Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006970**

ID профиля: **114367**

Вариант 10

[redacted]

Чистовик

№2

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$

Замена: $a = \sqrt{x+3}$, $b = \sqrt{7-x}$, $a \geq 0$, $b \geq 0$

Тогда $a - b + 4 = 2ab$

Помимо этого: $\begin{cases} a^2 = x+3 \\ b^2 = 7-x \end{cases}$

$a^2 + b^2 = 10$

Получаем систему:

$+\begin{cases} a - b + 4 = 2ab \quad (1) \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases}$

$a - b + 4 + a^2 + b^2 = 10 + 2ab$

$a - b + 4 + (a-b)^2 = 10$

$(a-b)^2 + (a-b) - 6 = 0$

Замена: $t = a - b$

$t^2 + t - 6 = 0$

~~По теореме Виета:~~

$D = 1 + 4 \cdot 6 = 5^2$

$t = \frac{-1 \pm 5}{2}$

$\left[\begin{array}{l} t = -3 \\ t = 2 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a - b = -3 \\ a - b = 2 \end{array}\right.$

$a = b - 3$ или $a = b + 2$

Подставляя в (1):

$b - 3 - b + 4 = 2(b-3)b$

$1 = 2b^2 - 6b$

$2b^2 - 6b - 1 = 0$

$\frac{D}{4} = 3^2 + 2 \cdot 1 = 11$

$b = \frac{3 \pm \sqrt{11}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} b = \frac{3+\sqrt{11}}{2} \\ b = \frac{3-\sqrt{11}}{2} < 0 \text{ - не подходит} \end{array}\right.$

$b = \frac{3+\sqrt{11}}{2}$

$a = b - 3 = \frac{\sqrt{11} - 3}{2} \geq 0$ - подходит

$b + 2 - b + 4 = 2(b+2)b$

$6 = 2b^2 + 4b$

$b^2 + 2b - 3 = 0$

$\frac{D}{4} = 1 + 3 = 2^2$

$b = \frac{-1 \pm 2}{1}$

$\left[\begin{array}{l} b = 1 \\ b = -3 < 0 \text{ - не подходит} \end{array}\right.$

$b = 1$

$a = 2 + b = 3 \geq 0$ - подходит

ОДЗ: $\begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ 7 - x \geq 0 \\ 21 + 4x - x^2 \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ 7 - x \geq 0 \\ (x+3)(7-x) \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ 7 - x \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 7 \end{cases}$

$x \in [-3; 7]$

Чистовик

№2 (продолжение)

$$\frac{\sqrt{11}-3}{2} = \sqrt{x+3}$$

$$\left(\frac{\sqrt{11}-3}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{x+3}\right)^2$$

$$\frac{(\sqrt{11}-3)^2}{4} = x+3$$

$$\frac{11-6\sqrt{11}+9}{4} = x+3$$

$$x = \frac{20-6\sqrt{11}}{4} - 3$$

$$x = \frac{8-6\sqrt{11}}{4}$$

$$x = \frac{4-3\sqrt{11}}{2}$$

$$\cancel{\sqrt{11} \in [3;4] \Rightarrow \frac{4-3\sqrt{11}}{2} \in}$$

Проверим подходит ли этот корень

$$\frac{4-3\sqrt{11}}{2} \vee -3$$

$$4-3\sqrt{11} \vee -6$$

$$-3\sqrt{11} \vee -10$$

$$\sqrt{11} \vee \frac{10}{3}$$

$$11 \vee \frac{100}{9}$$

$$99 \vee 100$$

$99 < 100 \Rightarrow \frac{4-3\sqrt{11}}{2} < -3 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~этот~~ корень $x = \frac{4-3\sqrt{11}}{2} \notin$ ОДЗ,

