Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

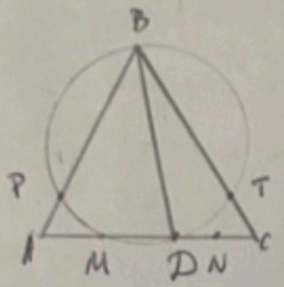
Шифр: **211007248**

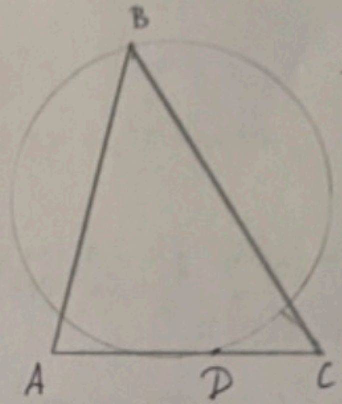
ID профиля: **884552**

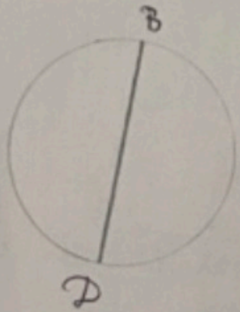
Вариант 10

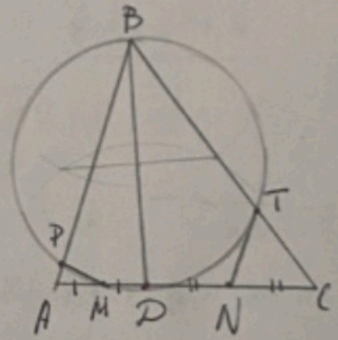
Черновик.

1









2. $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$

ОДЗ: $x+3\geq 0$, $x\geq -3$ | $7-x\geq 0$, $x\leq 7$

$21+4x-x^2$

$x^2-4x-21=0$

$x_1+x_2=4$

$x_1x_2=-21$

$x_1=7$

$x_2=-3$

$x^2-4x-21=(x+3)(x-7)$

$-3\leq x\leq 7$

$-x^2+4x+21=(x+3)(7-x)$

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{(x+3)(7-x)}$ (1)

$\sqrt{x+3}+4=2\sqrt{(x+3)(7-x)}+\sqrt{7-x}$ (2)

$\Downarrow$

$\sqrt{x+3}+4=\sqrt{7-x}\,(2\sqrt{x+3}+1)=2\sqrt{7-x}\,(\sqrt{x+3}+\frac{1}{2})$ (3)

$(\sqrt{x+3}+\frac{1}{2})+3\frac{1}{2}=2\sqrt{7-x}\,(\sqrt{x+3}+\frac{1}{2})$

$(\sqrt{x+3}+\frac{1}{2})(2\sqrt{7-x}-1)=3\frac{1}{2}$

$-3 \le x \le 7$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(7-x)(x+3)}$

$(7-x)(x+3) \ge 0$

$(x-7)(x+3) \le 0$

$x \in [-3;7)$

$x = -3$

$\sqrt{0} - \sqrt{10} = -\sqrt{10} + 4 = 0$ - не уд.

$x = 7: \sqrt{10} - \sqrt{0} + 4 \ne 0.$

$x \ne 7, x = -3.$

~~(7-x~~

Возв. в кв:

~~x+3 - 2 9x~~

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{(7-x)(x+3)} - 4 \quad {}^{\wedge 2}$

$\cancel{x}+\cancel{3} - 2\sqrt{(7-x)(x+3)} + 7 \cancel{-x} = 4(7-x)(x+3) - 16\sqrt{(7-x)(x+3)} - 16$

