Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006675**

ID профиля: **258983**

Вариант 10

№2 Чистовик (1)

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{(x+3)(7-x)}$ (1)

ОДЗ: $\begin{cases} x+3\geq 0 \\ 7-x\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq -3 \\ x\leq 7 \end{cases}$

Т.к. $\sqrt{x+3}$ и $\sqrt{7-x}$ - определены на ОДЗ, то:

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{x+3}\cdot\sqrt{7-x}$

Пусть $a=\sqrt{x+3}$; $b=\sqrt{7-x}$; $a\geq 0$, $b\geq 0$:

$\begin{cases} a-b+4=2ab \\ a^2+b^2=10 \end{cases}$

$\begin{cases} (a-b)+4=2ab \\ (a-b)^2+2ab=10 \end{cases}$ (+)

$(a-b)^2+(a-b)-6=0$

$\begin{cases} a-b=2 \\ ab=\frac{2+4}{2} \end{cases}$ или $\begin{cases} a-b=-3 \\ ab=\frac{-3+4}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} a-b=2 \\ ab=3 \end{cases}$ $\begin{cases} a-b=-3 \\ ab=\frac{1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases}$ $\begin{cases} a=b\mp 3 \\ b^2-3b-\frac{1}{2}=0 \end{cases}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} \sqrt{x+3}=3 \\ \sqrt{7-x}=1 \end{cases}$ $\begin{cases} a=b-3 \\ b=\frac{3\pm\sqrt{11}}{2} \end{cases}$

$x=6$

$\begin{cases} a=b-3 \\ \left[\begin{array}{l} b=\frac{3+\sqrt{11}}{2} \\ b=\frac{3-\sqrt{11}}{2}<0 \Rightarrow \notin \text{ усл}: b\geq 0. \end{array}\right. \end{cases}$

$\begin{cases} a=\frac{3+\sqrt{11}}{2}-3 \\ b=\frac{3+\sqrt{11}}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} \sqrt{x+3}=\frac{\sqrt{11}-3}{2} \\ \sqrt{7-x}=\frac{3+\sqrt{11}}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x+3=\frac{11+9-6\sqrt{11}}{4} \\ 7-x=\frac{9+11+6\sqrt{11}}{4} \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{8-6\sqrt{11}}{4} \\ x=\frac{8-6\sqrt{11}}{4} \end{cases}$

$x=\frac{4-3\sqrt{11}}{2}$

Проверка:

① $4-3\sqrt{11} \vee -3\cdot 2$

$10 \vee 3\sqrt{11}$

$100 \vee 99$

$100>99 \Rightarrow x>-3$

② $4-3\sqrt{11} \vee 7\cdot 2$

$-10 \vee 3\sqrt{11}$

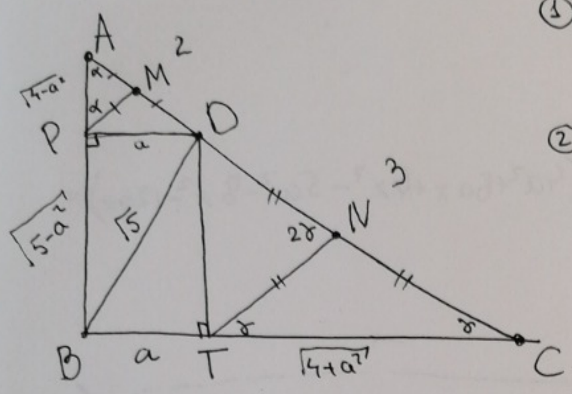
$-10<3\sqrt{11} \Rightarrow x<7$

Ответ: 6; $\frac{4-3\sqrt{11}}{2}$.

211006675 (U258983 M1273223)

№1

Чистовик



① $BPDT$ – на 1 окр; DB – диаметр =>

=> $\angle DPB = \angle DTB = 90°$ (впис, опир на диам.)

② $\triangle APD$ – пр/уг; PM – медиана к гипот. =>

=> $AM = MD = PM$.

Аналогично: $DN = NC = TN$.

③ Пусть $\angle A = \alpha$; $\angle C = \gamma$.

$AM = MP$ => в $\triangle AMP$: $\angle PAM = \angle MPA = \alpha$ =>

=> $\angle PMA = 180 - 2\alpha$.