и значит этот корень не подходит

$$3 = \sqrt{x+3}$$

$$3^2 = \left(\sqrt{x+3}\right)^2$$

$$9 = x+3$$

$x = 6 \in$ ОДЗ $\Rightarrow$ этот корень подходит

Ответ: 6

2

Чистовик

№3

1) ~~ax^2-2a $ax^2-2a^2x-ay+a^3+3=0$~~

~~$y=$~~

1) $ax^2-2a^2x-ay+a^3+3=0$

Это парабола $\Rightarrow a\neq 0 \Rightarrow$ поделим на a

Получим: $x^2-2ax-y+a^2+\frac{3}{a}=0$

$$y=x^2-2ax+a^2+\frac{3}{a}$$

Пусть B имеет координаты (x_1, y_1)

B - вершина этой параболы $\Rightarrow x_1=\frac{-(-2a)}{2\cdot 1}=a$

$y_1=a^2-2a\cdot a+a^2+\frac{3}{a}=\frac{3}{a}$

$B(a; \frac{3}{a})$

2) $5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0$

$y^2-4(a+x)y+5a^2+8x^2+12ax=0$

Решим отн. y

$\frac{D}{4}=(2(a+x))^2-(5a^2+8x^2+12ax)=4a^2+8ax+4x^2-5a^2-8x^2-12ax=$

$=-(a^2+4ax+4x^2)=-(a+2x)^2$

Видим, что $\frac{D}{4}\leq 0$, но это ур-ние должно иметь реш. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{D}{4}=0$

$-(a+2x)^2=0$

$a+2x=0$

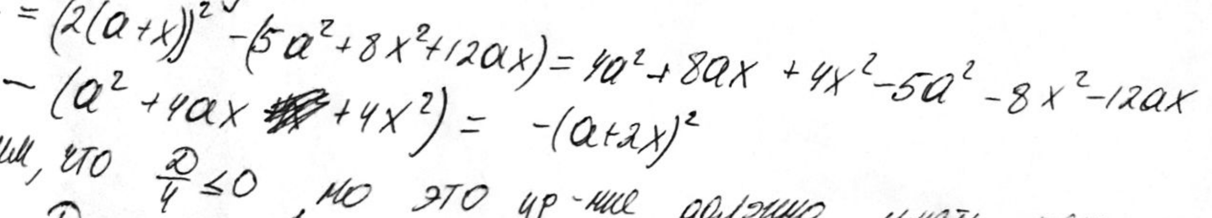
$x=-\frac{a}{2}$

Тогда $y=\frac{-(-4(a+x))}{2\cdot 1}=2(a+x)=2(a-\frac{a}{2})=a$

Получим, что $A(-\frac{a}{2}; a)$

3

~~3) Возможны 2 случая:~~



~~а) A и B лежат под прямой $y=2x-5$~~

~~Тогда должно выполняться:~~

~~$2x-y-5<0$ - и так для обеих точек~~

~~Значит: $\begin{cases} 2a-\frac{3}{a}-5<0 \text{ - для B} \\ 2\cdot\frac{-a}{2}-a-5<0 \text{ - для A} \end{cases}$~~

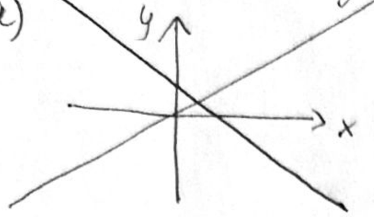
3

Чистовик

№3 (продолжение)

3) ~~Возможны 2 случая~~

~~а)~~



3) A и B лежат по одну сторону от прямой $2x-y=5$, если для обеих точек выполняется

$2x-y-5<0$ или $2x-y-5>0$

$$\begin{cases} 2\cdot\frac{-a}{2}-a-5<0 \text{ - для } A \\ 2\cdot a-\frac{3}{a}-5<0 \text{ - для } B \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2a-5<0 \\ \frac{2a^2-5a-3}{a}<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a>-5 \\ \frac{2a^2+a-6a-3}{a}<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a>-\frac{5}{2} \\ \frac{(2a+1)(a-3)}{a}<0 \quad (1) \end{cases}$$

