Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006941**

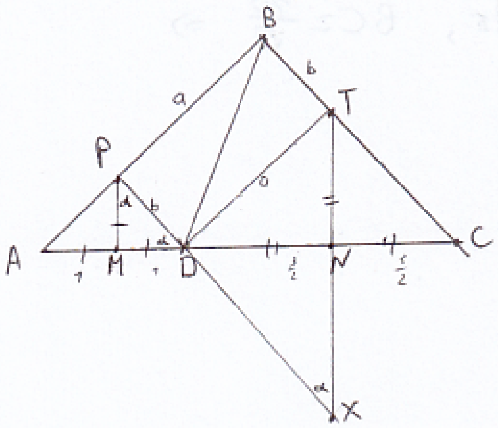
ID профиля: **119186**

Вариант 10

Чистовик

№1

Найти: $\angle ABC$, S_{ABC}



Решение.

1. PM и TN параллельны $\Rightarrow$ PD и TN пересекаются – это точка X.

2. Пусть $\angle MPD = \alpha$.

3. B, P, D, T лежат на окружности с диаметром BD $\Rightarrow \angle BPD =$ $= \angle BTD = 90^\circ \Rightarrow$ PM и TN – медианы к гипотенузе в прямоуг. треугольниках APD и DTC соответственно $\Rightarrow AM = MD = PM$, $DN =$ $= NT = NC$. Тогда $\triangle PMD$ и $\triangle TND$ – равноб.

4. Тогда $\angle MDP = \angle MPD = \alpha \Rightarrow \angle DXT = \alpha$, т.к. $PM \parallel XT$. $\angle NDX = \alpha$.

Значит, $\angle DNT = 2\alpha \Rightarrow \angle TDN = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle PDA + \angle TDC = 90^\circ \Rightarrow$ $\Rightarrow \angle PDT = 90^\circ \Rightarrow \angle BPD + \angle BTD + \angle PDT = 270^\circ \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$

5. Пусть $BP = a$, $BT = b$. $BTDP$ – прямоугольник $\Rightarrow DT = a$, $PD = b$

6. Из условия и предыдущих пунктов следует, что $AD = 2$, $DC = 3$.

Кроме того, $\angle TCD = \alpha$, т.к. $\angle TDC = 90^\circ - \alpha$, $\angle DTC = 90^\circ$

7. Значит, $\cos\alpha = \frac{b}{2} \Rightarrow b = 2\cos\alpha$; $\sin\alpha = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 3\sin\alpha$

Тогда $4\cos^2\alpha + 9\sin^2\alpha = 5$ (по т. Пифагора в $\triangle DPB$).

$4\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha = 4 \Rightarrow 5\sin^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$, т.к. α – угол в прямоуг. треугольнике DTC. Тогда $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

Значит, $a = \frac{3}{\sqrt{5}}$, $b = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Чистовик

8. По теореме Пифагора в $\triangle DTC$ и $\triangle APD$ $TC = \sqrt{9-a^2}$, $AP =$
$= \sqrt{4-b^2}$ $\Rightarrow$ $TC = \frac{6}{\sqrt{5}}$, $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow$ $AB = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$, $BC = \frac{10}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{AB \cdot BC}{2} = 5$

Ответ: $90°$; 5.

211006941 (U119186 M1278010)

Чистовик

№2

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{(x+3)(7-x)}$$

$x\in[-3;7]$

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=2\sqrt{(x+3)(7-x)}-4$$

$$(x+3)+(7-x)-2\sqrt{(x+3)(7-x)}=4(x+3)(7-x)+16-16\sqrt{(x+3)(7-x)}$$

$$14\sqrt{(x+3)(7-x)}=4(x+3)(7-x)+6$$

Пусть $\sqrt{(x+3)(7-x)}=t.$

$$2t^2-7t+3=0 \Rightarrow (t-3)(2t-1)=0$$

I. $t=3$

$$(x+3)(7-x)=9 \Rightarrow x^2-4x-12=0 \Rightarrow (x+2)(x-6)=0 \Rightarrow x=\{-2;6\}$$

Проверка. (в самое начало)

• $x=-2$

$\sqrt{1}-\sqrt{9}+4=2\sqrt{9}$

$2=6.$ Неверно

• $x=6$

$\sqrt{9}-\sqrt{1}+4=2\sqrt{9}$

$6=6.$ Верно

II. $t=\frac{1}{2}$

$$(x+3)(7-x)=\frac{1}{4} \Rightarrow -x^2+4x+21=\frac{1}{4} \Rightarrow 4x^2-16x-83=0$$

$$x=\frac{8\pm\sqrt{396}}{4}=\frac{4\pm3\sqrt{11}}{2}$$

$83\cdot4=332$ $\quad 332+64=396$

Проверка. (в самое начало)

