0$

$4y - 12a \pm \sqrt{16(9a^2 + y^2 - 6ay) - 32(5a^2 - 4ay + y^2)}$ $= (16 \cdot 9 - 32 \cdot 5)a^2 + (16 - 32)y^2 + (16 \cdot 6 + 32 \cdot 4)ay$

$4y - 12a \pm \sqrt{16(-a^2 + 2ay - y^2)} \Rightarrow y = a$ $\quad 4y - 12a = \frac{-8a}{16} = -a/2 \Rightarrow (-\frac{a}{2}; a)$ $\quad 2x - 5 = y$

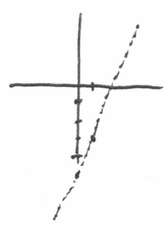
$2x = -y$

$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0;$ $\quad -\frac{b}{2a} = const = \frac{2a^2}{2a} = a$ ~~$a^3 - 2a^3 - ay + a^3 + 3 = 0$~~ $\quad -3a^3 - ay + 3 = 0$

~~$ax^2 + bx + c$ $\quad a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a}$~~ $\quad -ay + 3 = 0.$ $\quad y = \frac{3}{a}$ $\quad (a; \frac{3}{a})$

$5a^2 - 4 \cdot a \cdot a + 8 \cdot \left(-\frac{a}{2}\right)\left(-\frac{a}{2}\right) - 4 \cdot a \cdot \left(-\frac{a}{2}\right) + a^2 + 12 \cdot a\left(-\frac{a}{2}\right) = 5a^2 - 4a^2 + 2a^2 + 2a^2 + a^2 - 6a^2 = 0$!

$a \cdot a^2 - 2a^2 \cdot a - a^2 + a^3 + 3 = 0$ $\quad \left(-\frac{a}{2}; a\right)$ $\quad \left(a; \frac{3}{a}\right)$



$-\frac{a}{2}$ $\quad$ (a) $\to -a-5$

$2a < -5$ $\quad a < -2{,}5 < 0$

$a \; ? \; -a-5$ $\quad 2a \; ? \; 5$

$\frac{3}{a} \; ? \; 2a-5$ $\quad -2a + \frac{3}{a} \; ? \; -5$

$-2a + \frac{3}{a} < -5 \Leftrightarrow 2a^2 - 5a - 3 < 0$

$\frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4}$ $\quad -\frac{1}{2}$ $\quad 3$ $\quad \left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

$a > 0$ $\quad 2a^2 - 5a - 3 -$

$a < 0$

10

$a + (10-a) - 2\sqrt{a(10-a)} = 4a(10-a) + 16 - 8\sqrt{a(10-a)}$

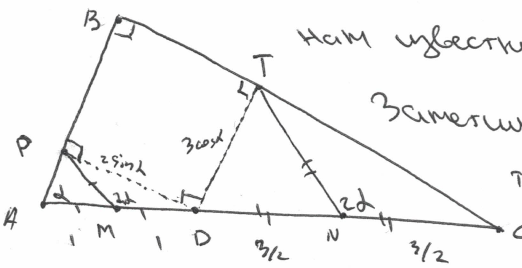
$\alpha^2 + \beta^2 = 10$ $\quad 40a - 4a^2 + 6 - 6\sqrt{a(10-a)} = 0$

ЧЕРНОВИК

Чистовик ①

~~Вариант 10~~ Вариант 10 Часть 1

Задача 1.



Нам известно, что $PM \parallel TN$.

Заметим, что если DB диаметр, то $\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$ тогда $\triangle APD$ и $\triangle DTC$ прямоугольные, причём M и N – середины гипотенуз $\Rightarrow$

$\Rightarrow PM = AM = MD$ и $TN = DN = CD$. Пусть, $\angle BAC = \alpha$; тогда $\angle APM = \alpha$; $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle PMD = 2\alpha = \angle TNC = 2\alpha$ (т.к. $PM \parallel TN$) $\Rightarrow \angle NCT = \dfrac{180^\circ - \angle TNC}{2}$ т.к. $\triangle NCT$ равнобедренный $\Rightarrow \angle NCT = \dfrac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle ACB = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle ABC = 180^\circ - \angle ACB - \angle CAB =$

$= 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ$, т.е. $\angle ABC$ – прямой, $\Rightarrow \angle PDT = 90^\circ$ (т.к. дополняет угол PBT до 180° (вписанность)) $\Rightarrow BPDT$ прямоугольник, и $BT = PD$ и $BP = DT$.