(1) $\frac{(2a+1)(a-3)}{a}<0$

$-\frac{1}{2}$ 0 3 a; $+$ $+$

$a\in(-\infty;-\frac{1}{2})\cup(0;3)$

К исходной системе:

$$\begin{cases} a>-\frac{5}{2} \\ a\in(-\infty;-\frac{1}{2})\cup(0;3) \end{cases}$$

$-\frac{5}{2}$ $-\frac{1}{2}$ 0 3 a

$a\in(-\frac{5}{2};-\frac{1}{2})\cup(0;3)$

$$\begin{cases} 2\cdot\frac{-a}{2}-a-5>0 \text{ - для } A \\ 2a-\frac{3}{a}-5>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2a-5>0 \\ \frac{2a^2-5a-3}{a}>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a<-5 \\ \frac{2a^2+a-6a-3}{a}>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a<-\frac{5}{2} \\ \frac{(2a+1)(a-3)}{a}>0 \quad (2) \end{cases}$$

(2) $\frac{(2a+1)(a-3)}{a}>0$

$-$ $+$ $-$ $+$; $-\frac{1}{2}$ 0 3 a

$a\in(-\frac{1}{2};0)\cup(3;+\infty)$

К исходной системе:

$$\begin{cases} a<-\frac{5}{2} \\ a\in(-\frac{1}{2};0)\cup(3;+\infty) \end{cases}$$

$-\frac{5}{2}$ $-\frac{1}{2}$ 0 3 a

$a\in\varnothing$

Чистовик

№3 (продолжение)

~~Объединим оба шага~~

Объединяя оба варианта:

$$\left[\begin{array}{l} a \in \left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; 3) \\ a \in \varnothing \end{array}\right.$$

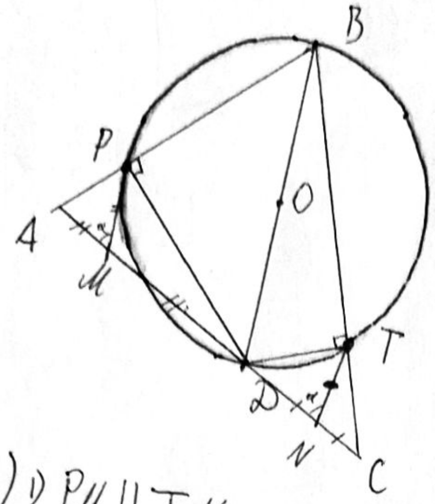
$$a \in \left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; 3)$$

Ответ: $a \in \left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; 3)$

Чистовик

№1

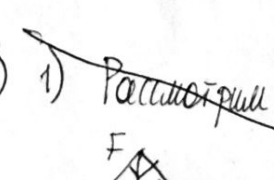
а) M - ср. AD
N - ср. CD
$PM \parallel TN$
$\angle ABC$ - ?
б) $MP = 1$
$NT = \frac{3}{2}$
$BD = \sqrt{5}$
S_{ABC} - ?