• $x=\frac{4+3\sqrt{11}}{2}$

$$\sqrt{\frac{10+3\sqrt{11}}{2}}-\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}}+4=2\sqrt{\frac{100-99}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{10+3\sqrt{11}}{2}}-\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}}+3=0$$

Но число слева строго больше 0, т.к. ~~первое слагаемое по модулю~~

$$\sqrt{\frac{10+3\sqrt{11}}{2}}>\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}}$$

Не подходит.

211006941 (U119186 M1278010)

Чистовик

- $x = \frac{4-3\sqrt{11}}{2}$

$$\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{\frac{10+3\sqrt{11}}{2}} + 4 = 1$$

$$\frac{10-3\sqrt{11}}{2} = \frac{10+3\sqrt{11}}{2} + 9 - 6\sqrt{\frac{10+3\sqrt{11}}{2}}$$

$$-\sqrt{11} = 3 - 2\sqrt{\frac{10+3\sqrt{11}}{2}}$$

$$2(10+3\sqrt{11}) = 9 + 11 + 6\sqrt{11}$$

$$20+6\sqrt{11} = 20+6\sqrt{11}.$$ Верно.

Ответ: $x = \left\{\frac{4-3\sqrt{11}}{2}; 6\right\}$

211006941 (U119186 M1278010)

Чистовик

№3

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+3=0$

Заметим, что $a\neq 0$, иначе $3=0$, а это не так.

Тогда разделим на a.

$x^2-2ax-y+a^2+\frac{3}{a}=0 \Rightarrow y=x^2-2ax+\left(a^2+\frac{3}{a}\right)$

уравнение параболы с вершиной B.

Тогда $x_B=a \Rightarrow y_B=\frac{3}{a}$

$5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0$

$y^2-4(a+x)y+(12ax+8x^2+5a^2)=0$

$\frac{D}{4}=4(a+x)^2-(12ax+8x^2+5a^2)=-4x^2-4ax-a^2=-(2x+a)^2$

Значит, точка A существует только тогда, когда $2x+a=0$, то есть $x=-\frac{a}{2}$

$y^2-2ay+a^2=0 \Rightarrow (y-a)^2=0 \Rightarrow y=a$

Тогда $x_A=-\frac{a}{2}$, $y_A=a$.

I. Пусть точка B ниже прямой $y=2x-5$

Тогда $2a-5>\frac{3}{a}$, $2a-\frac{3}{a}-5>0$ (*)

Если A ниже этой прямой, то $-a-5>a \Rightarrow 2a+5<0$
$a<-2,5$

Умножим (*) на a, знак поменяется

$2a^2-5a-3<0 \Rightarrow (a-3)(2a+1)<0 \Rightarrow a\in\left(-\frac{1}{2};3\right)$. Не подходит

~~$a^3+a^2-5a-3<0$. Утверждаем, что при $a<-2,5$ $a^3+a^2-5a<0$~~

~~$a(a^2+a-5)<0 \Rightarrow a\left(a+\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)\left(a+\frac{1-\sqrt{21}}{2}\right)<0$. При $a<-2,5$ первый и II множители точно меньше 0.~~

~~Рассмотрим II множитель. $a+\frac{1+\sqrt{21}}{2}$. Докажем, что $a<\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$. Для этого достаточно доказать, что $-2,5<\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$, $-5<-1-\sqrt{21}$, $-4<-\sqrt{21}$, $4>\sqrt{21}$.~~

21100694L (U119186 M1278010)

~~Нужно решить систему~~ $\begin{cases} a<-2,5 \\ a^3+a^2-5a-3<0 \end{cases}$ ~~Вернёмся к ней позже~~

Чистовик

II. Пусть точка B выше прямой $y = 2x-5$

Тогда $2a-5 < \cancel{a^2+}a+\frac{3}{a}$, $\cancel{a^2+2}a-\frac{3}{a}-5<0$ (*)