$MP = 1 \Rightarrow AM = 1$ и $DM = 1 \Rightarrow AD = 2 \Rightarrow DP = AD \cdot \sin\alpha = 2\sin\alpha$; $NT = \frac{3}{2} = CN = DN \Rightarrow DC = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3$;

отсюда $TD = DC \cdot \sin \angle TCD = 3 \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = 3\cos\alpha$; если $PBTD$ прямоугольник, то $BD = PT$, т.к. диагонали прямоугольника равны $\Rightarrow PT = BD = \sqrt{5} \Rightarrow PD^2 + DT^2 = PT^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$.

$PD^2 + DT^2 = (2\sin\alpha)^2 + (3\cos\alpha)^2 = 5 = 4\sin^2\alpha + 9\cos^2\alpha = 4\sin^2\alpha + 4\cos^2\alpha + 5\cos^2\alpha = 4 + 5\cos^2\alpha = 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow 5\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ т.к. $0 < \alpha < 90^\circ$; $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$;

~~Замет~~ $\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow AB = AC \cdot \cos\alpha = (AD + DC)\cos\alpha = (2+3)\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$;

$BC = AC \cdot \sin\alpha = 5 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{\cancel{AB} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin ABC}{2} = \dfrac{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 1}{2} = 5$

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$; $S_{ABC} = 5$

Чистовик (2)

Вариант 10 Часть 1

Задача 3

точка задаётся ур-нием $5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0$

$8x^2+x(12a-4y)+(5a^2-4ay+y^2)=0$ ~~$x_{1,2}=\frac{4y-12a\pm\sqrt{D}}{...}$~~

$D=16(3a-y)^2-4\cdot 8(5a^2-4ay+y^2)=16(9a^2+y^2-6ay)-32(5a^2-4ay+y^2)=$

$=a^2(16\cdot 9-32\cdot 5)+ay(-16\cdot 6+32\cdot 4)+y^2(16-32)=-16a^2+32ay-16y^2=$

$=-4(a-y)^2\geq 0$ т.к. у уравнения есть решение - координаты т. A. т.е. $-4(a-y)^2\geq 0$, но квадрат со знаком $-$ $\leq 0\Rightarrow -4(a-y)^2=0\Rightarrow$

$\Rightarrow y=a$; $\Rightarrow x=\frac{4y-12a\pm\sqrt{D}}{2\cdot 8}=\frac{4a-12a}{16}=\frac{-8a}{16}=-\frac{a}{2}$, это уравнение задаёт точку $(-\frac{a}{2};a)=A$

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+3=0$. координата вершины по оси Ox x_0

$\frac{-(-2a^2)}{2\cdot a}=\frac{2a^2}{2a}=a$ ~~(разберём позже)~~ [если $a=0$, то уравнение сведется к равенству $3=0$, которое неверно $\Rightarrow a\neq 0$.]

т.е. $x=a$; подставим: $a\cdot a^2-2a^2\cdot a-ay+a^3+3=a^3-2a^3+a^3-ay+3=0$; $3-ay=0\Rightarrow$

$\Rightarrow y=\frac{3}{a}$ $(a\neq 0)$ т.е. B имеет координаты $(a;\frac{3}{a})$.

Итак, у нас есть 2 точки $(-\frac{a}{2};a)$ и $(a;\frac{3}{a})$. ~~если~~ и прямая $y=2x-5$

~~подставим эти точки по Ox в прямую~~ посмотрим знак y при $x=-\frac{a}{2}$ и $x=a$

$y=2\cdot -\frac{a}{2}-5=-a-5$; $y=2a-5$; т.е. если A и B лежат по одну сторону, то

неравенства $a\ ?\ -a-5$ и $\frac{3}{a}\ ?\ 2a-5$ имеют один и тот же знак.

1) $a>0$. $\Rightarrow \frac{3}{a}\ ?\ 2a-5 \Leftrightarrow 3\ ?\ 2a^2-5a$; при этом $a\ ?\ -a-5\Leftrightarrow 2a\ ?\ -5$, и $2a>-5$ т.к. $a>0\Rightarrow$

$\Rightarrow 3>2a^2-5a$, $2a^2-5a-3<0$. $a_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25+4\cdot 2\cdot 3}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{5\pm 7}{4}$; $a_1=-\frac{1}{2}$; $a_2=3$.