а) 1) $PM \parallel TN \Rightarrow \angle AMP = \angle ANT$ (соотв. углы)
Пусть $\angle AMP = \angle ANT = \alpha$
2) Проведем PD и TD
$\angle BPD = \angle BTD = 90°$ (т.к. опир. на диаметр)
~~$\triangle APD$~~ $\angle APD = 180° - \angle BPD = 90°$; $\angle CTD = 180° - \angle BTD = 90°$
$\triangle APD$ - п/уг: PM - мед., провед. к гип. $\Rightarrow PM = AM = MD$
$\triangle CTD$ - п/уг: TN - мед., провед. к гип. $\Rightarrow TN = ND = NC$
3) $\triangle PMD$: $\angle PMD = 180° - \angle AMP = 180° - \alpha$
$PM = MD \Rightarrow \angle MPD = \angle MDP$
$\angle MDP + \angle MPD + \angle PMD = 180° \Rightarrow 2\angle MDP = 180° - \angle PMD$
~~$\triangle TND$: $TN = ND \Rightarrow \angle NDT = \angle NTD$~~
$\angle MDP = \frac{180° - (180° - \alpha)}{2} = \frac{\alpha}{2}$
$\triangle TND$: $TN = ND \Rightarrow \angle NDT = \angle NTD$
$\angle TDN + \angle NDT + \angle TND = 180° \Rightarrow \angle TDN = \frac{180° - \angle TND}{2} = \frac{180° - \alpha}{2} = 90° - \frac{\alpha}{2}$
4) $\angle PDT = 180° - \angle MDP - \angle TDN$
~~$\angle PDT = 180° - (90° + \frac{\alpha}{2}) - 90°$~~
$\angle PDT = 180° - \frac{\alpha}{2} - (90° - \frac{\alpha}{2}) = 90°$
$PBTD$ - впис. в окр. $\Rightarrow$ ~~$\angle PBD = 180°$~~ $\angle ABC = 180° - \angle PDT = 180° - 90° = 90°$

6

б) 1) Рассмотрим произвольный прямоуг. треуг. $\triangle EFG$ ~~($\angle EFG = 90°$)~~ ($\angle EFG = 90°$)
проведем высоту FH



• $\angle EFH = 90° - \angle FEH$
$\angle GFH = 90° - \angle EFH = \angle FEH$
• $\angle GFH = \angle FEH$, $\angle EHF = \angle GHF = 90° \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle EHF \sim$ ~~$\triangle GHF$~~ $\triangle FHG \Rightarrow \frac{FH}{HE} = \frac{HG}{FH} \Rightarrow FH^2 = HG \cdot EH$

6

Чистовик

№1 (продолжение)

б) 1) Из пункта а): $AM = MD = PM = 1$ $ND = NC = TN = \frac{3}{2}$

$AD = AM + MD = 2$ $CD = CN + ND = 3$

~~2) $\angle ABD = \angle CBD \Rightarrow BD$ - бисс $\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD} = \frac{2}{3}$~~

Пусть

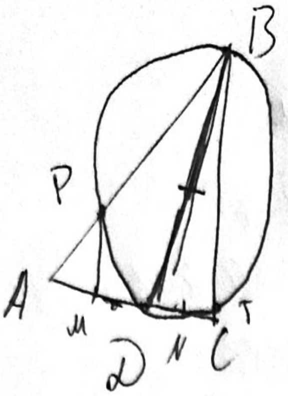
2) $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{CBD}$

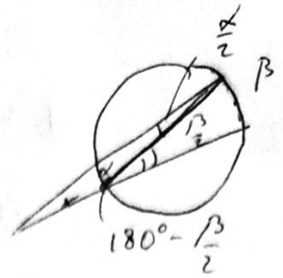
$S_{ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BD \cdot \sin ADB$ ~~$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{5} \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{5} \sin \frac{\alpha}{2}$~~