Если A выше этой прямой, то $-a-5<a \Rightarrow 2a>-5 \Rightarrow a>-2,5$

• $a \in (-2,5; 0)$

Умножим (*) на a, знак изменится

$\cancel{a^3+a^2-5a-3>0}$ $2a^2-5a-3>0 \Rightarrow (a-3)(2a+1)>0$

$a \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (3; +\infty)$

~~Значит, $a \in$ Ниже~~ $a \in (-2,5; -\frac{1}{2})$

• $a \in (0; +\infty)$. Умножим (*) на a, знак не изменится

$\cancel{a^3+a^2-5a-3<0}$ $2a^2-5a-3<0$

~~Таким образом, нужно решить систему~~ $\cancel{\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a\in(0;+\infty) \\ a^3+a^2-5a-3<0 \end{cases} \\ \begin{cases} a\in(-2,5;0) \\ a^3+a^2-5a-3>0 \end{cases} \\ \begin{cases} a\in(-\infty;-2,5) \\ a^3+a^2-5a-3<0 \end{cases} \end{array}\right.}$

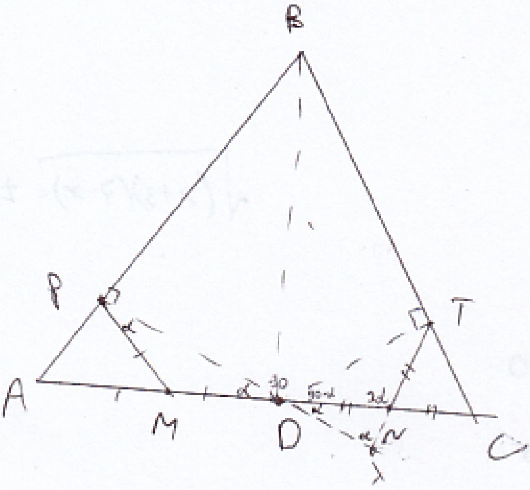
$(a-3)(2a+1)<0 \Rightarrow a \in (-\frac{1}{2}; 3)$

$a \in (0;3)$

Ответ: $a \in (0;3) \cup (-2,5; -\frac{1}{2})$

211006941 (U119186 M1278010)

Черновик.

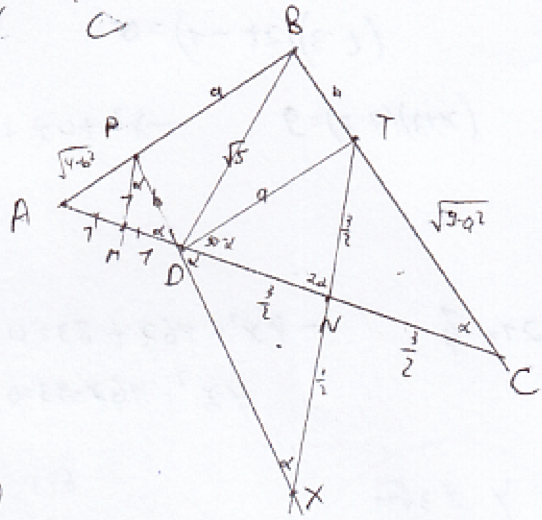


$90°$

$a^2+b^2=5 \Rightarrow a^2=5-b^2$

$\frac{(b+\sqrt{9-a^2})(a+\sqrt{4-b^2})}{2}$

$\frac{(b+\sqrt{4+b^2})(a+\sqrt{4-b^2})}{2}$



$b^2+4-4b\cos\alpha=4-b^2$

$2b^2=4b\cos\alpha$

$b=2\cos\alpha$

$\sin\alpha=\frac{a}{3}$ $\quad a=3\sin\alpha$

$4\cos^2\alpha+9\sin^2\alpha=5$

$5\sin^2\alpha=1 \Rightarrow \sin^2\alpha=\frac{1}{5}, \ \cos^2\alpha=\frac{4}{5}$

$a=\frac{3}{\sqrt5}, \quad b=\frac{4}{\sqrt5}$

5 ← ответ

$9-\frac{9}{5}=$ $\quad \frac{6}{\sqrt5}+\frac{4}{\sqrt5}$ $\quad \frac{10}{\sqrt5}$

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$

$-x^2+4x+21\geq0$

$x^2-4x-21\leq0$

$(x-7)(x+3)\leq0 \Rightarrow x\in[-3;7]$

$x+3+16+8\sqrt{x+3}=4(21+4x-x^2)+(7-x)+4\sqrt{(21+4x-x^2)(7-x)}$

$x+19+8\sqrt{x+3}=91+15x-4x^2+4\sqrt{(7-x)^2(x+3)}$

$2x^2-7x-36=2\sqrt{x+3}(5-x)$

211006941 (U119186 M1278010)