$10 - 2\sqrt{(7-x)(x+3)} = 4(7-x)(x+3) - 16\sqrt{(7-x)(x+3)} - 16$

$14\sqrt{(7-x)(x+3)} + 26$

$4(7-x)(x+3) - 14\sqrt{(7-x)(x+3)} - 26 = 0$

$2(7-x)(x+3) - \cancel{7}\sqrt{(7-x)(x+3)} - 13 = 0$

$\sqrt{(7-x)(x+3)} = t, \quad t \in [-3;7]$

$2t^2 - 7t - 13 = 0$

$D = 49 + 104 = 153$

$16 + 83 = 99 > 16$

$16 - 10$

$26 \cdot 4 = 104$

$2 \cdot 3 \cdot 4$

$21 - 9 = 12$

$2 \quad 6$

$3 \quad -1 \quad +4$

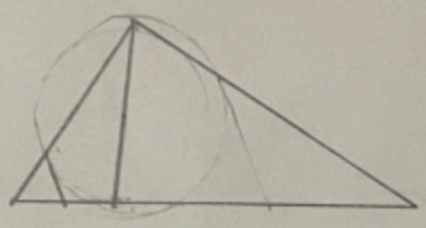
$x_1 + x_2 = 4$

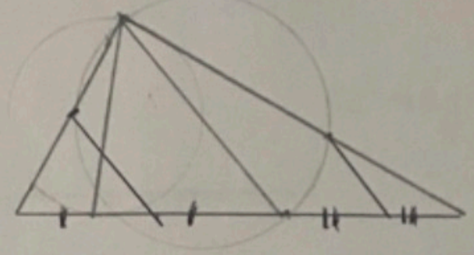
$x_1 x_2 = -12$

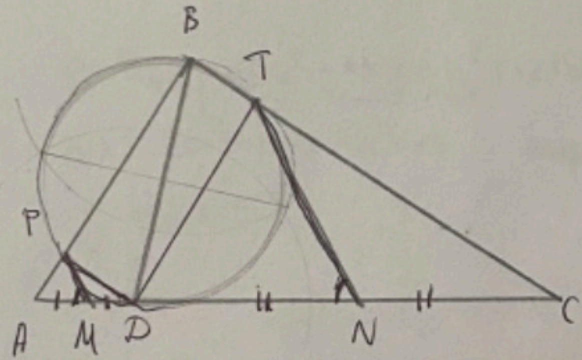
9.

21

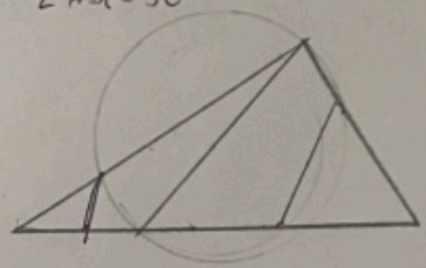
211007248 (U884552 M1274396)







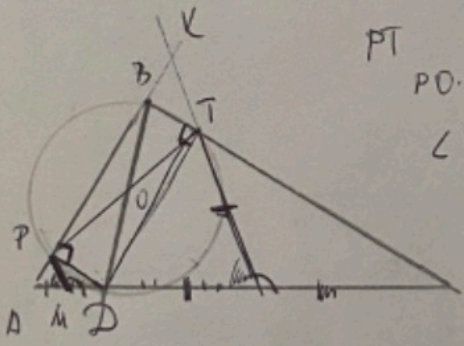
$\angle ABC = 90^\circ$



$\angle PM$

$\angle AMP = \angle ANT$

$TD: \angle DTE = 90^\circ$ (



PT

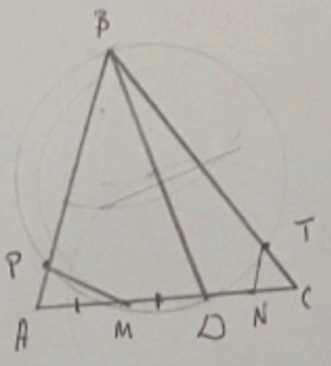
$PO \cdot OT = BO \cdot OD$

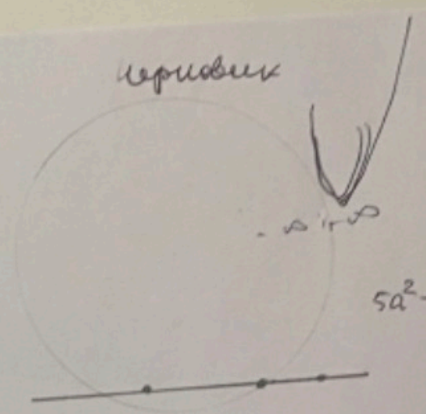
$\angle BPD = 90^\circ$ (оп. на д.)

$\angle APD = 90^\circ$

$DT: \angle DTB = 90^\circ$

черновик





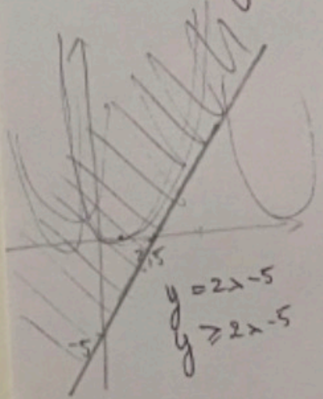
$5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+2ax=0$

5

$5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0$ – коорд. а

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+3$ – пар.

$y=2x-5$



поскольку 2-е ур-е парабола, то

если $x_B \in I$

Если пар. справа, то $a<0$ (иначе перес.)