$S_{CBD} = \frac{1}{2} CD \cdot BD \cdot \sin CDB$

7

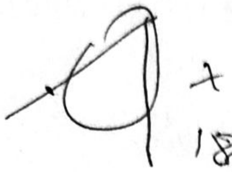
Черновик

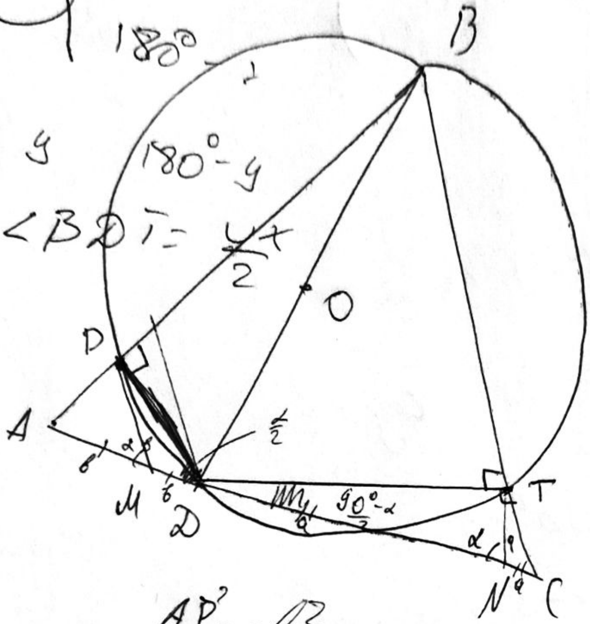


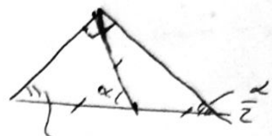


$B \quad \sin\frac{\alpha}{2}$

$x = \cancel{18}\ \frac{\alpha - \beta}{2}$







$\frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

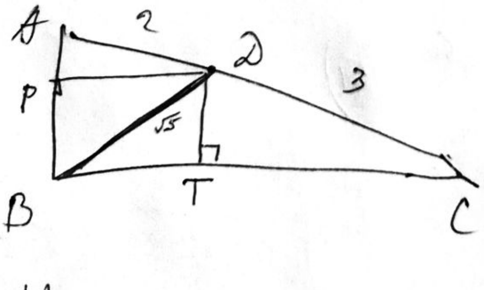
$180^\circ - \frac{\alpha}{2} - 90^\circ$

$AP^2 = 2b^2 - 2b^2\cos\alpha$

$PD^2 = 2b^2 + 2b^2\cos\alpha$

$PD^2 + AP^2 = 4$

$PD^2 + AB$

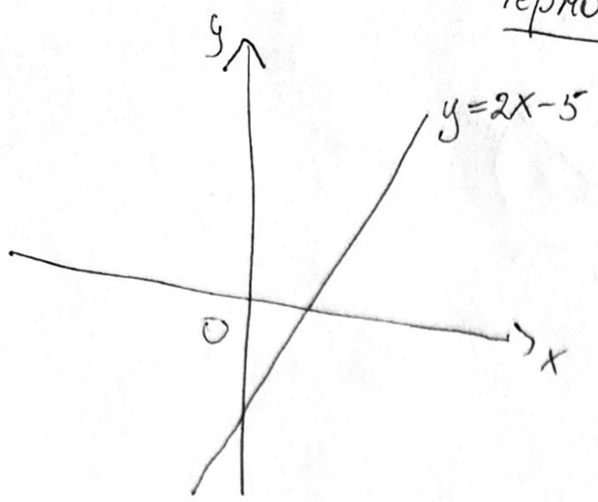


$\cos\left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{3}{TD}$

~~$TD =$~~

$TD = \frac{3}{\cancel{\cos\frac{\alpha}{2}}\ \sin\frac{\alpha}{2}}$

Черновик



1) $x_B = \frac{2a^2}{2a} = a$

$\cancel{y_B = a \cdot a^2 - 2a^2 \cdot a}$

$ay_B = a \cdot a^2 - 2a^2 \cdot a + a^3 + 3$

$ay_B = -a^3 + a^3 + 3$

$y_B = \frac{3}{a}$

$B\left(a; \frac{3}{a}\right)$

2) $\cancel{a/5a}$

$\cancel{5a^2 - 4ay}$

2) $\cancel{(4x^2 - 4xy + y^2) + 5a^2 - 4ay + 12ax + 4x^2 = 0}$

$\cancel{(2x-y)^2 + 9a^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3ax + 4x^2 - 4ay = 0}$