если $a\in(-\frac{1}{2};3)$, то $2a^2-5a-3<0$ ( коэффициент при $a^2=2>0$)

т.е. $a>0$ и $a\in(-\frac{1}{2};3)\Rightarrow a\in(0;3)$ 3 не входит, т.к. точки не должны лежать на прямой.

2) $a<0\Rightarrow \frac{3}{a}\ ?\ 2a-5\Leftrightarrow \frac{3}{a}\cdot(-a)\ ?\ (2a-5)(-a)\Leftrightarrow -3\ ?\ -2a^2+5a\Leftrightarrow 0\ ?\ -2a^2+5a+3$

теперь ~~подберём~~ 2 случая $a>-2{,}5$ и $a<-2{,}5$. если $a<-2{,}5$, то $2a<5$, тогда $0<2a^2+5a+3$

$2a^2+5a+3>0$ если $a\notin[-\frac{1}{2};3]$, т.е. $a<-\frac{1}{2}$ ($a>3$ не интересно, т.к. $a<0$) т.е.

у нас система $a<-2{,}5$ и $a<-\frac{1}{2}\Rightarrow a<-2{,}5$ $a\in(-\infty;-2{,}5)$; если $-2{,}5<a<0$, то

$2a>-5\Rightarrow 0>2a^2+5a+3$, $\Rightarrow a\in(-\frac{1}{2};3)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a\in(-2{,}5;0)\\ a\in(-\frac{1}{2};3)\end{array}\right.\Rightarrow a\in(-\frac{1}{2};0)$

$a=2{,}5$ не подход., т.к. $a\notin$ прям. $y=2x-5$.

Ответ: $a\in(-\infty;-2{,}5)\cup(-\frac{1}{2};0)\cup(0;3)$

Чистовик (2)

Вариант 10

Задача 2.

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$, пусть, $x+3=a$; $7-x = 10-(x+3) = 10-a$;

$(a \geq 0$ и $10-a \geq 0)$ заметим, что $(x+3)(7-x) = -x^2+21-3x+7x = 21+4x-x^2$, т.е.

наше уравнение равносильно такому: $\sqrt{a} - \sqrt{10-a} + 4 = 2\sqrt{a(10-a)}$

$\sqrt{a}(1-2\sqrt{10-a}) = \sqrt{10-a} - 4$; $\sqrt{a} = \frac{\sqrt{10-a}-4}{1-2\sqrt{10-a}}$

Чистовик (3)

Вариант 10 Часть 1

Задача 2

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2} = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{(x+3)(7-x)} - 4$

$10 - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} = 4(x+3)(7-x) + 16 - 16\sqrt{(x+3)(7-x)}$

~~$x+3=a$; $7-x=10-a$~~; $6 + 4(x+3)(7-x) = 14\sqrt{(x+3)(7-x)}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007321**

ID профиля: **296518**

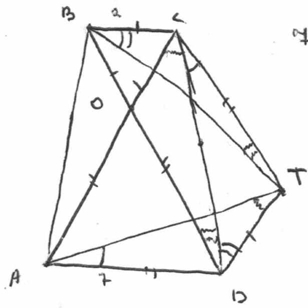
Вариант 10

$x^2 = a \quad y^2 = b \quad a, b \geq 0$

81
76
45

$\frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10$

$x^4 + y^4 + 7x^2y^2 = 81$



$7^2 + 2^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot \cos 120$

$49 + 4 + 14 = 67$

$\sqrt{67}$

$\frac{(7+2)}{2} \cdot 9$

$\frac{67 \cdot \sin 60}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 67$

$\begin{cases} \frac{6}{a+b} + ab = 10 \\ a^2 + b^2 + 7ab = 81 = (a+b)^2 + 5ab \end{cases}$

$6 + ab(a+b) = 10(a+b) \qquad ba^2 + a(b^2 - 10) + (6 - 10b) = 0$

$10 - b^2 \pm \sqrt{100 + b^4 - 20b^2 + 24b^2 - 40b^2}$

$6 \cdot 45$

$30 + 81k - k^3 = 50k$

$\frac{6}{k} + m = 10; \quad k^2 + 5m = 81$

$m = \frac{81 - k^2}{5}$

$\frac{6}{k} + \frac{81 - k^2}{5} = 10$

$k^3 - 31k + 30 = 0 \qquad (k-6)(k+1)(k+5) = 0$

$x^2 + y^2 = 6$

$x^2y^2 = 9$

$xy = 3$

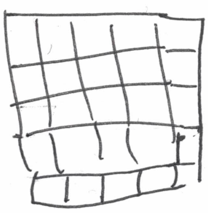
$(y+y)$

$x^2 + y^2 + 2xy = 12$

58×58

$\boxed{57^2} \cdot 58 \cdot 2 - \frac{58 \cdot 55}{2}$?

