Часть 1

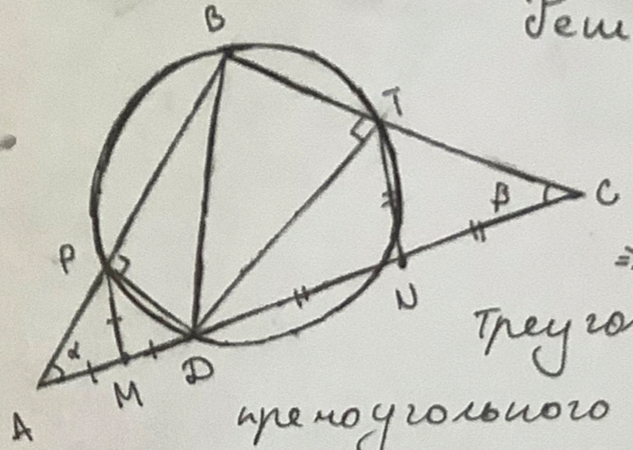
Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006892**

ID профиля: **375871**

Вариант 10

Чистовик | Задача №1 а)



Решение: BD – диаметр, следовательно $\angle BPD = 90^\circ$ и $\angle BTD = 90^\circ$ как внутренние.

$\Rightarrow$ MP и TN – медианы прямоугольных треугольников APD и DTC. Медиана прямоугольного треугольника равна половине гипотенузы $\Rightarrow PM = MA = MD$ и $TN = DN = NC$

Пусть $\angle PAD = \angle BAC = \alpha$, а $\angle BCA = \beta$

$\angle NTC = \angle NCT = \beta \Rightarrow \angle TNC = 180^\circ - 2\beta$

$\angle MPA = \angle MAP = \alpha \Rightarrow \angle AMP = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \angle DMP = 2\alpha$

$MP \parallel TN$, $\angle PMD$ и $\angle TNC$ образованы с PM и TN одной прямой AC $\Rightarrow \angle PMD = \angle TNC$

$$180^\circ - 2\beta = 2\alpha$$

$$2(\alpha + \beta) = 180^\circ$$

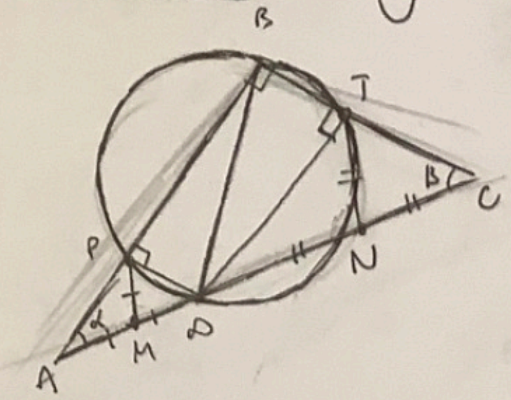
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Ответ: 90°

$\angle ABC = 90^\circ$

Чистовик ‖ Задача №1 б)



$\angle BAC=\alpha,\ \angle BCA=\beta$

$\alpha+\beta=90 \Rightarrow \beta=90-\alpha$

$MP=AM=MD \Rightarrow AD=2\cdot MP=2$

$PD^2=PM^2+MD^2-2\,PM\cdot MD\cdot\cos2\alpha=2-2\cos2\alpha$

$\cos(180-x)=\overset{\cos\pi}{\overset{\parallel}{\cos180}}\cdot\cos x+\overset{\sin\pi}{\overset{\parallel}{\sin180}}\cdot\sin x=$
$=-\cos x$

$\cos\pi=-1$
$\sin\pi=0$

$AP^2=2(1-\cos(180-2\alpha))=2(1+\cos2\alpha)$

$TC^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot2-2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cos(180-2\beta)=$

$=\frac{9}{4}\cdot2-\frac{9}{2}\cos2\alpha=\frac{9}{2}(1-\cos2\alpha)$

$TD^2=\frac{9}{2}(1-\cos2\beta)=\frac{9}{2}(1-\cos(180-2\alpha))=$

$=\frac{9}{2}(1+\cos2\alpha)$

$\angle DPB=\angle BBT=\angle BTD=90^\circ \Rightarrow DPBT$ прямоугольник

$BT=PD$

$BT^2+DT^2=BD^2=5$

$\frac{9}{2}(1+\cos2\alpha)+2(1-\cos2\alpha)=5$

$\frac{9}{2}+2+4{,}5\cos2\alpha-2\cos2\alpha=5$

$2{,}5\cos2\alpha=5-2-4{,}5=5-6{,}5=-1{,}5$

$\cos2\alpha=-\frac{1{,}5}{2{,}5}=-\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5}=-\frac{3}{5}=-0{,}6$

$AB=AP+PB=\sqrt{2(1+\cos2\alpha)}+\sqrt{\frac{9}{2}(1+\cos2\alpha)}=$

$=\sqrt{2(1-0{,}6)}+\sqrt{\frac{9}{2}\cdot0{,}4}=\sqrt{2\cdot\frac{2}{5}}+\sqrt{\frac{9}{2}\cdot\frac{2}{5}}=\frac{2}{\sqrt5}+\frac{3}{\sqrt5}=\frac{5}{\sqrt5}$

$BC=BT+TC=\sqrt{2(1-\cos2\alpha)}+\sqrt{\frac{9}{2}(1-\cos2\alpha)}=\sqrt{\frac{2\cdot8}{5}}+\sqrt{\frac{9}{2}\cdot\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{5}}=$

$=\frac{4}{\sqrt5}+\frac{6}{\sqrt5}=\frac{10}{\sqrt5}$

$S_{ABC}=\frac{AB\cdot BC}{2}=\frac{\frac{10}{\sqrt5}\cdot\frac{5}{\sqrt5}}{2}=\frac{10\cdot\overset{5}{\cancel{5}}}{\cancel{5}\cdot2}=5$