слева -> $a>0$

$a\neq 0$

B: $ax^2-2a^2x-ay+a^3+3=0$

$ay=ax^2-2a^2x+a^3+3$ [$a=0 \Rightarrow 0=3$]

$y=x^2-2ax+a^2+\frac{3}{a}$

$a=1$, $y=x^2-2x+1+3=x^2-2x+4$

$x_B=\frac{2}{4}$

$D(B)=R$

$E(B)=$

$a>1 \Rightarrow x$ слева от графика

$x^2-2ax+a^2+\frac{3}{a}$

$x^2-2ax+a^2+\frac{3}{a}\geq 2x-5$

$x^2-2ax+a^2+\frac{3}{a}-2x+5\geq 0$

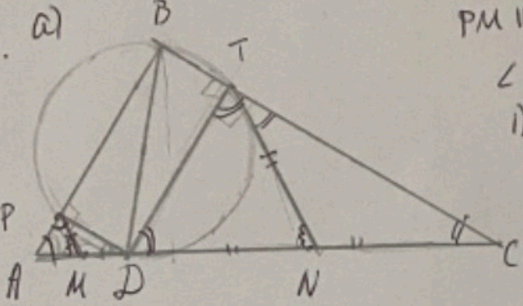
$x^2-2(a+1)x+a^2+\frac{3}{a}\geq 0$

$D=4(a+1)^2-4(a^2+\frac{3}{a})=\cancel{4a^2}+8a+4-\cancel{4a^2}-\frac{12}{a}$

$8a+4-\frac{12}{a}$

Чистовик

1\. а)



$PM \parallel TN$, $AM = MD$, $DN = NC$.

$\angle ABC$ – ?

1) проведём PD и TD:

$\angle DPB$ и $\angle BTD$ опираются на диаметр BD $\Rightarrow$ они равны по 90°, а $\triangle APD$ и $\triangle DTC$ - прямоугольные ($\angle APD$ и $\angle DTC = 90^\circ$, как смежные)

2) Рассмотрим $\triangle APD$ и $\triangle DTC$: $\angle APD = \angle DTC = 90^\circ$

TN - медиана прямоуг. треуг. $\Rightarrow TN = DN = NC$, $\angle TDN = \angle DTN$.

~~Пусть $\angle TDN = 2$~~

$\triangle APD \sim \triangle DTC$ т.к. $\angle TAD = \angle TDC$. ($\angle AMP = \angle DNT$ из параллельности PM и TN, $\triangle AMP$ и $\triangle DNT$ равноб. $\Rightarrow$ $\Rightarrow \angle PAM = \angle TDN = \frac{180^\circ - \angle DNT}{2}$)

$\angle APD + \angle ADP = 90^\circ = \angle ADP + \angle TDC$.

$\angle PDT = 90^\circ$

$\angle PDT + \angle DTB + \angle TBP + \angle DBP = 360^\circ$ (~~отно~~ четырехугл. вписан в окр.)

т.к. $\angle DPB = \angle BTD = \angle PDT = 90^\circ \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$

б) $MP = 1$, $NT = \frac{2}{3}$, $BD = \sqrt{5}$. $S(ABC)$ – ?

1) $MP = AM = MD = 1$ (медиана в прямоуг. треуг.)
$\Rightarrow AD = 2$

2) $DN = NT = NC = \frac{2}{3} \Rightarrow DC = \frac{4}{3}$ (аналогично)

$BD = PT = \sqrt{5}$ (диагонали четырехуг.)

S_{ABCD}

а) $\frac{4+3\sqrt{11}}{2} \vee 7$

$4+3\sqrt{11} \vee 14$

$3\sqrt{11} \vee 10$

$\sqrt{11} \vee \frac{10}{3}$ ~~возведем в квадрат, и получим~~

$\sqrt{11} \vee \sqrt{\frac{100}{9}}$

$\frac{100}{9} = 11\frac{1}{9} > 11$, значит, $\frac{4+3\sqrt{11}}{2}$ в ОДЗ входит

б) ~~4+~~ $\frac{4-3\sqrt{11}}{2} \vee -3$;

$\cancel{4-3\sqrt{11} \vee -6}$

$\cancel{-3\sqrt{11} \vee -\frac{3}{2}}$

$\cancel{-\sqrt{11} \vee -}$

$4-\sqrt{5} \vee -6 \quad | -4$

$-\sqrt{5} \vee -10$

$-\sqrt{5} < -\sqrt{100} \Rightarrow \frac{4-3\sqrt{11}}{2}$ входит в ОДЗ

Ответ: $-2; 6; \frac{4+3\sqrt{11}}{2}; \frac{4-3\sqrt{11}}{2}$

Иолтовен.

① $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

1) ОДЗ: $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ \cancel{7}-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$.

2) Разложим подкоренное выражение в правой части на множители.