$TN = NC$ => в $\triangle TNC$: $\angle NTC = \angle NCT = \gamma$ =>

=> $\angle DNT = 2\gamma$ (как внешн).

④ Т.к. $PM \parallel TN$, то

$\angle PMA = \angle TND$, как соотв. =>

=> $180 - 2\alpha = 2\gamma$ =>

=> $\underline{\alpha + \gamma = 90}$

⑤ В $\triangle ABC$: $\angle B = 180 - \angle A - \angle C =$

$= 180 - \alpha - \gamma = 180 - 90 = 90$

$\underline{\angle B = 90}$

=> $PDTB$ – пр/уг =>

=> $PB = DT$; $PD = BT$

⑥ $PM = 1$ => $AD = 2$

$TN = \frac{3}{2}$ => $DC = 3$

Если $PD = a$, то:

$DA = \sqrt{AD^2 - PD^2} = \sqrt{4 - a^2}$ (т. Пифагора $\triangle PAD$)

$DT = PB = \sqrt{BD^2 - PD^2} = \sqrt{5 - a^2}$ (т. Пифагора $\triangle PDB$)

($BPDT$ – пр/уг)

$TC = \sqrt{DC^2 - DT^2} = \sqrt{9 - 5 + a^2} = \sqrt{4 + a^2}$ (т. Пифо. $\triangle DTC$)

⑦ $DT \parallel AP$, $TC \parallel PD$, $AD \parallel DC$ } $\triangle ADP \sim \triangle DCT$ =>

=> $\frac{TC}{PD} = \frac{DC}{AD} = \frac{3}{2}$

$\frac{\sqrt{4+a^2}}{a} = \frac{3}{2}$

$4(4 + a^2) = 9a^2$

$16 + 4a^2 = 9a^2$

$a = \frac{4}{\sqrt{5}}$, т.к $a > 0$

⑧ $AB = \sqrt{4 - a^2} + \sqrt{5 - a^2} = \sqrt{4 - \frac{16}{5}} + \sqrt{5 - \frac{16}{5}} =$

$= \sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}}$, т.к $AB > 0$.

$BC = a + \sqrt{4 + a^2} = \frac{4}{\sqrt{5}} + \sqrt{4 + \frac{16}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$, т.к $BC > 0$

$S_{ABC} = AB \cdot BC \cdot \frac{1}{2} = \frac{\cancel{5}}{\cancel{\sqrt{5}}} \cdot \frac{10}{\cancel{\sqrt{5}}} \cdot \frac{1}{2} = 5.$

2

Ответ: 5.

21006675 (U258983 M1273223)

№3 Чистовик (3)

1. $5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0$

$y^2-4y(a+x)+(5a^2+8x^2+12ax)=0$

$D=16(a^2+2ax+x^2)-4(5a^2+8x^2+12ax)=4(4a^2+8ax+4x^2-5a^2-8x^2-12ax)=$

$=-4(a^2+4x^2+4ax)=-4(2x+a)^2$

Если ур-е имеет реш., то $D\geqslant 0$

$-4(2x+a)^2\geqslant 0$

$\Leftrightarrow 2x+a=0$

$\boxed{x=-\frac{a}{2}}$

$y=\frac{4(a+x)}{2}=2(a+x)$

$y=2(a+x)=2(a-\frac{a}{2})=a$

$\boxed{y=a}$

Т.о. $A(-\frac{a}{2};a)$

2. $ax^2-2a^2x-ay+a^3+3=0$

1. $a=0$: $3=0 \Rightarrow B$ - не сущ.