Ответ: 5; $S_{ABC}=5$

Чистовик || Задача № 2, страница 1

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$ ОДЗ: $x=[-3;7]$

$21-4x-x^2=(7-x)(x+3)$

$\sqrt{x+3}=\sqrt{a}$, $x+3=a$

$7-x=10-a$

$\sqrt{a}+4=\sqrt{10-a}\,(2\sqrt{a}+1)$ $|\hat{}2$

$a+16+8\sqrt{a}=(10-a)(4a+1+4\sqrt{a})$

$a+16+8\sqrt{a}=(10-a)(4a+1)+(10-a)4\sqrt{a}$

$8\sqrt{a}-(10-a)4\sqrt{a}=(10-a)(4a+1)-a-16$

$8\sqrt{a}-40\sqrt{a}+4\sqrt{a}\cdot a=40a+10-4a^2-a-a-16$

$4a\sqrt{a}-32\sqrt{a}=-4a^2+38a-6$ $|:2$

$2\sqrt{a}(a-8)=-2a^2+19a-3$ $|\hat{}2$

$4a(a^2-16a+64)=4a^4+(19a-3)^2-2\cdot2a^2(19a-3)$

$4a^3-64a^2+256a=4a^4+361a^2+9-6\cdot19a-4\cdot19a^3+12a^2$

$4a^4-4\cdot20a^3+373a^2+64a^2-114a-256a+9=0$

$4a^4-80a^3+437a^2-370a+9=0$

$4a^4-4a^3-76a^3+76a^2+361a^2-361a-9a+9=0$

$(a-1)(4a^3-76a^2+361a-9)=0$ $\Rightarrow$ $a=1$, $x+3=1$, $[x=-2]$

проверка:

$\sqrt{1}-\sqrt{9}+4\neq2\sqrt{21-8-4}$

$2\neq2\cdot3$ $\Rightarrow x\neq-2$

$4a^3-36a^2-40a^2+360a+1a-9=0$

$(a-9)(4a^2-40a+1)=0$

$\Rightarrow a=9$, $x+3=9$, $x=6$

Проверка:

$\sqrt{3}-\sqrt{1}+4=2\sqrt{21+24-36}$

$6=2\sqrt{9}$ ✓ $\Rightarrow$ $x=6$

$D=40^2-4\cdot4=1600-64=36\cdot44=(6\cdot2\sqrt{11})^2$

$a_{12}=\frac{40\pm24\sqrt{11}}{8}=5\pm3\sqrt{11}$

Чистовик || Задача № 2 страница 2

Проверка: $a = 5 \pm 3\sqrt{11}$; $\sqrt{11} > \sqrt{9} \Rightarrow 5 + 3\sqrt{11} > 7$ W

$-3\sqrt{11} \gtrless -8$

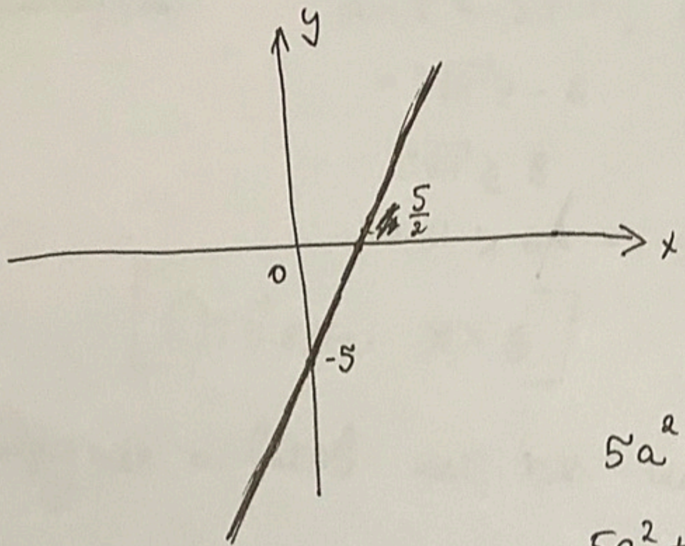
$3\sqrt{11} \gtrless 8$

$9 \cdot 11 > 64 \Rightarrow 5 - 3\sqrt{11} < (5 - 8 = -3) \Rightarrow$ W

[Ответ: $x = 6$]

Других ответов нет, т.к. не подходит по ОДЗ

"Чистовик" Задача №3



$$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$$
$$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0$$

$$2x - y = 5 \Rightarrow y = 2x - 5$$

$$5a^2 - 4ay + 12ax + 8x^2 - 4xy + y^2 = 0$$
$$5a^2 + a(12x - 4y) + 8x^2 - 4xy + y^2 = 0$$
$$D_1 = (12x - 4y)^2 - 20(8x^2 - 4xy + y^2) =$$
$$= 144x^2 + 16y^2 - \overset{96}{8 \cdot 12}xy - 160x^2 + 80xy - 20y^2 =$$
$$= -16x^2 - 4y^2 - 16xy = -(16x^2 + 16xy + 4y^2)$$
$$D_2 = 16y^2 - 4 \cdot 16 \cdot 4y^2 = 16y^2(1 - 16) < 0$$

$\Rightarrow$ нет корней..?

$$-16 < 0,\ -4 < 0 \Rightarrow D_1 < 0$$

$$8x^2 + x(12a - 4y) + 5a^2 - 4ay + y^2 = 0$$
$$D_1 = 144a^2 + 16y^2 - 96ay - 4 \cdot 8(5a^2 - 4ay + y^2) =$$
$$= 144a^2 - 160a^2 + 16y^2 - 32y^2 - 96ay + \overset{128}{16 \cdot 8}ay = -16a^2 - 16y^2 + 32ay =$$
$$\cancel{D_2 = 32^2y^2 - 4 \cdot 16 \cdot 16} \quad = -16(a^2 + y^2 - 2ay) = -16(a - y)^2$$
$$D \geq 0 \Rightarrow a = y$$
$$8x^2 + x \cdot 8a + 5a^2 - 4a^2 + a^2 = 8x^2 + 8xa + 2a^2 = 0$$
$$D = 64 - 8 \cdot 4 \cdot 2 = 0$$
$$x = \frac{-8a}{16} = -\frac{a}{2} = -\frac{y}{2}$$

$$\cancel{2x - y \leq 5 \Rightarrow -a - a \leq 5 \Leftrightarrow -2a \leq 5}$$

~~Условие~~ Задача №2

черновик

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$$

ОДЗ: $x\geq -3,\ x\leq 7$

$D(x^2-4x-21)=16+4\cdot 21=16+84=100$

$x_{1,2}=\frac{4\pm 10}{2}$ → 7, → −3

−3 7 6 ⇒ $x=[-3;7]$

$1-3+4=2$

$2\cdot\sqrt{21+8-4}=6$ $\sqrt{+4x-x^2}=20$

$x^2-4x+20=0$

$\sqrt{1}-\sqrt{3}+4=2\sqrt{21+8-4}$

Возведём в квадрат:

$x+3+(\sqrt{7-x}+4)^2-2\sqrt{x+3}(\sqrt{7-x}+4)=4(21+4x-x^2)$

$x+3+7-x+16+2\cdot 4\cdot\sqrt{7-x}-2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}-8\sqrt{x+3}=84+16x-4x^2$

$26+8\sqrt{7-x}-2\sqrt{(x+3)(7-x)}-8\sqrt{x+3}=\ldots$

$D=16-9\cdot 11$

$25+9\cdot 11-8\sqrt{11}$

$\frac{1+3+4}{8}=2$

$x+3=a$

$a-b+4=2ab$

$7-x=-x-3+10=10-a$

$(5-3\sqrt{11})^2$

$\sqrt{a}-\sqrt{10-a}+4=2\sqrt{a(10-a)}$

$\sqrt{a}+4=2\sqrt{10-a}(\sqrt{a}+1)$

$28\cdot 2=56$

$21-(8-4)$

$56-8=48$

$x+3=9$

$x=6$

$x-6$

$\sqrt{3}-\sqrt{1}+4=6$

$2\sqrt{21+24-36}$

Черновик | Задачи: (+ пер. [illegible])

18 $1 \quad -\frac{19}{10} \cdot 2$

$35 - \left(2+\frac{8}{9}\right) = 2\frac{1}{9} = \frac{19}{9} \cdot \frac{9}{10}$

$\left(2\left(1-\cos(180-2\alpha)\right) + \frac{8}{9}\left(1-\cos 2\beta\right)\right) \times$

$19 + \cos$

$\cos(180-2\alpha)$

$\times \left(2\left(1-\cos 2\alpha\right) + \frac{8}{9}\left(1-\cos(180-2\beta)\right)\right)$