$21+4x-x^2=0$

$x^2-4x-21=0$

$x_1+x_2=4$

$x_1 x_2 = -21$ (теорема Виета) $\Rightarrow$ $x_1 = 7$, $x_2 = -3$

$x^2-4x-21 = (x+3)(x-7)$; $-x^2+4x+21 = (x+3)(7-x)$ (ОДЗ совпадает)

3) $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(7-x)(x+3)}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{(7-x)(x+3)} - 4$. Возведём обе части в квадрат:

$(\sqrt{x+3})^2 - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} + (\sqrt{7-x})^2 = (2\sqrt{(7-x)(x+3)})^2 - 16\sqrt{(x+3)(7-x)} + 16$

$x+3 - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} + 7-x = 4(7-x)(x+3) - 16\sqrt{(x+3)(7-x)} + 16$

$10 - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} = 4(7-x)(x+3) - 16\sqrt{(x+3)(7-x)} + 16$

$4(7-x)(x+3) - 14\sqrt{(7-x)(x+3)} + 6 = 0$ (*)

Пусть $\sqrt{(7-x)(x+3)} = t$, ~~$t \in [-3;7]$~~ $t \geq 0$, тогда (*) примет вид:

$4t^2 - 14t + 6 = 0$

$2t^2 - 7t + 3 = 0$

$D = 49 - 2\cdot 3\cdot 4 = 49-24=25$; $\sqrt{D} = 5$

$t_1 = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3$

$t_2 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}$

$t_1 \geq 0, t_2 \geq 0$

Тогда: $\sqrt{(7-x)(x+3)} = 3$

$(7-x)(x+3) = 9$

$-x^2+4x+21 = 9$

$x^2-4x-21=-9$

$x^2-4x-12=0$

$x_1+x_2=4$

$x_1x_2=-12$

$\left.\begin{matrix} x_1 = 6 \\ x_2 = -2 \end{matrix}\right\}$ - уд. ОДЗ

или $\sqrt{(7-x)(x+3)} = \frac{1}{2}$

$(7-x)(x+3) = \frac{1}{4}$

$21+4x-x^2 = \frac{1}{4}$ $|\cdot(-4)$

$4x^2-16x-84=1$

$4x^2-16x-83=0$

$D = 16^2 + 16\cdot 83 = 16(16+83) = 99\cdot 16 = 16\cdot 9\cdot 11$;

$\sqrt{D} = \sqrt{9\cdot 16\cdot 11} = 4\cdot 3\sqrt{11} = 12\sqrt{11}$

$x_1 = \frac{16-12\sqrt{11}}{8} = \frac{4-3\sqrt{11}}{2}$

$x_2 = \frac{4+3\sqrt{11}}{2}$

Проверим, входят ли они в ОДЗ

211007248 (U884552 M1274396)

$5a^2 - 4ay^2$ $4x^2$

$5a^2 - 4ay + 8x^2 - \cancel{4xy} + \cancel{y}^2 + 12ax = 0$

$(y^2 - 4ay + 4a^2) + 8x^2 + 12ax + a^2 - 4xy = 0$

$(y-2a)^2 + 2(4x^2 + 6$

$(4x^2 - 4xy + y^2) + 5x^2 + 5ay^2 - 4$

$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$

$(y^2 - 4ay + 4a^2) + 14x^2 + 6$

$4x^2 + 12ax + 9a^2 - 9$

$2 \cdot 2$

211007248 (U884552 M1274396)

D c

B

а) $\frac{4+3\sqrt{11}}{2} \vee 7$

Чистовик

$4+3\sqrt{11} \vee 14$

$3\sqrt{11} \vee 10$

$\sqrt{11} \vee \frac{10}{3}$ ~~возведём в квадрат, и получим~~:

$\sqrt{11} \vee \sqrt{\frac{100}{9}}$

$\frac{100}{9} = 11\frac{1}{9} > 11$, значит, $\frac{4+3\sqrt{11}}{2}$ в ОДЗ входит

б) ~~4~~ $\frac{4-3\sqrt{11}}{2} \vee -3$;

$\cancel{4-3\sqrt{11} \vee -6}$

$\cancel{-3\sqrt{11} \vee -\frac{3}{2}}$

$\cancel{-\sqrt{11} \vee -}$

$4-\sqrt{3} \vee -6 \quad | -4$

$-\sqrt{3} \vee -10$

$-\sqrt{3} < -\sqrt{100}$ $\Rightarrow$ $\frac{4-3\sqrt{11}}{2}$ входит в ОДЗ.