Черновик



$(a-1)2(a-2)^2 - \cancel{2(a-1)(a-4)}$

$\frac{2(a-1)(2(a-1)-3)}{2} =$

$= 2 \cdot 2 \cdot 1 - \frac{2 \cdot 2(2 \cdot 2 - 3)}{2} = 2$

Чистовик ① (1)

Вариант 10 Часть 2

Задача 1

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2=81 \end{cases}$$

пусть $x^2+y^2=a$; $x^2y^2=b$; тогда получаем взаимную равносильную систему

$$\begin{cases} \frac{6}{a}+b=10 \\ a^2+5b=81 \end{cases}$$

$a^2+5b=(x^2+y^2)^2+5x^2y^2=x^4+y^4+7x^2y^2$

$b=\frac{81-a^2}{5}$; $\frac{6}{a}+b=\frac{6}{a}+\frac{81-a^2}{5}=10$; $\Leftrightarrow 30+(81-a^2)a=10\cdot 5\cdot a \Leftrightarrow a^3-31a+30=0$;

$(a-6)(a+1)(a+5)=(a-6)(a^2+6a+5)=a^3-6a^2+6a^2-36a+5a-30=a^3-31a-30.$

т.е. мы свели к уравнению $(a-6)(a+1)(a+5)=0$. Заметим, что $a=x^2+y^2\geq 0$, поэтому $a\neq -1$ и $a\neq -5 \Rightarrow a=6. \Rightarrow b=10-\frac{6}{6}=9=x^2y^2$. $x^2+y^2=6 \Rightarrow y^2=6-x^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 9=x^2y^2=x^2(6-x^2)$, т.е. $x^4-6x^2+9=0$, т.е. $(x^2-3)^2=0$, ~~$(x-3)^2(x+3)^2=0 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow x=3$ или $x=-3$, $\Rightarrow x^2=3$, $\Rightarrow y^2=6-x^2=6-3=3 \Rightarrow y^2=$~~ $x^2=3 \Rightarrow y^2=6-x^2=6-3=3$;

т.е. $x^2=9=y^2$. $x=\pm\sqrt{3}$; $y=\pm\sqrt{3}$

Ответ: $x=\sqrt{3}$ $y=\sqrt{3}$

$x=-\sqrt{3}$ $y=\sqrt{3}$ 4 решения

$x=\sqrt{3}$ $y=-\sqrt{3}$

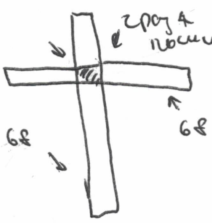
$x=-\sqrt{3}$ $y=-\sqrt{3}$

Чистовик (2)

Вариант 10 Часть 2

Задача 2 Все рассуждение строго внутри квадрата

Условие задачи говорит, что ~~один~~ из хотя бы 1 из узлов лежит на одной из главных диагоналей, а второй не лежит в той же вертикали и горизонтали. Всего у нас узлов 68^2 (значения по OX и OY от 1 до 68). При этом, для любой клетки, множество клеток, лежащих с ней в одной вертикали или горизонтали β (считая себя) будет $68\cdot2-1=135$.



Поэтому для любой клетки количество клеток, не лежащих с ней в одной вертикали или горизонтали будет $68^2-(68\cdot2-1)=67^2$

Итак, одна клетка лежит на одной из главных диагоналей, а клеток на диагоналях ровно $68\cdot2$ (они не пересекаются, т.к. если сделать шахматную раскраску, одна диагональ будет белоцветной, а другая чёрной). Поэтому всего способов выбрать две клетки нужным образом $68\cdot2\cdot67^2$ (сначала выбираем клетку на диагонали, а потом ~~её~~ не лежащую с ней в одной горизонтали/~~диагонали~~ вертикали.)