$\cos(180-2\alpha) = \cos\cdot\cos + \sin\cdot\sin$

$PM \parallel TN$

$= \cos 180 \cos 2\alpha + \cancel{\sin 180 \sin 2\alpha} = -\cos 2\alpha$

$180 - 2\alpha = 2\beta$

$180 = 2(\beta+\alpha)$

$\beta + \alpha = 90$

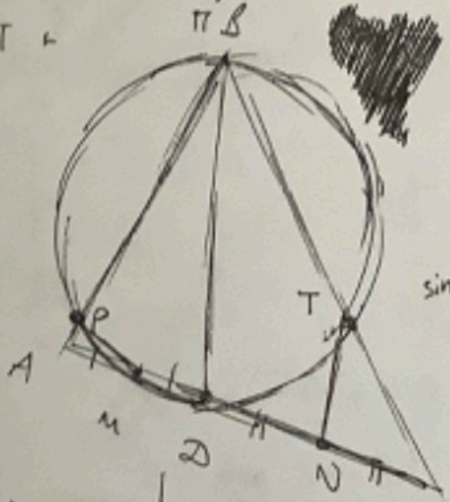
$180 - \beta - \alpha = 90$

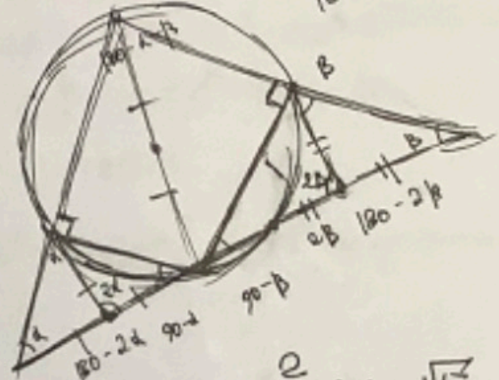
$\pi \quad \pi B$

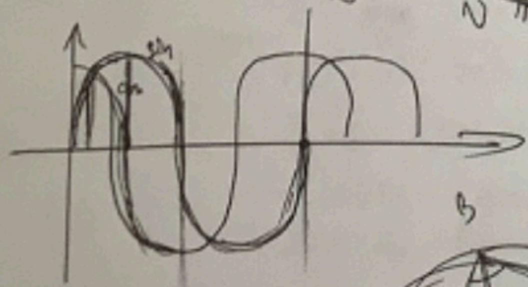
$MN = \frac{AC}{2}$

$\frac{1}{2}\sin\alpha$

$\sin(0) =$







$MP = 1, \ TN = \frac{2}{3}, \ BD = \sqrt{5}$

$AP \cdot AB = AD^2$

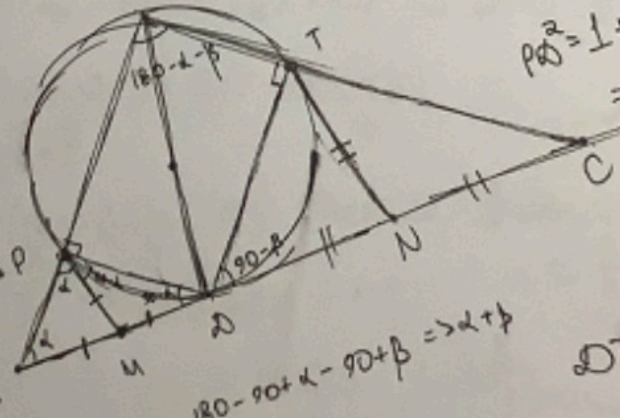
$CT \cdot CB = CD^2$] I guess

$PD^2 = 1 + 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 2\alpha =$

$= 2 - 2\cos 2\alpha$

$= 2\left(1-\cos 2\alpha\right)$

$3 + 7 = 10$



$180 - 90 + \alpha - 90 + \beta = > \alpha + \beta$

$DT^2 = \frac{4}{9} + \frac{4}{9} - 2 \cdot \frac{4}{9} \cos 2\beta =$

$= \frac{8}{9}\left(1-\cos 2\beta\right)$

$DT^2 + PD^2 = 5$

$2\left(1-\cos 2\alpha\right) + \frac{8}{9}\left(1-\cos 2\beta\right) = 5$

$2 + \frac{8}{9} - 2\cos 2\alpha - \frac{8}{9}\cos 2\beta$

$-2\frac{1}{9} = 2\cos 2\alpha + \frac{8}{9}\cos 2\beta$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 9 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ -\ 36 \\ \hline 40 \end{array}$$

$4 - 4$

$-72 + 72$

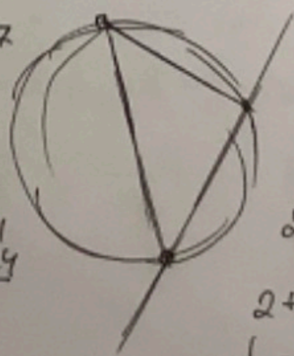
$4 - 36$

$-36 + 324$

$$\begin{array}{r} 361 \\ -\ 72 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 9 \\ \hline 324 \end{array}$$ 27

$\begin{array}{r} 72 \\ -36 \end{array}$



6 $\begin{array}{r} 361 \\ -\ 324 \\ \hline \end{array}$

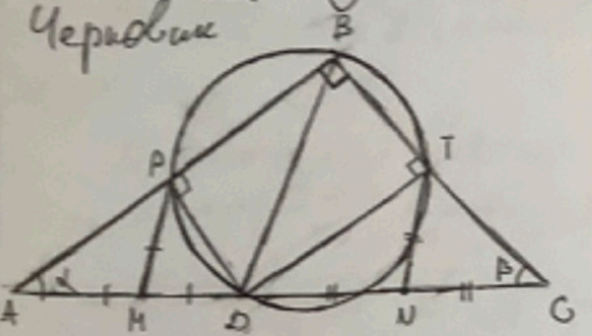
$x = 6$

$\Rightarrow 9$

211006892 (U375871 M1274136)

~~Чистовик~~ Задача №1 б

Черновик



$\boxed{\begin{matrix} MP=1 \\ NT=\frac{2}{3} \\ BD=\sqrt{5} \end{matrix}}$

$\left.\begin{matrix} MP=1 \Rightarrow AD=2MP=2 \\ NT=\frac{2}{3} \Rightarrow DC=2NT=\frac{4}{3} \end{matrix}\right\} AC=AD+DC= =2+1\frac{1}{3}=3\frac{1}{3}$

Пусть $\angle BAC=\alpha$, а $\angle BCA=\beta$

$\alpha=90-\beta$

$\angle PMD=2\alpha \Rightarrow PD^2=MP^2+MD^2-2MPMD\cos 2\alpha=$

$=1+1-2\cos 2\alpha=2(1-\cos 2\alpha)$

$\angle DNT=2\beta \Rightarrow DT^2=TN^2+DN^2-2TNDN\cos 2\beta=$

$=\frac{4}{9}+\frac{4}{9}-2\cdot\frac{4}{9}\cos 2\beta=\frac{8}{9}(1-\cos 2\beta)$

$2\beta=2(90-\alpha)=180-\alpha$

$\angle DPB=\angle PBT=\angle BTD=90^\circ \Rightarrow \triangle PBT$ прямоугольник

$BT=PD$, $BP=DT$

$PD^2+DT^2=d^2=BD^2=5$

$\frac{9}{2}=\frac{8}{2}+\frac{1}{2}=4.$

$\frac{8}{9}+2-2\cos 2\alpha-\frac{8}{9}\cos 2\beta=5$

$-2\cos 2\alpha-\frac{8}{9}\cos 2\beta=2\frac{1}{9}$

$2\cos 2\alpha+\frac{8}{9}\cos 2\beta=-2\frac{1}{9}=2\cos 2\alpha+\frac{8}{9}\cos(180-2\alpha)$

$AP^2=2(1-\cos(180-2\alpha))=2(1-\cos 2\beta)$

$TC^2=\frac{8}{9}(1-\cos 2\alpha)$

$2\cos 2\alpha+\frac{8}{9}\cos(180-2\alpha)=-2\frac{1}{9}=2\cos 2\alpha-\frac{8}{9}\cos 2\alpha=1\frac{1}{9}\cos 2\alpha$ $\cos 90 \to 0$

$\frac{10}{9}\cos 2\alpha=-\frac{19}{9} \Rightarrow \cos 2\alpha=-1.$ $1{,}5=\frac{3}{2}$ $\Rightarrow \cos\pi \to 1$

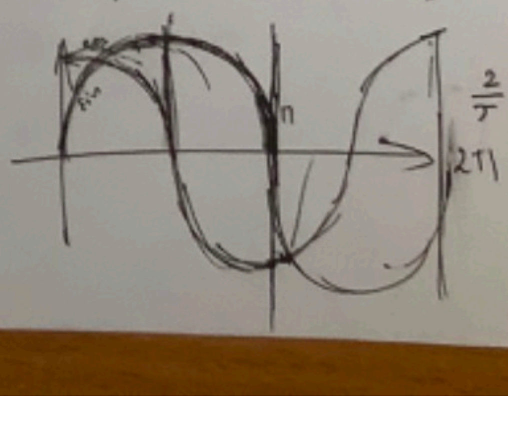
$9\cdot 4=36$ $\cos(0)=1$

$1+0{,}6=1{,}6=\frac{8}{5}$ $1\frac{1}{2}\cos 2\alpha$

$2-2\cos 2\alpha$

$\frac{8}{9}-\frac{8}{9}\cos 2\beta$ $+ =5=2\frac{8}{9}-\left(2\cos 2\alpha-\frac{8}{9}\cos 2\alpha\right)$ $2\cdot 8=16$ $\cos 30=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin 30=0{,}5$