$4x^2-14x+8\sqrt{x+3}-72=4(7-x)\sqrt{x+3}$

$4x^2-14x-72=4\sqrt{x+3}(5-x)$

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{(x+3)(7-x)}$

$(x+3)+(7-x)-2\sqrt{(x+3)(7-x)}=4(x+3)(7-x)+16-16\sqrt{(x+3)(7-x)}$

$\cancel{10-4}\ 14\sqrt{(x+3)(7-x)}=4(x+3)(7-x)+6$

$7\sqrt{(x+3)(7-x)}=2(x+3)(7-x)+3$

$\sqrt{(x+3)(7-x)}=t$

$49(x+3)(7-x)=4(x+3)^2(7-x)^2+9+12(x+3)(7-x)$

$37(-x^2+4x+21)=$

$2t^2-7t+3=0$

$(t-3)(2t-1)=0$

I. $t=3$ $\quad (x+3)(7-x)=9 \quad -x^2+4x+21=9 \quad x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$

$x=-2$
$x=6$

$x=\frac{4\pm3\sqrt{11}}{2}$

II. $t=\frac{1}{2}$

$-x^2+4x+21=\frac{1}{4} \qquad -4x^2+16x+83=0$

$4x^2-16x-83=0$

64 $\quad 83 \cdot 4 = 332$ $\quad 64+332=396$ $\quad 6\cdot 66$ $\quad 6^2\cdot 11$ $\quad 6\sqrt{11}$

$\cancel{8\pm}$ $\quad \cancel{4\pm}$ $\quad \frac{4\pm3\sqrt{11}}{2}$ $\quad 64+$ $\quad \cancel{\frac{8\pm6\sqrt{11}}{4}}$

$\frac{4+3\sqrt{11}}{2}<7$

$3\sqrt{11}<10$

$99<100$

$\frac{4-3\sqrt{11}}{2}>-3$

$10>3\sqrt{11}$

$\sqrt{\frac{10+3\sqrt{11}}{2}}-\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}}+4=2\sqrt{\frac{1}{4}}$

$+3=0$

$\sqrt{11}-3=2\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}}$

$\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}}-\sqrt{\frac{10+3\sqrt{11}}{2}}+3=0$

$20-6\sqrt{11}=$

$\frac{10-3\sqrt{11}}{2}+9+6\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}}=\frac{10+3\sqrt{11}}{2}$

$\sqrt{11}=3+2\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}}$

211006941 (U119186 M1278010)

$2=2(10-3\sqrt{11})+12\sqrt{\frac{10-3\sqrt{11}}{2}}$

Черновик

координаты A: $8x^2+12ax-4xy-4ay+y^2+5a^2=0$

парабола с вершиной B: $ax^2-2a^2x-ay+a^2+3=0$

A и B по одну сторону от $2x-y=5$

$ay=ax^2-2a^2x+a^2+3 \Rightarrow y=x^2-2ax+\left(a+\frac{3}{a}\right)$

$x_B=a \qquad y_B=-a^2+a+\frac{3}{a}$

Прямая $y=2x-5$

I. B лежит ниже прямой.

$\Rightarrow 2a-5>-a^2+a+\frac{3}{a}$

$a^2+a-\frac{3}{a}-5>0$

$a\left(a+\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)\left(a+\frac{1-\sqrt{21}}{2}\right)$

$2x_0-5>\cancel{5a^2}$

$y^2-4xy-4ay=-12ax-8x^2-5a^2$

$(y-2a)^2+(y-2x)^2+a^2+4x^2-y^2-12ax=0$

$\cancel{2y^2-8xy-8ay+24ax+16x^2+10a^2}$

$y^2-4(a+x)y+(12ax+8x^2+5a^2)=0$

$\cancel{y}=4(a+x)^2-(12ax-8x^2-5a^2)=4a^2+8ax+4x^2-12ax-8x^2-5a^2=$

$=-4x^2-4ax-a^2=$

$=-(2x+a)^2$

$(a-t)(a^2+(1+t)a+(t+t^2-5))$

$-t-t^2$

$-t^2-t^3+5t=-3$

$t^3+t^2-5t-3=0$

$\cancel{a^3<5a-a^2}$

$a^3+a^2-5a<0$

$a(a^2+a-5)<0 \rightarrow \left(-6a^2+2a^2+5a^2\right.$

$-\frac{1\pm\sqrt{21}}{2}$

$-27+9+15-3$

x^2-2x+1 вершина 1

$-\frac{5}{2} \quad \left| -\frac{125}{8}+\frac{25}{4}-\frac{25}{2}-3 \right.$

$\frac{-25}{4}$

$a^2<5a$

$\cancel{a<5}$

$a^2(a+1)<5a+3$

$a^3+a^2<5a+3$

A_1

$-2,5<\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$

$-5<-1-\sqrt{21}$

$-4<-\sqrt{21}$

$a<\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$

$\frac{1-\sqrt{21}}{2} \qquad -2,5$

$a+\frac{1-\sqrt{21}}{2}<0$

$a<\frac{\sqrt{21}-1}{2}$

$\frac{1+\sqrt{21}}{2} \qquad -\frac{1-\sqrt{21}}{2}$

$-\frac{1+\sqrt{21}}{2}$

$a=-\frac{1+\sqrt{21}}{2}$

211006941 (U119186 M1278010)