2. $a\neq 0$:

$ax^2-2a^2x+(a^3+3)=ay$

$y=x^2-2ax+\frac{a^3+3}{a}$

$x_в=2a$

$y_в=4a^2-2a\cdot 2a+\frac{a^3+3}{a}=\frac{a^3+3}{a}$

Т.о.: $B(2a;\frac{a^3+3}{a})$

3. A и B по 1 стор. от $y=2x-5 \Leftrightarrow$

① A и B - выше $y=2x-5 \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 2\cdot(\frac{-a}{2})-5<a & \text{- усл для A} \\ 2\cdot\frac{a^3+3}{a}-5<2a & \text{- усл для B.} \end{cases}$

$\begin{cases} -a-5<a \\ \frac{2a^3+6-5a-2a^2}{a}<0 \end{cases}$

$a>-\frac{5}{2}$

② A и B - ниже $y=2x-5 \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 2\cdot\frac{-a}{2}-5>a \\ 2\cdot\frac{a^3+3}{a}-5>2a \end{cases}$

$\begin{cases} a<-\frac{5}{2} \\ \frac{2a^3-2a^2-5a+6}{a}>0 \end{cases}$

№3 (продолжение)

Чистовик

4

3. A и B – выше $y=2x-5 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 2\cdot\frac{-a}{2}-5<a \\ 2\cdot 2a-5<\frac{a^3+3}{a} \end{cases} \quad \begin{cases} a>-\frac{5}{2} \\ \frac{a^3-4a^2+5a+3}{a}>0 \end{cases}$$

A и B – ниже $y=2x-5 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 2\cdot\frac{-a}{2}-5>a \\ 2\cdot 2a-5>\frac{a^3+3}{a} \end{cases} \quad \begin{cases} a<-\frac{5}{2} \\ \frac{a^3-4a^2+5a+3}{a}<0 \end{cases}$$

$2a^3 - 2a^2 - 5a + 6 = 0$

$\cancel{2 \cdot 8 - 27}$ $\qquad a(2a^2 - 2a + 5) = -6$

$2 \cdot 27 - 2 \cdot 9 - 5 \cdot 3 + 6$

$54 - 18 - 15 + 6$

$2 \cdot -27 -$

$2 \cdot 216 - 2 \cdot 36 - 30$

$\frac{3}{2}: 2 \cdot \frac{27}{8} - 2 \cdot \frac{9}{4} - 5 \cdot \frac{3}{2} + 6 =$

$= \frac{27}{4} - \frac{18}{4} - \frac{15}{2} + 6 =$

$2 \cdot 8 - 2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 6$

$16 - 8 - 10 + 6$

$2 \cdot -8 - 2 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6$

$16 - 8 + 16$

$4a - 5 > \frac{a^3 + 3}{a}$

$1 \quad -4 \quad +5 \quad +3$

$\frac{a^3 - 4a^2 + 5a + 3}{a} \geq 0$

$27 - 36 + 15 + 3$

$27 - 36 + 15 + 3$

$\frac{1}{27} - \frac{4}{9} + \frac{5}{3} + 3$

$\frac{-1 - 12 + 45 + 54}{27}$

211006675 (U258983 M1273223)

$\cancel{ax^2 - ay + a^3 + 3 = 0}$

$\cancel{B: (0; (a^3 - ay + 3)}$

$ay = ax^2 + (a^3+3)$

$y = x^2 + \frac{a^3+3}{a}$

$a=0:\ 8x^2 - 4xy = 0$

$2x^2 - xy = 0$

$x(2x-y) = 0$

$x = 0$

y – люб.