Ответ: -2; 6; $\frac{4+3\sqrt{11}}{2}$; $\frac{4-3\sqrt{11}}{2}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007248**

ID профиля: **884552**

Вариант 10

Черновик

6 а) 6. Пусть $x^2+y^2=a$, $x^2y^2=b$, тогда $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=a^2-2b$.

Подставим эти выражения в сис-му уравнений:

$\begin{cases} \frac{6}{a}+b=10 \\ a^2-2b+7b=81; \end{cases}$, $\begin{cases} \frac{6}{a}+b=10, & (1) \\ a^2+5b=81; & (2) \end{cases}$ (2): $5b=81-a^2$, $b=\frac{81-a^2}{5}$. Подставим в в (1):

$\frac{6}{a}+\frac{81-a^2}{5}=10 \quad |\cdot 5a$

$30+(81-a^2)a=50a$ (очевидно, $a\neq0$ т.к. оно стоит в знаменателе, поэтому можно на него домножать)

$30+81a-a^3=50a$

$a^3-31a-30=0$

$f(-1)=-1+31-30=0$, значит -1 явл. корнем данного выражения

По схеме Горнера поделим многочлен на $a+1$:

	1	0	-31	30
-1	1	-1	-30	0

$a^3-31a-30=(a+1)(a^2-a-30)$

$(a+1)(a^2-a-30)=0$

$\left[\begin{array}{l} a=-1 \text{ – не удовлетворяет условию, так как } a=x^2+y^2\geq0 \\ a^2-a-30=0 \end{array}\right.$

$a^2-a-30=0$

$\left[\begin{array}{l} a=6 \\ a=-5 \text{ – не удовл.} \end{array}\right. \Rightarrow a=6$. Откуда $b=\frac{81-6^2}{5}=\frac{81-36}{5}=9$

Тогда:

$x^2+y^2=6$

$x^2y^2=9$

$xy=3$ или $xy=-3$.

Если $xy=3$, то: $(x+y)^2=(x^2+y^2)+2xy=6+6=12$

$(x+y)^2=12$

$x+y=2\sqrt3$ или $-2\sqrt3$

$xy=3$

$x=2\sqrt3-y$

$y(2\sqrt3-y)=3$

$2\sqrt3y-y^2=3$

$y^2-2\sqrt3y+3=0$

$D=12-12=0$

$y_1=y_2=\frac{2\sqrt3}{2}=\sqrt3$

$\begin{cases} x+y=-2\sqrt3 \\ xy=3 \end{cases}$

$\begin{cases} x=-2\sqrt3-y \\ y(-2\sqrt3-y)=3 \end{cases}$

$-y(2\sqrt3+y)=3$

$y(2\sqrt3+y)+3=0$

$y^2+2\sqrt3y+3=0$

$D=12-12=0$

$y_1=y_2=\frac{-2\sqrt3}{2}=-\sqrt3$

211007248 (U884552 M1274397)

Чистовик

2) $xy = -3$

$(x+y)^2 = (x^2+y^2) + 2xy = 6 - 3 \cdot 2 = 0$

$(x+y)^2 = 0$

$x + y = 0$

$x = -y$

$-y^2 = -3$

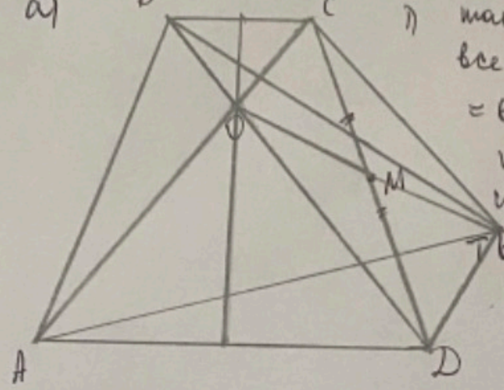
$y^2 = 3$

$y = \sqrt{3}.$

Ответ: $\sqrt{3}$; $-\sqrt{3}$.

Чистовик.

6 а)



1) так как $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ правильные, то все углы в них равны по $60° \Rightarrow \angle BCO = \angle OAD = 60°$. Тогда $BC \parallel AD$ так как внутр. накрестлежащие углы между ними и AC равны $\Rightarrow$ ABCD - трапеция. Также из условия следует, что $BC = CO = OB$ и $AO = OD = AD$. Поэтому $\triangle ABO = \triangle COD$ по двум сторонам и углу между ними ($\angle BOA$ смежный с $\angle COD$) $\Rightarrow AB = CD \Rightarrow$ трапеция равнобедренная.

2) M - середина CD. проведём CT и TD. OCTD - параллелограмм т.к. его диагонали делятся т. O пополам. $\Rightarrow CT \parallel BD$, $CO \parallel TD$.