Но заметим, что мы 2 раза посчитали случай когда обе лежат на главных диагоналях, но не лежат в одной вертикали/горизонтали. Вычтем ~~это~~ кол-во таких вариантов: всего $68\cdot2$, но клеток ~~лежащих в той не диаг~~ Всего ~~кл~~ клеток не ~~диагон~~ вертикали/горизонтали будут не лежащих в той ~~т.к. лежат~~ т.к. лежат в той же линии. $68\cdot2-3$

Итого, вариантов когда обе на диагоналях будет $\frac{2\cdot68(68\cdot2-3)}{2}$ (2 раза посчитали каждый вариант, сначала для одной, потом для другой)

Итого, ответ: $67^2\cdot68\cdot2-\frac{68\cdot2(2\cdot68-3)}{2}=68(2\cdot67^2-2\cdot68+3)=$

$=68(8578-136+3)=8445\cdot68=574260$

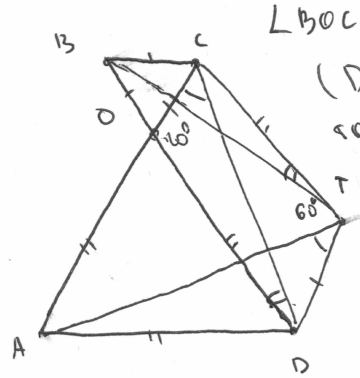
$$\begin{array}{r} 67\\ \times\ 67\\ \hline 469\\ 402\\ \hline 4489\\ \times\ 2\\ \hline 8578 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8445\\ \times\ 68\\ \hline 67560\\ 50670\\ \hline 574260 \end{array}$$

Ответ: $574260=68\cdot2\cdot67^2-\frac{68\cdot2(68\cdot2-3)}{2}$

Чистовик (3)

Вариант 10 Часть 2

Задача 3



$\angle BOC = \angle OBC = \angle ODA = \angle OAD = \angle AOD = 60^\circ$; $\angle DOC = \angle DTO = 120^\circ$. ($DOCT$ – параллелограмм); т.к. отрезки относительно ~~середины~~ точки отраз. перейд в параллельн ши, $O \to T$; $C \to D$, $\Rightarrow$

$\Rightarrow OC \to TD$ и $OD \to TC$).

$\angle CAD = 60^\circ$, $\angle DTC = 120^\circ \Rightarrow$ четырёхугольник $ADTC$ вписанный $\Rightarrow \angle ATD = \angle ACD$;

$\angle CBD = 60^\circ$; $\angle CTD = 120^\circ \Rightarrow$ т. $BCDT$ на одной окружности $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CTB = \angle CDB \Rightarrow \angle ATD + \angle BTC = \angle ACD + \angle BDC =$

$= \angle OCD + \angle ODC = 180^\circ - \angle COD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ATB = \angle DTC - \angle BTC - \angle ATD = \angle CTD - (\angle ATD + \angle BTC) = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$.

$BC = CO = DT$ и $AD = DO = CT$; $\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 60^\circ + (180^\circ - \angle DOC) = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$;

$\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \triangle ADT = \triangle TCB$,

($\angle ADT = \angle TCB$; $AD = TC$ и $DT = CB$ – по двум сторонам и углу) $\Rightarrow$

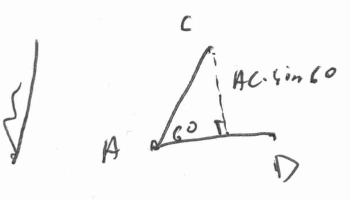
$\Rightarrow AT = BT$, и $\angle ATB = 60^\circ$, по доказ. $\Rightarrow \triangle ABT$ равносторонний.

б) $AT = \sqrt{AD^2 + DT^2 - 2AD \cdot DT \cdot \cos ADT} = \sqrt{7^2 + 2^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot \underbrace{\cos 120^\circ}_{= -\frac{1}{2}}} =$

$= \sqrt{49 + 4 + 7 \cdot 2} = \sqrt{67} \Rightarrow S_{ABT} = \dfrac{AT \cdot BT \cdot \sin ATB}{2} = \dfrac{\sqrt{67} \cdot \sqrt{67} \cdot \sqrt{3}/2}{2} =$

$= \dfrac{67 \cdot \sqrt{3}}{4}$. $\angle ADO = \angle ADB = \angle CBO = \angle CBD = 60^\circ \Rightarrow AD \parallel BC$, $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot h$, при этом $h = AC \cdot \sin DAC$ (из опустив высоту из C)



$S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot AC \cdot \sin 60 = \dfrac{2 + 7}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot (AO + CO) =$

$= \dfrac{9}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot 9 = \dfrac{9 \cdot 9 \cdot \sqrt{3}}{4}$. $\dfrac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \dfrac{67 \cdot \sqrt{3}/4}{9 \cdot 9 \cdot \sqrt{3}/4} = \dfrac{67}{81}$

Ответ: $67/81$