1. $a = 0$ $\quad \not\in$

A: $8x^2 - 4xy + y^2 = 0$

$4x^2 + (2x-y)^2 = 0$

$\begin{cases} x = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

$x = 0$
$y = 0$

$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

$\frac{-6}{a}$

$B\left(2a; \frac{a^3+3}{a}\right)$

$ax^2 - 2a^2x + (a^3+3) = ay$

$y = x^2 - 2ax + \frac{a^3+3}{a}$

верш: $x = 2a$

$y = 4a^2 - 4a^2 + \frac{a^3+3}{a}$

$y = \frac{a^3+3}{a}$

$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$

$\cancel{(4x^2 - 4xy + y^2) + 4x^2 + 5a^2 - 4ay + 12ax}$

$(9x^2 + 12ax + 4a^2) + a^2 - 4ay - x^2$

$(9x^2 + 12ax + 4a^2) + a^2 - 4ay - x^2 - 4xy + y^2 = 0$

$(3x + 2a)^2 + a^2 - 4ay + 4y^2 -$

$(nx+m)^2 + (ky+t)^2 = r^2$

$n^2x^2 + 2nmx + m^2 + k^2y^2 + 2kty + t^2 = r^2$

$y^2 + y(-4a - 4x) + (5a^2 + 8x^2 + 12ax) = 0$

$D = 16(a^2 + 2ax + x^2) - 4(5a^2 + 8x^2 + 12ax)$

$= 4(4a^2 + 8ax + 4x^2 - 5a^2 - 8x^2 - 12ax) =$

$= 4(-a^2 - 4ax - 4x^2) = -4(a + 2x)^2$

$$\begin{cases} a-b+4=2ab \\ a^2+b^2=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overset{m}{(a-b)}+4=2\overset{n}{ab} \\ (a-b)^2+4=-2ab \end{cases}$$