$\cancel{(2x-y)^2 + (3a+2x)^2 -}$

2) $y^2 - 4(a+x)y + 8x^2 + 12ax + 5a^2 = 0$

$\frac{D}{4} = 4(a+x)^2 - 8x^2 - 12ax - 5a^2 = -a^2 - 4ax - 4x^2 = -(a+2x)^2$

$\cancel{y^2 + 4xy}$ $y = \frac{4(a+x)}{2} = 2(a+x) = 2 \cdot \frac{a}{2} = a$

$a = -2x$

$x = -\frac{a}{2}$

$B\left(-\frac{a}{2}; a\right)$

$2a^2 - 5a - 3 = 0$

$D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 7^2$

$a = \frac{5+7}{4} = 3$

$a = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2}$

$2a^2 - 5a - 3 = 2(a-3)(a+\frac{1}{2}) = (a-3)(2a+1)$

$3\sqrt{11} \in [9; 12]$

$4 - 3\sqrt{11} \in [-8; -5]$

$\frac{4-3\sqrt{11}}{2} \in$

$3 \vee 4$

$3 \wedge 4^{\vee} \wedge 1 \quad 1$

Чистовик

№3 (продолжение)

$$\begin{cases} \frac{2a^2-5a-3}{a}<0 \\ -a-a-5<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2a^2+a-6a-3}{a}<0 \\ 2a>-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a(2a+1)-3(2a+1)}{a}<0 \\ a>-\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{(a-3)(2a+1)}{a}<0 \\ a>-\frac{5}{2} \end{cases}$$

Черновик

~~Тогда если $FH=h$, $EH=a_1$, $HG=b_1$, то $h^2=a_1 b_1$~~

~~2) Из пункта а): $AM=MD=PM=1$, $DN=NC=NT=\frac{3}{2}$~~

~~$AD=AM+MD=2$ $\quad CD=DN+NC=3$~~

~~3) $\triangle ABC$ – прямоуг ($\angle ABC=90°$):~~

~~$BD^2=(\sqrt{5})^2$~~

~~AD~~

Черновик.

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006970**

ID профиля: **114367**

Вариант 10

Чистовик

№4

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2=81 \end{cases}$$

ОДЗ: $x^2+y^2\neq 0$

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ (x^2+y^2)^2+5x^2y^2=81 \end{cases}$$

Замена: $a=x^2+y^2,\ a>0$ $\quad$ $b=x^2y^2,\ b\geq 0$

$$\begin{cases} \frac{6}{a}+b=10 \quad |\cdot 5 \\ a^2+5b=81 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} \frac{30}{a}+5b=50 \\ a^2+5b=81 \end{cases}$$

$\cancel{a^2-\frac{30}{a}=31\ |\cdot a}$

$\cancel{a^3-81a-30=0}$

$a^2-\frac{30}{a}=31 \quad |\cdot a$

$a^3-31a-30=0$

$a^3+a^2-a^2-a-30a-30=0$

$a^2(a+1)-a(a+1)-30(a+1)=0$

$(a+1)(a^2-a-30)=0$

$(a+1)(a-6)(a+5)=0$

$$\left[\begin{array}{l} a=-1<0 \text{ - не подходит} \\ a=6 \\ a=-5<0 \text{ - не подходит} \end{array}\right.$$

$a=6$

$\cancel{b=\frac{81-a^2}{5}=81-}$ $\quad$ $b=10-\frac{6}{a}=10-\frac{6}{6}=9$

$$\begin{cases} x^2+y^2=6 \ (2) \\ x^2y^2=9 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=6 \ (2) \\ (xy)^2=9 \ (1) \end{cases}$$

Из (1) $(xy)^2=9$

$$\left[\begin{array}{l} xy=3 \\ xy=-3 \end{array}\right.$$

Очевидно $x\neq 0 \Rightarrow$ поделим на x

$$\left[\begin{array}{l} y=\frac{3}{x} \\ y=-\frac{3}{x} \end{array}\right.$$

Подставляя в (2)