$=-2\frac{1}{9}$ $\frac{2\cdot 9+1}{9}$ $\frac{19}{9}$ $\frac{1\cdot 9+1}{9}$ $\frac{10}{9}$



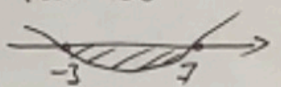
~~Чистовик~~ || Задача №2 Черновик

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

ОДЗ: $x \geqslant 3$; $x \leq 7$

$D(x^2-4x-21) = 16 + 4\cdot 21 = 100$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 10}{2} \begin{matrix} \to 7 \\ \to -3 \end{matrix}$



$\Rightarrow x = [-3; 7]$

$(x+3)(7-x) = 7x - x^2 + 21 - 3x = -x^2 + 21 + 4x$

$\Rightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}$

$\sqrt{x+3} + 4 = 2\sqrt{7-x}\left(\sqrt{x+3} + 1\right) \Big| {}^\wedge 2$

$x + 3 + 16 + 2\cdot 4\cdot\sqrt{x+3} = 4(7-x)\left(\sqrt{x+3}+1\right)^2$

$x + 19 + 8\sqrt{x+3} = 4(7-x)\left(x+3+1+2\sqrt{x+3}\right)$

$x + 19 + 8\sqrt{x+3} = (28-4x)\left(x+4+2\sqrt{x+3}\right)$

$8\sqrt{x+3} - 28\cdot 2\sqrt{x+3} + 8x\sqrt{x+3} = (28-4x)(x+4) - x - 19$

$8x\sqrt{x+3} - 48\sqrt{x+3} = 28x + 112 - 4x^2 - 16x - x - 19$

$8\sqrt{x+3}(x-6) = -4x^2 + 93 + 11x \ | {}^\wedge 2$

$64(x+3)(x-6)^2 = (4x^2 - 93 - 11x)^2$

$64(x+3)(x^2 - 12x + 36) = 16x^4 + (11x+93)^2 - 2\cdot 4x^2\cdot(93+11x)$

$64(x^3 - 12x^2 + 36x + 3x^2 - 36x + 108) = 16x^4 + 121x^2 + 93^2 + \underset{2\cdot 11\cdot 93}{2046x} - 8x^2\cdot 93 -$

$-88x^3$

$64x^3 - 64\cdot 9x^2 + 64\cdot 108 = 16x^4 - 88x^3 - (744-121)x^2 + 2046x + 93^2$

$16x^4 + 152x^3 \underbrace{- 623x^2 + 576x^2}_{-47x^2} + 2046x + (93^2 - 64\cdot 108) = 0$

$16x^4 - 152x^3 - 47x^2 + 2046x + 1737 = 0$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006892**

ID профиля: **375871**

Вариант 10

Чистовик || Задача №4

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$x^2y^2 = a$

$x^2+y^2 = b \neq 0$

$(x^2+y^2)^2 = x^2+y^2+2x^2y^2$

$$\left[\begin{array}{l} \dfrac{6}{b} + a = 10 \\ b^2-2a+7a = 81 = b^2+5a \end{array}\right.$$

$a = 10 - \frac{6}{b}$

$\cancel{b^2-2a+\frac{12}{b}}$ $b^2+5\left(10-\frac{6}{b}\right) = 81$

$b^2+50-\frac{30}{b} = 81$

$b^2 - \frac{30}{b} = 31 \quad | \cdot b$

$b^3-31b-30=0$

$b^3+b^2-b^2-b-30b-30=0$

$(b+1)(b^2-b-30)=0 \Rightarrow b=-1=x^2+y^2 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 \geq 0 \\ y^2 \geq 0 \end{array} \right. \quad x^2+y^2 \geq 0$ W

$D = 1+4\cdot 30 = 121 = 11^2$

$b = \frac{1 \pm 11}{2} \quad (b \geq 0) \Rightarrow \frac{1+11}{2} = \frac{12}{2} = 6$

$x^2+y^2=6$

$a = x^2y^2 = 10 - \frac{6}{6} = 9 \Rightarrow y^2 = \frac{9}{x^2}$

$x^2 + \frac{9}{x^2} = 6 \quad | \cdot x^2 \quad \Rightarrow x^4+9-6x^2 = 0 = x^4-6x^2+9 = (x^2-3)^2$

$x^2 = 3,\ x = \pm\sqrt{3}$

$y^2 = \frac{9}{3} = 3,\ y = \pm\sqrt{3}$

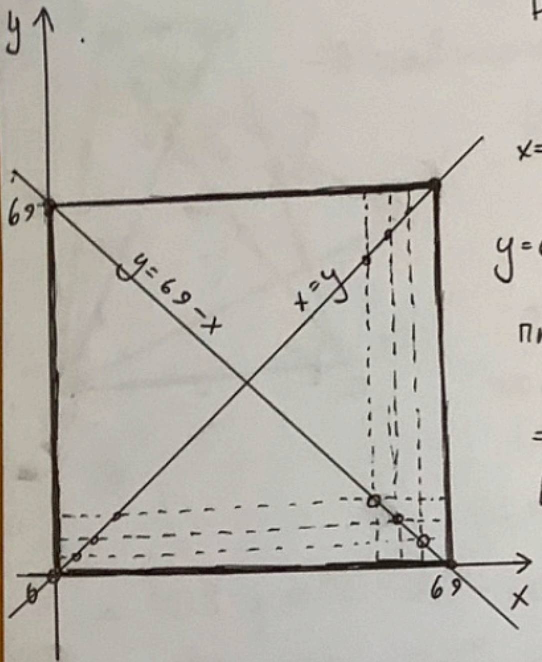
$\cancel{-\sqrt{3}+\sqrt{3}=0,\ x^2+y^2\neq 0}$

$\cancel{xy} =$

$\Rightarrow \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ or $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$ or $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ or $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$

Ответ: $x = \pm\sqrt{3};\ y = \pm\sqrt{3}$

Чистовик || Задача №5



На каждой из диагоналей лежит 68 узлов, не считая вершины:

$x=y$: $\{(1,1);\ (2,2);\ \ldots\ (68,68)\}$

$y=69-x$: $\{(68,1);\ (67,2);\ \ldots\ (1,68)\}$

Причём: $x+y=69$, 69 – нечётное число (узлы – точки, в которых x и y целые) $\Rightarrow$ множества не пересекаются

Всего внутри квадрата 68^2 узлов, из которых не лежат на диагоналях $68(68-2)=68\cdot 66$ узлов.