$m+4=n$

$m^2+4=-n$

$m^2+m+8=0$

$a=b-3$

$b^2-3b-\frac{1}{2}=0$

$D=9+$

$9+4\cdot\frac{1}{2}=11$

$\frac{\sqrt{4+a^2}}{a}=\frac{3}{2}$

$2\sqrt{4+a^2}=3a$

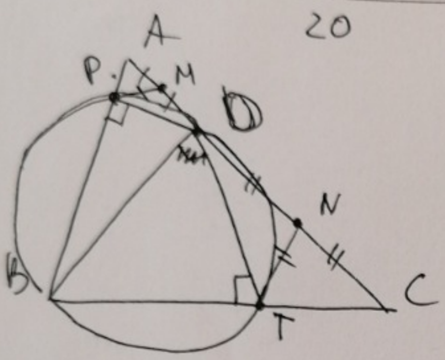
$4\cdot(4+a^2)=9a^2$

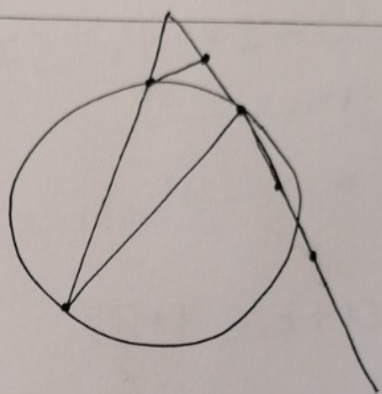
$16+4a^2=9a^2$

$a^2=\frac{4}{\sqrt{5}}$

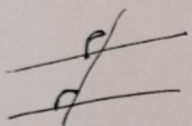
$y=\frac{4a+4\ldots}{2}$

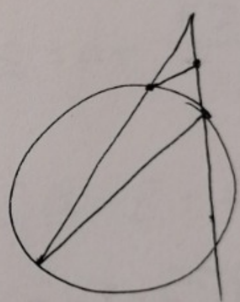
20





$5a^2=16$

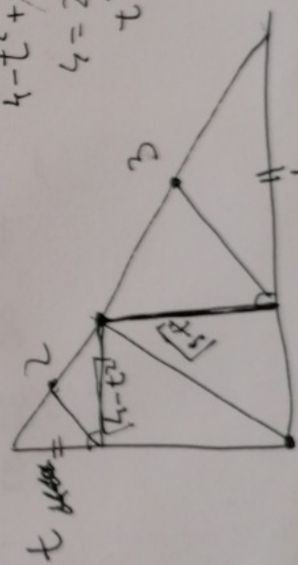


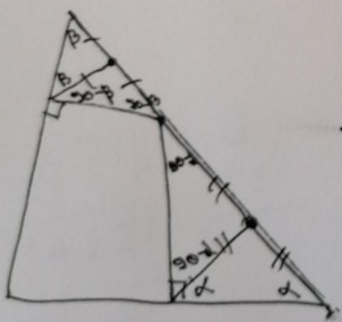


$4-t^2+5-t^2=2\cdot 5$

$4=2t^2$

$t=\sqrt{2}$

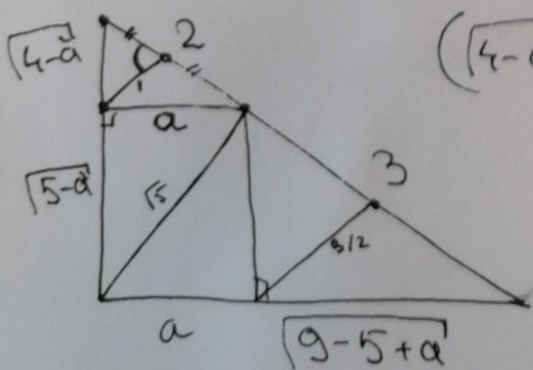




$180-2\beta=2\alpha$

$\alpha+\beta=90$

$180-\beta-\alpha$



$\left(\sqrt{4-a^2}+\sqrt{5-a^2}\right)^2+\cancel{4a^2}$

$\left(\sqrt{4-a^2}+\sqrt{5-a^2}\right)^2+\left(a^2+\sqrt{4-a^2}\right)^2=25$

$4-a^2+5-a^2+2\sqrt{(4-a^2)(5-a^2)}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006675**

ID профиля: **258983**

Вариант 10

№4 Чистовик (1)

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

т.к. $x^2+y^2 \neq 0$

Пусть $\underset{\geq 0}{x^2}+\underset{\geq 0}{y^2}=a$; $\underset{\geq 0}{x^2}\underset{\geq 0}{y^2}=b$; $a>0$; $b\geq 0$.

$$\begin{cases} \dfrac{6}{a} + b = 10 \\ a^2+5b = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 10 - \dfrac{6}{a} \\ a^2 + 50 - \dfrac{30}{a} = 81 \quad | \cdot a \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 10 - \dfrac{6}{a} \\ a^3 - 31a + 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 10 - \dfrac{6}{a} \\ \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a^2 + a - 30 = 0 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 10 - \dfrac{6}{a} \\ \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = 5 \\ a = -6 \end{array}\right. \end{cases} \not\in \text{усл } a \neq 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} b = 4 \\ a = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} b = \frac{44}{5} \\ a = 5 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} b = 10 - \dfrac{6}{a} \\ a^3 - 31a - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 10 - \dfrac{6}{a} \\ \left[\begin{array}{l} a = -1 \not\in \text{усл } a>0. \\ a^2 - a - 30 = 0 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 10 - \dfrac{6}{a} \\ \left[\begin{array}{l} a = 6 \\ a = -5 \not\in \text{усл } a>0 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 9 \\ a = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 6 \\ x^2y^2 = 9 \end{cases}$$

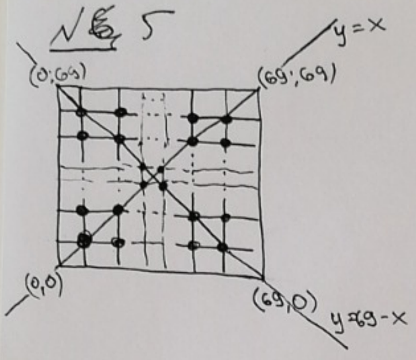
$$\begin{cases} x^2 = 3 \\ y^2 = 3 \end{cases}$$

$\Updownarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(x;y) = \{(\sqrt{3};\sqrt{3}), (-\sqrt{3};\sqrt{3}), (-\sqrt{3};-\sqrt{3}), (\sqrt{3};-\sqrt{3})\}$.

№ ~~6~~ 5



Чистовик

2

1. Всего узлов: 68^2 шт
2. Лежат на указ. прямых (пусть это будут "хорошие" узлы): $68\cdot 2$ шт (по 68 на кажд. прямой)
3. Не лежат на указ. прямых ("плохие" узлы): $68^2-68\cdot 2=68\cdot 66$ шт.
4. Кол-во способов составить пару из плохих: $C^2_{68\cdot 66}$ способов.
5. Кол-во способов составить пару {хороший; плохой}, так, чтобы они лежали на прямой || OX или OY: (кол-во спос. выбрать хорош) * (кол-во спос. выбрать плохого из этой же гориз. или вертикали) $=(68\cdot 2)\cdot(\underset{\text{из гор.}}{66}+\underset{\text{из верт.}}{66})=68\cdot 66\cdot 4$
6. Кол-во способов составить пару {хороший, хороший} так, чтобы они лежали на прямой || OX или OY: (кол-во пар хороших в одной гориз) + (кол-во пар хороших в 1 вертик) $=68+68=2\cdot 68$.
7. Кол-во способов составить пару (из любых): $C^2_{68^2}$.
8. Искомое кол-во способов: (общее кол-во пар) − (кол-во пар "плохих") − (кол-во пар хор-плох на прям || OX или OY) − (кол-во пар хороших на прям || OX или OY) $= C^2_{68^2} - C^2_{68\cdot 66} - 68\cdot 66\cdot 4 - 68\cdot 2 =$