Черновик

$a^2(a+1)-5a-3>0$

При движении от 0 к −1

$a^3\downarrow$

$a^2\uparrow$

$-5a\uparrow$

$-\frac{25}{4}=-\frac{50}{8}$

$-5a-3>0$

$5a+3<0$

$a<-\frac{3}{5}$

$\frac{125}{8}+\cancel{\frac{25}{4}}-\frac{25}{2}-3$

$+\frac{75}{8}-3$

211006941 (U119186 M1278010)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006941**

ID профиля: **119186**

Вариант 10

Чистовик

№4

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2=81 \end{cases}$$

Пусть $x^2=t,\ y^2=s$

$$\begin{cases} \frac{6}{t+s} + ts = 10 \\ t^2+s^2+7ts=81 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{6}{t+s} + ts = 10 \\ (t+s)^2+5ts=81 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{30}{t+s} + 5ts = 50 \\ (t+s)^2+5ts=81 \end{cases}$$

$(t+s)^2 - \frac{30}{t+s} = 31 \Rightarrow (t+s)^3 - 31(t+s) - 30 = 0$

Пусть $t+s=z \Rightarrow z^3 - 31z - 30 = 0 \Rightarrow (z+1)(z-6)(z+5)=0$

$z = x^2+y^2 \Rightarrow z \geqslant 0 \Rightarrow z=6 \Rightarrow x^2+y^2=6$

$\frac{6}{6} + x^2y^2 = 10 \Rightarrow \begin{cases} x^2y^2=9 \\ x^2+y^2=6 \end{cases} \Rightarrow x^2(6-x^2)=9 \Rightarrow x^4-6x^2+9=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x^2-3)^2=0 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3} \Rightarrow y=\pm\sqrt{3}$

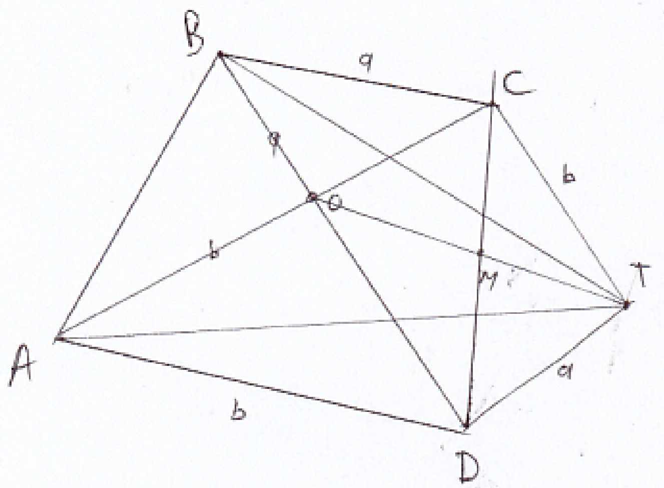
Проверка:

$$\begin{cases} \frac{6}{6} + 9 = 10 \\ 9+9+7\cdot 9 = 81. \end{cases}$$ Верно

Ответ: $x=\pm\sqrt{3},\ y=\pm\sqrt{3}$

Чистовик

№6



Доказать: $\triangle ABT$ – правильный

Найти: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$

Решение

1. Пусть $BO = OC = BC = a$, $AO = OD = AD = b$.

$\angle AOD = 60^\circ \Rightarrow \angle AOB = 120^\circ$ $\cancel{\Rightarrow AB}$

2. M – середина CD. $MC = MD$, $OM = MT \Rightarrow CTDO$ – параллелограмм $\Rightarrow$

$\Rightarrow CT = OD = b$, $DT = OC = a$

3. ~~$\angle ODT = \angle OCD$ и $\angle ODC = \angle DCT$, т.к.~~ $CTDO$ – параллелограмм $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ODT = \angle OCT = 180^\circ - \angle COD = 60^\circ$

4. $\angle ODA = \angle BCO = 60^\circ$, $\angle ODT = \angle OCT = 60^\circ \Rightarrow \angle BCT = \angle ADT = 120^\circ$.