Первым узлом у нас может быть один из $68\cdot 2$ узлов диагонали – 136 вариантов.

Помимо двух узлов диагоналей в каждой строке и в каждом столбце по $68-2$ клетки – по 66

~~Тогда~~ Следовательно, т.к. мы не можем выбрать узел на одной строке или в одном столбце с уже выбранным, у нас отпадает $67\cdot 2$ вариантов.

"Хотя бы один" $\Rightarrow$ можно два; второй узел, если он не лежит на диагоналях, можно выбрать $66\cdot 68-66\cdot 2$ способами, а если лежит – то $136-1-2$ способами, но тогда возможны повторения (т.е. сначала выбирает второй узел) $\Rightarrow$ делим на два (-1 и -2 $\Rightarrow$ т.к. сам узел + 2 в одних рядах не учитываются)

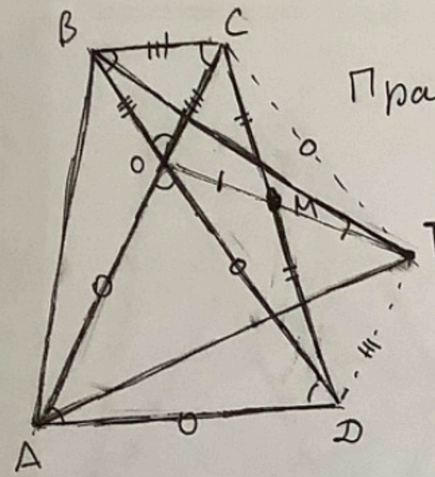
$$\frac{136\cdot(136-3)}{2}+136\cdot(66\cdot 68-66\cdot 2)=\frac{136\cdot 133}{2}+136\cdot 66^2=136\left(\frac{133}{2}+66^2\right)=$$

$$=68\cdot 133+136\cdot 4356=9044+592416=601460$$

Ответ: 601460

② из 4

Чистовик || Задача №6 а)



$OM = MT$

Правильный треугольник = равносторонний

Надо доказать, что $BT = AT = BA$

$OM = MT$, $CM = MD$

$\Rightarrow$ в четырёхугольнике $CODT$ диагонали делятся точкой пересечения пополам $\Rightarrow$ параллелограмм.

$TD \parallel OC$ и $TD = OC$. $CT \parallel OD$ и $CT = OD$

$OC = BC = BO$, $OD = OA = AD$

$\angle AOB = \angle DOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\angle CTD = \angle DOC = 120^\circ$, $\angle OCT = \angle ODT = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle ADT = 60^\circ + 60^\circ = \angle ADO + \angle ODT = 120^\circ = \angle AOB$

$AD = AO$, $DT = OB \Rightarrow \triangle ADT = \triangle AOB$ по двум сторонам и углу

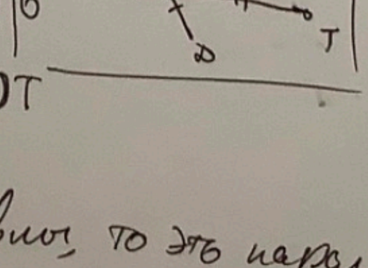
$\angle ACT = 60^\circ \Rightarrow \angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle TCB$ по двум сторонам и углу

$\Rightarrow AB = BT = TA \Rightarrow$ треугольник ABT правильный

Ответ: ч. т. д.

Док-во, что $OCTD$ – параллелограмм:



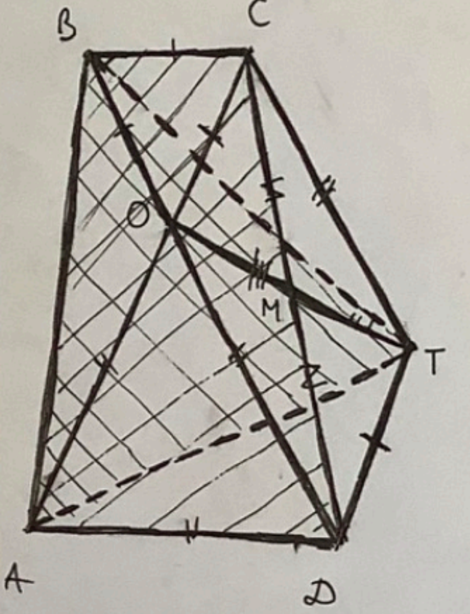
$\angle OMC = \angle DMT$ как вписанные, $MC = MD$,

$OM = MT \Rightarrow \triangle OMC = \triangle TMD$ и $OC = DT$

Аналогично с $CT = OD$

$\Rightarrow$ если стороны попарно равны, то это параллелограмм

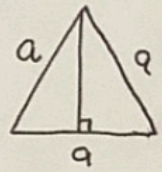
Чистовик || Задача №6 б)



$BC = 2$

$AD = 7$

$S_{прав.} = \frac{ah}{2} = \frac{a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$



$AT^2 = AD^2 + DT^2 - 2AD \cdot DT \cdot \sin 120° =$

$= 49 + 4 - 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot \sin 120° = 53 - 28 \sin 120°$

$\sin 120° = \sin 2 \cdot 60° = 2 \sin 60° \cos 60°$

$\cos 60° = \frac{1}{2}, \ \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$AT^2 = 53 - 28 \frac{\sqrt{3}}{2} = 53 - 14\sqrt{3}$