BCTD - трапеция ($BD \parallel CT$), в ней $BC = TD$, т.е. она равнобокая (т.к. $BC = CO$, а $CO = TD$ из параллелограмма). Тогда $CD = BT$ т.к. диагонали равнобедренной трапеции равны.

$\Updownarrow$

$AB = BT$

ACTD также является трапецией ($TD \parallel AC$).

Аналогично доказывается, что она равноб. ($CT = OD = AD$) $\Rightarrow$

$AT = CD = AB$.

Т. о. $AB = BT = AT \Rightarrow \triangle ABT$ - равносторонний.

б) 1) ~~Проведем высоту KN:~~ $KO = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $S_{BOC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$ (см²)

$S_{AOD} = \frac{7^2}{4}\sqrt{3} = \frac{49}{4}\sqrt{3}$ (см²)

$S_{ABO} = \frac{1}{2} BO \cdot AO \cdot \sin 120° = \frac{1}{2} BO \cdot AO \cdot \sin 60° = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$

$S_{ABO} + S_{COD} = 7\sqrt{3}$

$S_{ABCD} = 7\sqrt{3} + \sqrt{3} + \frac{49}{4}\sqrt{3} = \sqrt{3}(7 + 1 + \frac{49}{4}) = \sqrt{3}(8 + \frac{49}{4}) = \frac{81\sqrt{3}}{4}$

2) Найдём S_{ABT}:

по теореме косинусов:

$AB^2 = BO^2 + OA^2 - 2\, BO \cdot OA \cdot \cos BOA$.

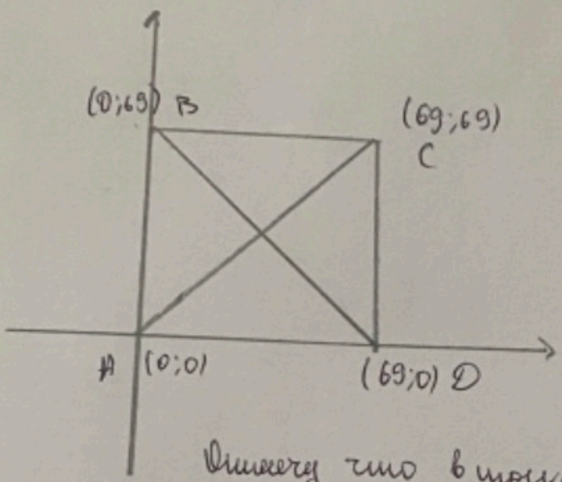
$AB^2 = 4 + 49 - 28 \cdot \cos 120°$ $\cos 120° = \cos(180° - 60°) = -\cos 60°$

$AB^2 = 53 + 28 \cdot \frac{1}{2} = 53 + 14 = 67$

$AB = \sqrt{67}$ $S_{ABT} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{67\sqrt{3}}{4}$ (см²)

211007248 (U884552 M1274397)

② Шестовск



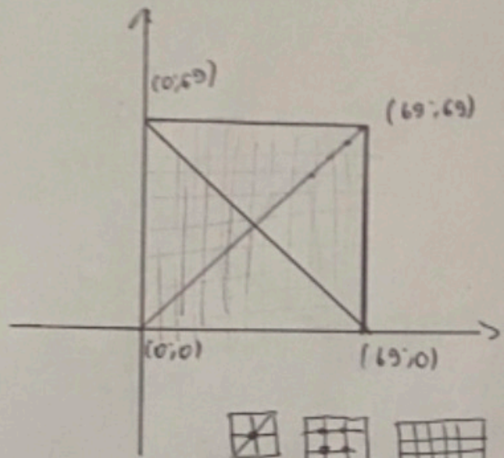
1) Так как узлы в квадрате мы считаем без учета узлов, лежащих на границах квадрата, то их кол-во будет $68^2 = 4624$.

2) Найдем кол-во случаев, когда на $y=69-x$ лежат или 1 или 2 узелка (тогда также вычтем случаи, когда 1 уз. лежит на $y=69-x$ и 1 на $y=x$)

Отмечу что в точке пересечения двух «диагоналей" квадратик не лежит, т.к. кол-во клеток в квадрате нечетное.

Для любой точки, лежащей на диагонали BD, есть 67 узлов по верт. и 67 узл. по горизонтали таких, что если мы ~~поставим~~ выберем узел там, то 2 узла будут параллельны или Ox или Oy. Поэтому, для каждой клетки на $y=69-x$ мы можем выбрать пару из $68^2-2\cdot 67-1$ клеток (нужно учесть что 2 узелка в одной точке стоять не могут) т.е. из 4489 клеток.

Черновик.