5. Получается, что $\triangle ADT = \triangle TCB = \triangle AOB$ по двум сторонам и углу между ними $\Rightarrow AT = BT = AB \Rightarrow \triangle ABT$ – правильный.

6. Теперь известно, что $a = 2$, $b = 7$.

$AB^2 = CD^2 = 4 + 49 - 28 \cdot \cos 120^\circ = 67 \Rightarrow S_{ABO} = S_{COD} =$

$= \frac{1}{4}\sqrt{(9+\sqrt{67})(9-\sqrt{67})(5+\sqrt{67})(\sqrt{67}-5)} = \cancel{\frac{1}{4}\sqrt{3\cdot(43-2\sqrt{67})}} = \frac{1}{4}\sqrt{14\cdot 42} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$

7. $S_{BOC} = 4\sqrt{3\cdot 1\cdot 1\cdot 1} = \sqrt{3}$, $S_{AOD} = \sqrt{\frac{21}{2}\cdot\frac{7}{2}\cdot\frac{7}{2}\cdot\frac{7}{2}} = \frac{7}{4}\sqrt{21\cdot 7} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

Значит, $S_{ABCD} = \sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4} + \frac{7\sqrt{3}}{2} = \frac{49\sqrt{3} + 14\sqrt{3} + 4\sqrt{3}}{4} = \frac{67\sqrt{3}}{4}$

211006941 (U119186 M1278011)

Чистовик

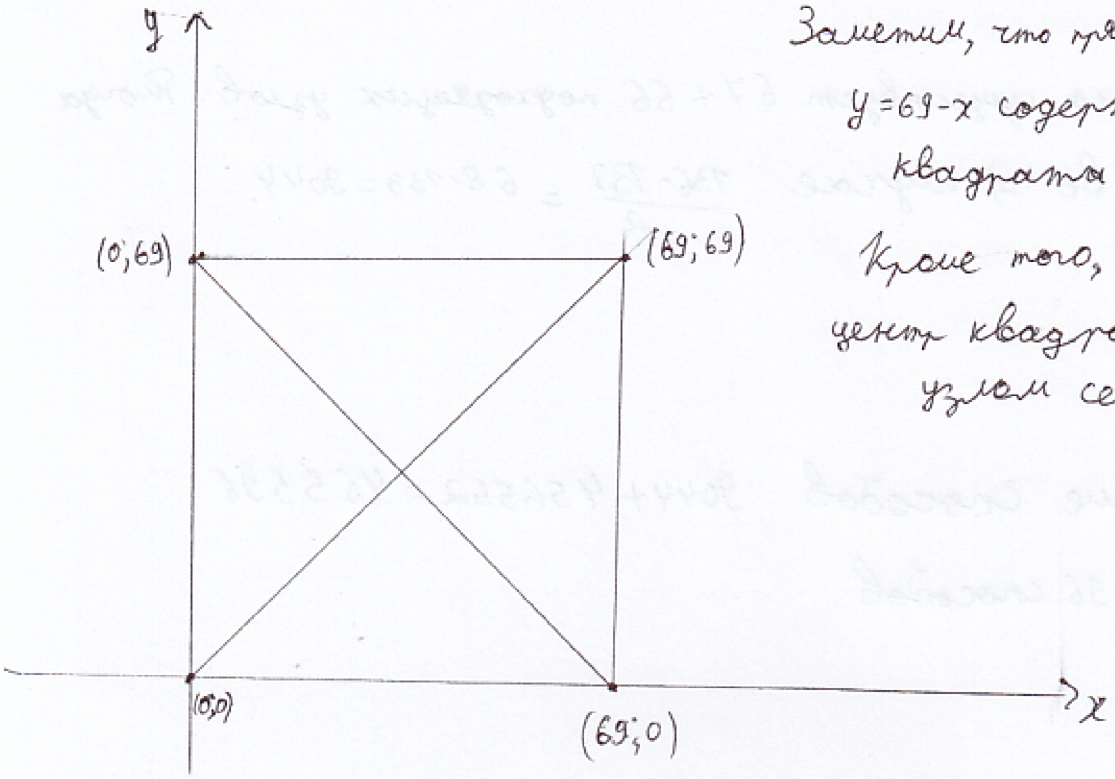
8. $AB = AT = BT = \sqrt{67} \Rightarrow S_{ABT} = \frac{1}{4}\sqrt{3\sqrt{67}\cdot\sqrt{67}\cdot\sqrt{67}\cdot\sqrt{67}} = \frac{67\sqrt{3}}{4}$

9. $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{67\sqrt{3}}{67\sqrt{3}} = 1$

Ответ: 1:1

Чистовик

№5



Заметим, что прямые $y=x$ и $y=69-x$ содержат диагонали квадрата.