$x^2+\frac{3}{x}$

1

Чистовик

№4 (продолжение)

(1) $x^2y^2=9$

Очевидно что $x\neq0 \Rightarrow y^2=\frac{9}{x^2}$

Подставляя в (2):

$$x^2+\frac{9}{x^2}=6 \quad \Big| \cdot x^2$$

$$x^4-6x^2+9=0$$

$$(x^2-3)^2=0$$

$$x^2=3$$

$$x=\pm\sqrt{3}$$

$$y^2=\frac{9}{3}=3$$

$$y=\pm\sqrt{3}$$

Видим, что для полученных x и y выполн. усл. $x^2+y^2\neq0 \Rightarrow$

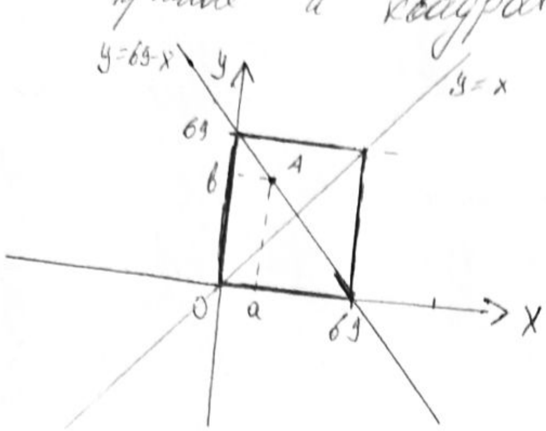
$\Rightarrow$ эти корни подходят

Ответ: $(\sqrt{3};\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3};\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3};-\sqrt{3})$, $(\sqrt{3};-\sqrt{3})$

Чистовик

№5

Изобразим эти прямые и квадрат на коор. плоскости:



1) Выберем какой-то узел A, лежащий на прямой $y=69-x$

$A(a;b)$

Нам подходят все узлы такие, что их абсцисса не равна a и их ордината не равна b

~~Всего узлов $69\cdot69$, без узла A их будет $69\cdot69-1$~~

~~Узлов с ординатой b будет 68 (это без узла A), с абсциссой a — тоже 68 узлов~~

~~В итоге нам подходит $69\cdot69-1-68-68 = 69\cdot69-69-69+1 = 69\cdot67+1 = (68+1)(68-1)+1 = 68^2$ узлов~~

Всего узлов внутри квадрата $67\cdot67$, без узла A их $67\cdot67-1$

Узлов с ординатой b будет 66 (это без узла A), с абсциссой a — тоже 66 узлов

В итоге нам подходит $67\cdot67-1-66-66 = \cancel{66-1)}\ 67\cdot67-67-67+1 = 67\cdot65+1 = (66-1)(66+1)+1 = 66^2$ узлов, выбрать 1 из них можно 66^2 способами

Способов выбрать точку A есть 67 $\Rightarrow$ всего способов выбрать 2 нужных узла (один из которых лежит на $y=69-x$) $66^2\cdot67$

2) Аналогично, если узел A лежал бы на прямой $y=x$, то тоже было бы $66^2\cdot67$ способов выбрать еще 1 узел

3) Но если сложить результаты пунктов 1) и 2), то получится, что мы посчитали 2 раза ситуации, когда ~~оба~~ ~~узла один узел на $y=x$, а другой~~ один узел на $y=x$, а другой — на $y=69-x$

Выберем 1 узел на $y=x$, это можно сделать 67 способами. Пусть этот узел имеет координаты (x_0, y_0) 3

При выборе 2 узла нам нужно убрать ~~точки~~ узлы, имеющие ~~одну координату~~ абсциссу x_0 или ординату y_0 и лежащие на

$y=69-x$. Таких ~~точек~~ узлов 2. Знаем на прямой $y=69-x$ нам подходит $67-2=65$ узлов Чистовик