$y = 69 - x$

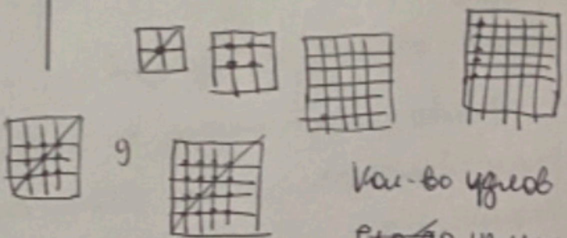
x	0	69
y	69	0

$4624 - 135 = 4489$

$67 \cdot 2 = 134$

1) Сколько узлов?

$68 \cdot 68 = 4624$



Кол-во узлов в квадрате, не считая его узлы на его границах $= 68^2$

360
48

$C_{68^2}^{2} = \frac{68^2!}{2!(68^2-2)!} = \frac{4624!}{2!(4624-2!)} = \frac{4624!}{2!\,4622!} = \frac{4624 \cdot 4623}{2}$ — сп. выбрать 2 точки 2 узла

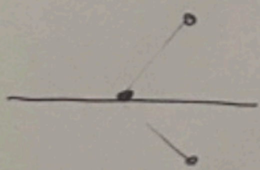
Сколько уз. лежит на y - ?

На каждой из них лежит по 68 уз. (если считать, что

$68+68-1$ (из 1)

1 узел на $y = 69 - x$: $C_{69}^{1} = \frac{69!}{68!} = 69$ (способов)

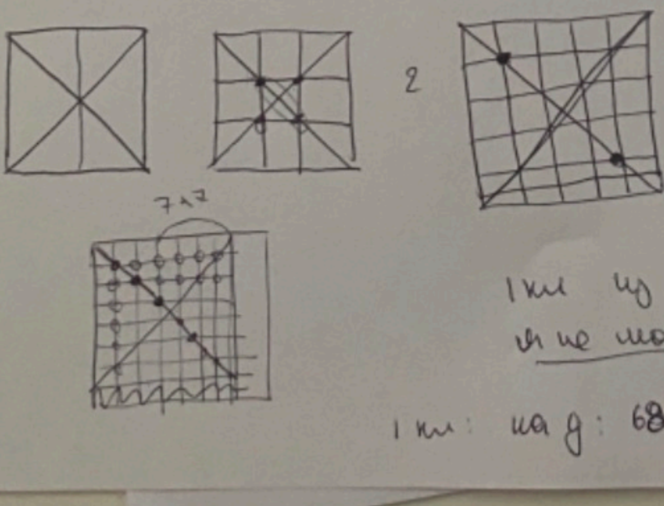
~~2 узла на $y = 69 - x$: $C_{69}^{1} \cdot C_{69}^{2} = 69 \cdot \frac{69!}{67!\,2!} = 69$~~



$y = 69 - x$

5×5

1 км (-3) см.



1 км из 69 на y

и не могу выбрать к ней $2 \cdot 67$ км.

1 км: на y: $68^2 - 2 \cdot 67$ узлов

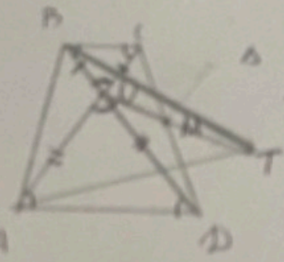
Чистовик:

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{67\sqrt{3}}{4}}{\frac{81\sqrt{3}}{4}} = \frac{67}{81}.$$

Ответ: $\frac{67}{81}$.

211007248 (U884552 M1274397)

6.

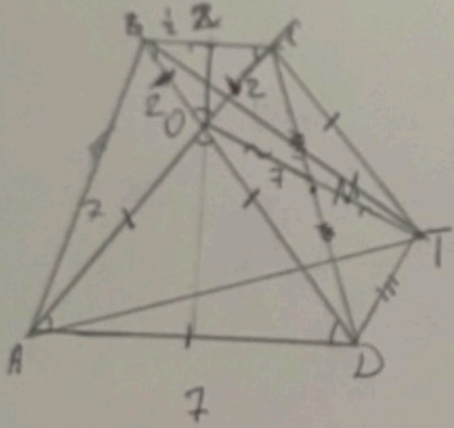


$\triangle BOC \sim \triangle AOD$

$\angle BCA = \angle CAD \Rightarrow \parallel$

Чертёж

$\frac{1}{2}\cdot 64\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$



BTD - трапеция

$BC = CD = TD \Rightarrow$ равнобокая

$\Rightarrow CD = BT$ (диагонали трап.)