Кроме того, заметим, что центр квадрата не является узлом сетки

Каждая диагональ проходит через 68 узлов сетки, лежащих строго внутри квадрата. Всего узлов сетки строго внутри квадрата 68^2.

1) Сначала будем рассматривать случаи, когда ровно один выбранный узел сетки лежит на какой-то диагонали. Посмотрим на узел на диагонали. Существует ~~всего~~ $67\cdot 2=134$ узла, которые не могут быть отмечены, как второй узел ~~иначе~~ (это узлы на прямых, параллельных координатным осям, проходящих через рассматриваемый узел). ~~Значит, вторым узлом может быть любой из $68^2-134=3490$~~

$68\cdot 68 = 4624$; $4624-134=3490$

~~Тогда в 1) случае всего~~, Ещё есть $66+67=133$ узлов на диагоналях. Значит, вторым узлом может быть любой из 3357. Тогда в 1) случае всего $136\cdot 3357=456552$ способов.

211006941 (U119186 M1278011)

335

$3357\cdot 136$

Чистовик

2) Теперь рассмотрим случай, когда оба узла лежат на диагоналях.

Для каждого узла существует 67 + 66 подходящих узлов. Тогда всего способов во 2) случае $\frac{136 \cdot 133}{2} = 68 \cdot 133 = 9044$.

$$\begin{array}{r} \times\ 733 \\ 68 \\ \hline 1064 \\ +\ 798\ \ \\ \hline 9044 \end{array}$$

Тогда в сумме способов $9044 + 456552 = 465596$

Ответ: 465596 способов

211006941 (U119186 M1278011)

Черновик.