Значит при выборе 1-го узла на $y=x$, а ~~другого~~ 2-го на $y=69-x$ мы имеем $67\cdot 65=(66-1)(66+1)=66^2-1$ способов

4) Итоговое количество способов:

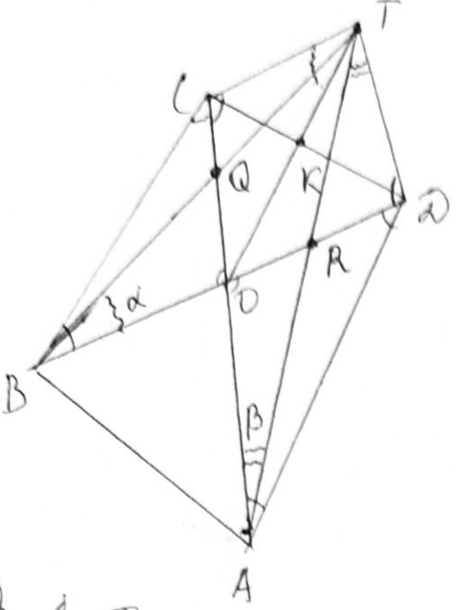
$2\cdot 66^2\cdot 67-(66^2-1)=66^2(2\cdot 67-1)+1=66^2(134-1)+1=$

$=66^2\cdot 133+1=579349$

Ответ: 579349

а) D-ть
ΔABT-прав.
б) $BC=2$
$AD=7$
$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ - ?

Чистовик
№4



~~а) 1) Пусть K - ср. CD~~
~~CK=KD, KT=KO (в силу симметрии) => OCTD - пар-м~~
~~(т.к. диаг. точкой пересечения делятся пополам~~
~~OCTD - пар-м => $\angle OCT=\angle ODT=180^\circ-\angle COD=180^\circ-(180^\circ-\angle BOC)=$~~
~~$=\angle BOC=60^\circ$~~

а) 1) Пусть K - ср. CD
CK = KD ; KT = KO (в силу симметрии) => OCTD - пар-м (т.к. диаг. точкой пересеч. делятся пополам)
~~OK ⊥ CD (т.к. T симм. O отн. CD) => OCTD - р~~

2) Пусть $BT \cap CO = Q$, $AT \cap OD = R$
Пусть $\angle TBO = \alpha$, $\angle TAO = \alpha$
ΔBQC: $\angle BQC = 180^\circ - \angle BCO - \angle QBC = 180^\circ - 60^\circ - (60^\circ - \alpha) =$

~~Чистовик~~ Черновик

№4

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2=81 \end{cases} \qquad ОДЗ: x^2+y^2\neq 0$$

Замена: $a=x^2$, $b=y^2$; $a\geq 0, b\geq 0$

$$\begin{cases} \frac{6}{a+b}+ab=10 \\ a^2+b^2+7ab=81 \end{cases} \qquad ОДЗ: a+b\neq 0$$

$$\begin{cases} \frac{6}{a+b}=10-ab \\ (a+b)^2+5ab=81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=\frac{6}{10-ab} \\ (a+b)^2+5ab=81 \end{cases}$$

$$\left(\frac{6}{10-ab}\right)^2+5ab=81 \quad \Big|\cdot(10-ab)^2$$

$$36+5ab(10-ab)^2=81(10-ab)^2$$

Замена: $t=ab$, $t>0$

$$36+5t(10-t)^2=81(10-t)^2$$

$$36+5t(100-20t+t^2)=81(100-20t+t^2)$$

$$36+500t-100t^2+5t^3=8100-1620t+81t^2$$

$$5t^3-181t^2+2120t-8064=0$$

69
67

$69\cdot 67=(68+1)(68-1)$

$\frac{n!}{(n-1)!}=n$

67

13
66

$67\cdot 65$

66
66
396
396
4356

4356
133
13068
13068
4356
579348

4356 | 66
396 | 66
396

66 ·
0