$= AB$

$AB = BT$

$S_{BOC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

$\frac{1}{2}\cdot 4$

$\frac{1}{2}a\cdot b\cdot\sin\angle = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

2

4

6 $\quad\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\cos 120^\circ =$
$= \cos(180^\circ - 60^\circ) =$
$= \cos 60^\circ$

$S_{AOD} = \frac{7^2\sqrt{3}}{4} = \frac{49}{4}\sqrt{3}$

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\angle BOA = 120^\circ$

$\frac{a\sqrt{2}}{3}$

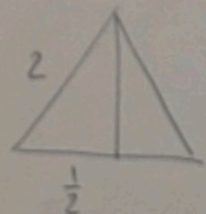
$\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\frac{16}{4}$

$\frac{\sqrt{15}}{2}$

$a^2 + b^2 - 2ab\cos\angle$

$\cos\alpha =$



$\sqrt{4-\frac{1}{4}} = \frac{16-1}{4} = \frac{15}{4} = \sqrt{15}$

$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ$

$2+\sqrt{3}$

$\frac{7\sqrt{3}}{2}$

$x+y=4$
$xy=V$

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$x^2y^2=(xy)^2=V^2$

$6=(x+y)^2-2xy$
$9=(xy)^2$

$xy=3$ $\qquad\qquad$ $xy=-3$

$6=(x+y)^2-6$

$(x+y)^2=0$

$6=(x+y)^2-\cancel{6}$

$(x+y)^2=12$

$\begin{cases} x+y=2\sqrt{3} \\ xy=3 \end{cases}$ $\qquad$ $x+y=-2\sqrt{3}$, $xy=3$

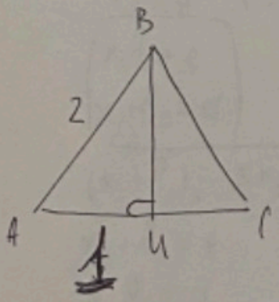
$x=y-2\sqrt{3}$

$y(y-2\sqrt{3})=3$

$2\sqrt{3}y-y^2=3$

$y^2-2\sqrt{3}y+3=0$

D



$BH=\sqrt{4-\frac{1}{4}}=\frac{16}{4}-\frac{1}{4}=\frac{15}{4}$

$3-2\sqrt{3}+3=0$

$BH=\frac{\sqrt{15}}{2}$

$y^2-2\sqrt{3}$

$BH=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$

$\frac{BC}{AD}=\frac{KO}{ON}=\frac{2}{7}$ $\qquad$ $x+\sqrt{3}=\frac{7\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}=$ $\qquad$ $3-2$

$=\frac{9\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{x}=\frac{2}{7}$ $\qquad$ $x=\frac{7\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $2+7$

211007248 (U884552 M1274397)

Черновик.

4. $\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$

$x^2+y^2=6$

$x^2y^2=9$

$xy=9$ или $xy=-9$

1) 9, x^2+y^2+

$x^2y^2=a$

$x^2+y^2=b$

$(x^2+y^2)^2-2x^2y^2 = b^2-2a = x^4+2x^2y^2+y^4-2x^2y^2 = x^4+y^4$

$\boxed{\begin{matrix} x^2+y^2=a \\ x^2y^2=b \end{matrix}}$

$x^4+y^4 = (x^2+y^2)^2-2x^2y^2 = \boxed{a^2-2b}$

$\begin{cases} \frac{6}{a}+b=10 \\ a^2-2b+7b=81 \end{cases} \Leftrightarrow a^2+5b=81$

$b=\frac{81-a^2}{5}$ $\quad x^2y^2=$

81
36
45

$a \neq 0$ (иначе вырожд.)

$\frac{6}{a}+\frac{81-a^2}{5}=10$

$\cancel{6+}\ \frac{6}{a}^{15a}+\frac{81-a^2}{5}^{15a}=10\cdot 3a$

$30a+(81-a^2)$

30

$-a^2-31a+a^2+a$

$6+\frac{(81-a^2)a}{5}=10a \quad |\cdot 5$

$30+(81-a^2)a=50a$

$30+81a-a^3=50a$

$a^3+50a-81a-30=0$

$a^3-31a-30=0$

$f(-1)=-1+31-30=0$

$a^3+0a^2-31a-30 \,|\, a+1$

$-\ a^3+a^2 \qquad a^2-a-30$

$-\ -a^2-31a$

$-a^2-a$

$-\ -30a-30$

$-30a-30$

0

Схема Горнера:

	1	0	-31	-30
-1	1	-1	-30	

$(a+1)(a^2-a-30)=0$

$a_1+a_2=1$

$a_1a_2=-30$

$\left[\begin{matrix} 6 \\ -5 \end{matrix}\right.$ – не уд.