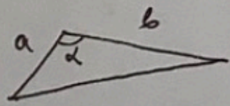
$S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{2} AT^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}(53 - 14\sqrt{3})$

$S_{BOC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot BC^2 = \sqrt{3}$

$S_{AOD} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 49 = \frac{49}{4}\sqrt{3}$

$\triangle BOA = \triangle COD \Rightarrow S_{BOA} = S_{COD}$

$S = \frac{1}{2} \sin \alpha ab \Rightarrow S_{BOA} = S_{COD} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 \cdot \sin 120° = 7 \frac{\sqrt{3}}{2}$



$S_{BOA} + S_{COD} + S_{AOD} + S_{BOC} = \sqrt{3} + \frac{49}{4}\sqrt{3} + 2 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= \sqrt{3}\left(1 + \frac{49}{4} + 7\right) = \sqrt{3}\left(8 + 12\frac{1}{4}\right) = \sqrt{3} \cdot 20\frac{1}{4} = \sqrt{3} \cdot \frac{81}{4}$

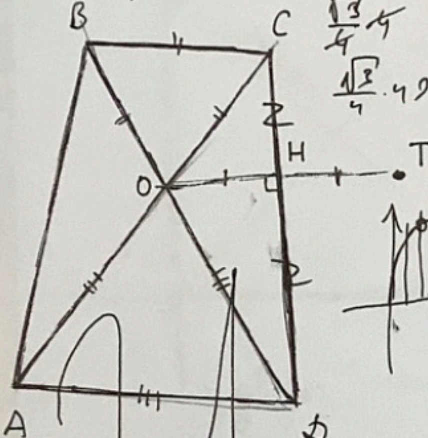
$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}(53 - 14\sqrt{3})}{\sqrt{3} \ \frac{81}{4}} = \frac{2(53 - 14\sqrt{3})}{81}$

211006892 (U375871 M1274137)

~~Черновик~~ || Задача № 6

Правильный многоугольник -> стороны равны, =>

=> равносторонний треугольник



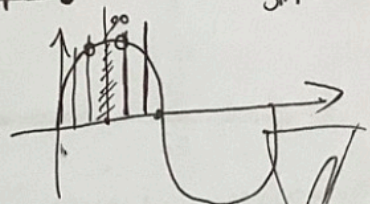
$\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4$

$\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 49$

OH = HT, OT ⊥ CD

$\sin 120 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60$

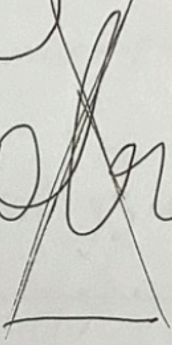
$$\begin{array}{r} \times\ 8845 \\ 68 \\ \hline 70760 \\ 53070 \\ \hline 601460 \end{array}$$

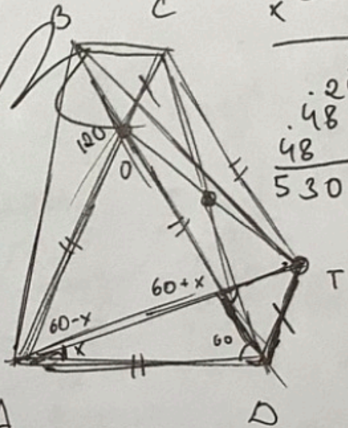


$68 \cdot 133 + 68 \cdot 2 \cdot 66 \cdot 66$

$68(133 + 2 \cdot 66 \cdot 66$

Черновик





$$\begin{array}{r} \times\ 8845 \\ 6 \\ \hline 30 \\ 24 \\ 48 \\ 48 \\ \hline 53070 \end{array}$$

$\frac{6}{x^2} = 10$

$$\begin{array}{r} \times\ 66 \\ 6 \\ \hline 36 \\ 36 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 66 \\ 66 \\ \hline 396 \\ 396 \\ \hline 4356 \\ 2 \\ \hline 12 \\ 10 \\ 6 \\ 8 \\ \hline 8712 \\ +\ 133 \\ \hline 8845 \end{array}$$

$x^4 = 81$

$x^2 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = \sqrt{0{,}6}$

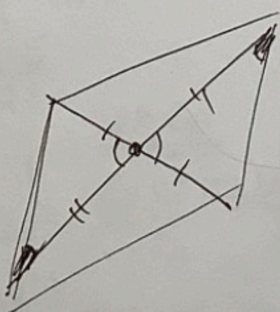
$1 + \frac{49}{4}$

$x = \pm 3$

$\sqrt{3}$

$+\sqrt{3}$

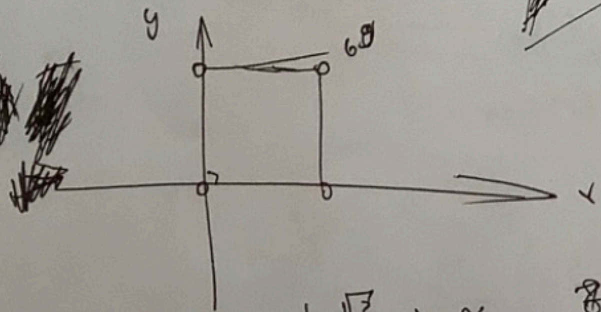
$(53 - 14\sqrt{3})\frac{\sqrt{3}}{4}$

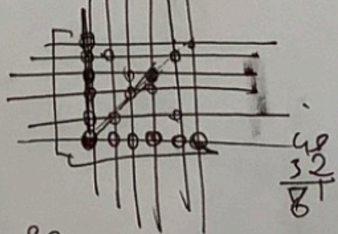


$$\begin{array}{r} \times\ 8845 \\ 8 \\ \hline 40 \\ 32 \\ 64 \\ 64 \\ \hline 70760 \end{array}$$