$$\frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10$$

$$x^4+y^4+7x^2y^2=81$$

$x^2 = t$

$y^2 = s$

$$\begin{cases} \frac{6}{t+s} + ts = 10 \\ t^2+s^2+7ts=81 \end{cases}$$

$$\frac{42}{t+s} + 7ts = 70$$

$$t^2+s^2 - \frac{42}{t+s} = 11$$

$$10t + 10s = t^2s + ts^2 + 6$$

$$(t+s)^2 + 5ts = 81$$

$$\frac{30}{t+s} + 5ts = 50$$

$\rightarrow$ $(t+s)^2 - \frac{30}{t+s} = 31$

$$(t+s)^3 - 31(t+s) - 30 = 0$$

$z^3 - 31z - 30 = 0$

$(z+1)(z^2-z-30)=0$ $\quad (z+1)(z-6)(z+5)=0$

I. $t+s=-1$ Нет.

x^2+y

$\Rightarrow x^2+y^2=6$

$x^2y^2=9$

$x^2(6-x^2)=9$ $\quad x^4-6x^4+9=0$ =

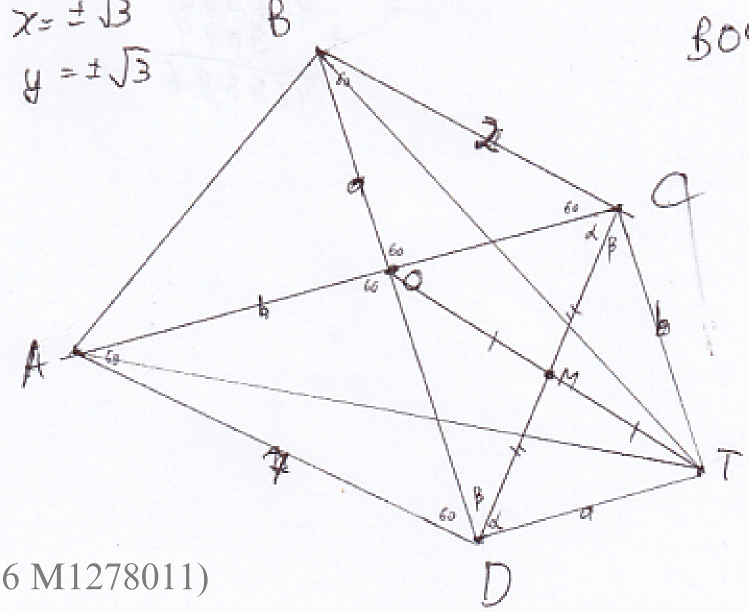
$(x^2-3)^2=0$

$x^2=3$

$x = \pm\sqrt{3}$

$y = \pm\sqrt{3}$

BOC и AOD- правильные



$$+\begin{array}{r}49\\18\\\hline 67\end{array}$$

$$-\begin{array}{r}81\\67\\\hline 14\end{array}$$

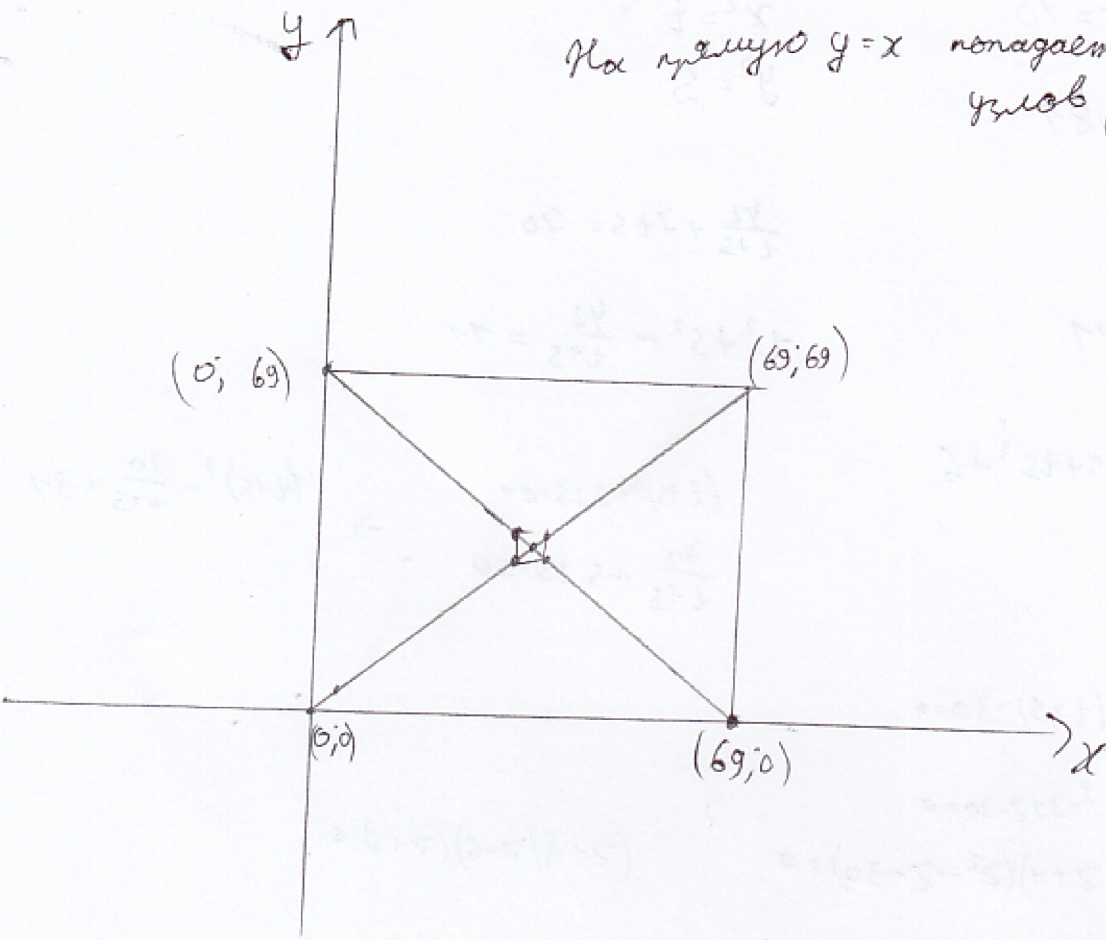
$$+\begin{array}{r}49\\18\\\hline 67\end{array}$$

$$-\begin{array}{r}67\\25\\\hline 42\end{array}$$

211006941 (U119186 M1278011)

Черновик.

На прямую $y=x$ попадает 68 нужных узлов $((1;1),(2;2),\dots,(68;68))$



$1;1 - \dots - 68$

$$\times\begin{array}{r}68\\68\\\hline\end{array}$$

$$-\begin{array}{r}3490\\735\\\hline 3355\end{array}$$

$$\times\begin{array}{r}3357\\736\\\hline 20142\\+10071\\3357\\\hline 456552\\+\ 9044\\\hline 465596\end{array}$$

211006941 (U119186 M1278011)