$$= \frac{4624!}{2\cdot 4622!} - \frac{4488!}{2\cdot 4486!} - 66\cdot 68\cdot 4 - 68\cdot 2 = \frac{4624\cdot 4623}{2} - \frac{4488\cdot 4487}{2} -$$

$$66\cdot 68\cdot 4 - 68\cdot 2 = \frac{68^2\cdot 4623}{2} - \frac{66\cdot 68\cdot 4487}{2} - 66\cdot 68\cdot 4 - 68\cdot 2 =$$

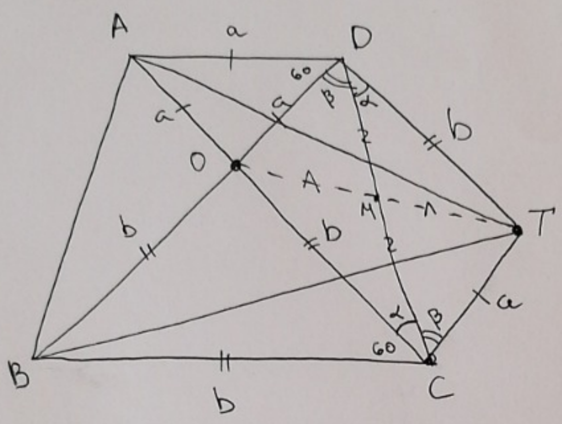
$$= 68(34\cdot 4623 - 33\cdot 4487 - 66\cdot 4 - 2) = 68(4623 + 33(4623-4487) - 66\cdot 4 - 2) =$$

$$= 68(4623 + 33\cdot 68\cdot 2 - 66\cdot 4 - 2) = 68(4623 + 66(68-4) - 2) = 68(4623 + 6664 - 2) =$$

$$= 68\cdot(4623 + 4224 - 2) = 68\cdot 8845 = 601460$$

Ответ: 601460.

№6 Чистовик (3)



① Пусть M – середина DC.
$OM = MT$; $DM = MC$ =>
=> ODTC – парал-м =>
=> $OC = DT = b$; $OD = CT = a$.

② $\triangle AOD$ – р/ст => $AO = OD = AD = a$.
$\triangle BOC$ – р/ст => $BO = OC = BC = b$.

③ Пусть $\angle OCD = \alpha$; $\angle CDO = \beta$.
$\angle TDC = \angle DCO = \alpha$
$\angle TCD = \angle ODC = \beta$ | как накр лежащ при $DT \parallel OC$ и $DO \parallel TC$.

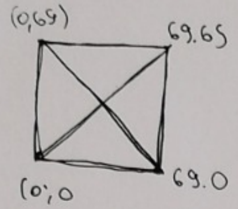
① $BC = b = DT$
$CT = a = AD$
$\angle BCT = 60 + \alpha + \beta = \angle ADT$ } => $\triangle ADT = \triangle TCB$ по 1 призн => $AT = BT$.

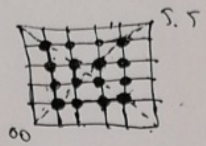
⑤ ~~вариант~~
$\angle DCO + \angle CDO = \angle COA$, как внешн.
$\alpha + \beta = 60$ => $\angle BCT = \angle TDA = 60 + \alpha + \beta = 120^\circ$
$\angle AOB = 180 - \angle AOD = 120^\circ$
$AO = a = CT$
$BO = b = BC$
$\angle AOB = 120^\circ = TCB$ } $\triangle ABO = \triangle TBC$ => $BT = AB = AT$ => ABT – р/ст (ч.т.д.)

⑥ Если $BC = 2$; $AD = 7$, то $b = 2$; $a = 7$.
В $\triangle BTC$ по т. кос: $BT^2 = BC^2 + CT^2 - 2\,BC \cdot CT \cdot \cos\angle BCT$
$BT^2 = 4 + 49 + 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 67$.
$S_{ABT} = BT^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{67\sqrt{3}}{4}$.