$2 \times 3 \Rightarrow 2$

$5 \times 5 \Rightarrow 4$





$$\begin{array}{r} 48 \\ 32 \\ \hline 81 \end{array}$$

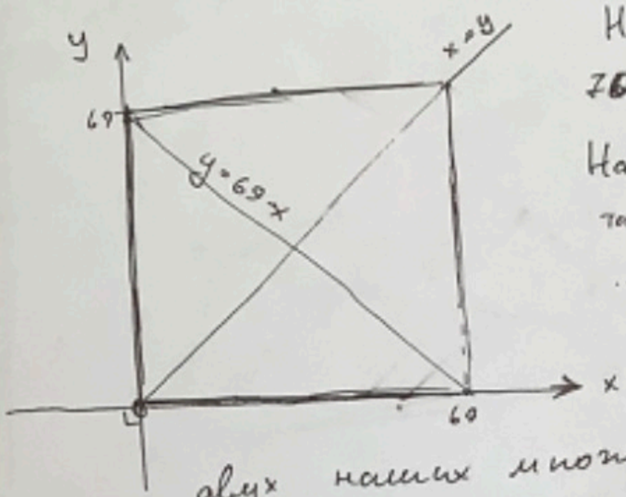
$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 7 \cdot 2$

$8 + \frac{49}{4} = \frac{32}{4} + \frac{49}{4} = \frac{81}{4}$

$AT^2 =$

211006892 (U375871 M1274137)

Черновик || Задача №5

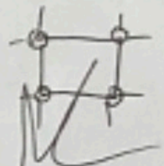


На диагонали $x=y$ лежит 70 ~~точек~~ узлов: $\{(0;0), (1;1), \dots (69;69)\}$

На диагонали $y=69-x$ лежит тоже 70 ~~узлов~~: $\{(69;0), (68;1), \dots (0;69)\}$, причём в этом случае $x+y=69 \Rightarrow x \neq y$

пересечений у узлов двух наших множеств нет.

$\Rightarrow 140$ ~~точек~~

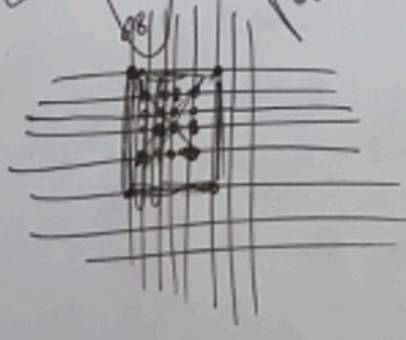


Всего в квадрате 70^2 узлов, т.к. $(n+1)^2$

~~Есть 2 случая: один узел лежит~~

$68\cdot2 \cdot (68\cdot66 - 66\cdot2)$

$68\cdot2\cdot66\cdot66$



$68\cdot66$

$68\cdot2 \quad 133$

68^2

$68\cdot2$

$68\cdot2-1-2$

$134-1$

$13+6=19$

→ Черновик ←

$7 \cdot 2 \cdot 2$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ what...

28

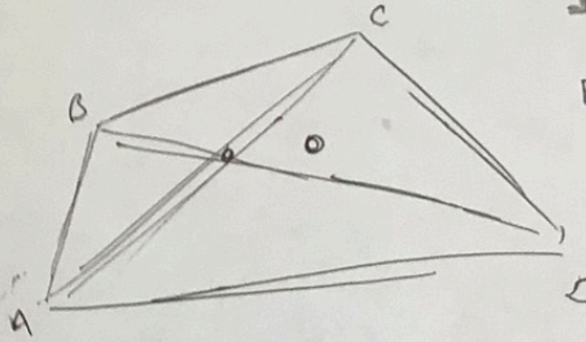
$-53 \,|\, 7$

$\cancel{6} - \cancel{x}$

$+x - 6$

Правильный $\triangle$

$\triangle BCD$ - ?



$31 - 6$ $\quad -30$

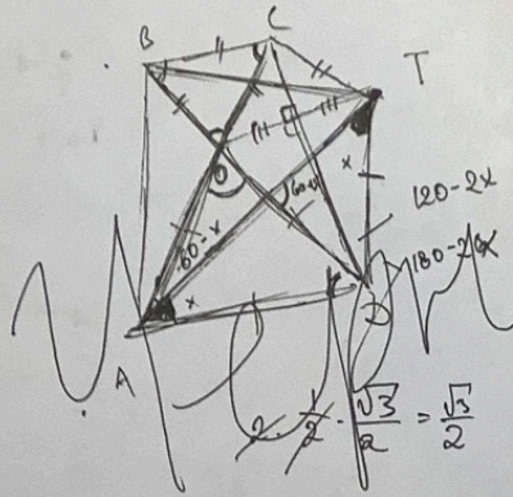
$x^2 + y^2 - 2xy \sin C$ $\quad 2^2$

$\frac{1}{53 = 3 + 50}$ $\quad -x$ $\quad 49$

$+x$ $\quad y$ $\quad 3+L$

$4T^2 = 7^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot$ $\quad -31 - y$ $\quad 30$

$\frac{1}{-x} = \frac{+x}{y} = \frac{-31-y}{30}$



$14 \cdot 7\sqrt{3}$

$-31y + y^2 = y(30 + y)$

$\cancel{7\sqrt{3}}$ $\quad 2\sqrt{3} + 5$

$\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$30x \cdot \frac{30x}{y} = 30$ $\quad 53$

$2 \sin 60 \cos 60$

$\frac{x^2}{-y} = 1$ $\quad 48 = 12 \cdot 4$

$\sin 120 = \sin 2 \cdot 60$ $\quad \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad x^2 = y$ $\quad 4 \cdot 7 = 28$

$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$ $\quad \frac{49}{4}$

$\cos 60 = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{x}{x^2} = \frac{1}{}$

$\cancel{1} + 1$

$\cancel{+1} - 1$

$-30 \quad -30$

$\sin 2x$ $\quad 8 = \frac{32}{4}$ $\quad h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3}{4} a^2$

$8 \cdot 4 = 32 + 48$ $\quad h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

$D = 36 - 3$ $\quad \sqrt{}$ $\quad \frac{6}{-6} + 3 \cdot 3$ $\quad \frac{1}{2} \sin \alpha\, ab$