⑦ $\angle BCA = 60 = \angle CAD$ => $AD \parallel BC$ => ADCB – трапеция, о т.к. $AC = BD = a + b$, то ABCD – р/б трапеция => $S_{ABO} = S_{DOC} = \frac{1}{2} DO \cdot OC \cdot \sin\angle DOC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$
$S_{ABCD} = S_{BOC} + S_{AOD} + 2S_{DOC} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 7\sqrt{3} = \frac{49\sqrt{3}}{4} + \frac{4\sqrt{3}}{4} + \frac{28\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4}$
$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \cancel{\frac{7\sqrt{3}/2}{81\sqrt{3}/4} = \frac{14}{81}}\ \frac{67\sqrt{3}}{81\sqrt{3}} = \frac{67}{81}$

Ответ $\frac{67}{81}$.





68

Всего узлов: 68·68

Способов без: $C^2_{66\cdot 68}$

Не лежат на пр: $68\cdot 68 - 2\cdot 68 =$

$= \underline{66\cdot 68}$

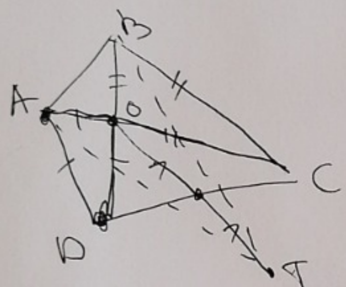
$\cancel{C^2_{66\cdot 68}}$

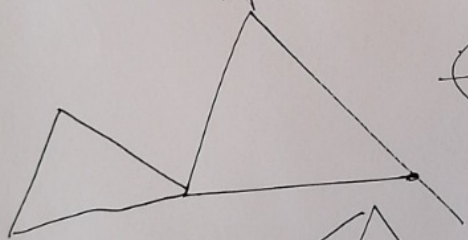
Способов с 1 на пр:

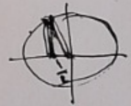
$(68\cdot(68-2)\cdot 2)\cdot 2$

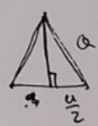
Спос с 2 на пр:

$68\cdot 2$



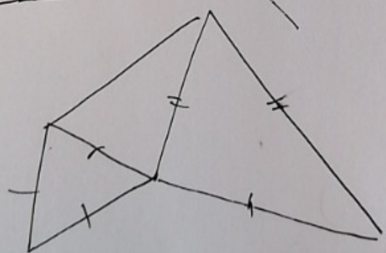






$\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}} = a\frac{\sqrt{3}}{2}$

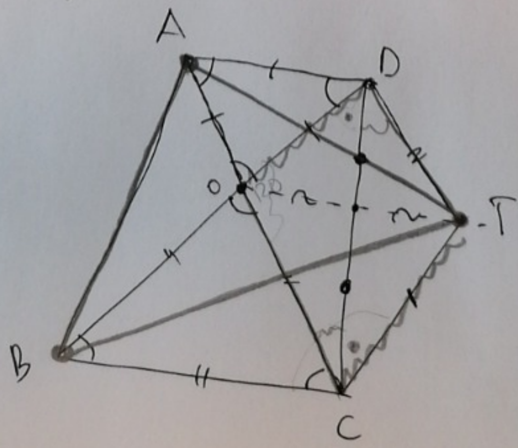
$\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{a}{2}$



$4+49+14$

$49 + 18 = 67$

$49 + 18 = 67$



$49 + 4 = 53$

$53 + 28 = 81$

$$68 \cdot 68$$
544
+408
4624

$66 \cdot 68$ ... 8

$68 \cdot 68$
408
+408
4488

4488
+ 68
4556
+ 68
4624

$4624 \cdot 4623$
13872
+ 9248
27744
18496
21376752

$64 \cdot 66$
+384
384

$\frac{68}{2} = 34$

4623 + 33(4623−4487)

4623
−4487
136

$4623 \cdot 2312$
9246
$\cdot 4623$
13869
+9246
10688376

$66 \cdot 64$

$64 \cdot 66$
384
384
4224
+4623
8847
−
8845
$\cdot$ 68
+ 70760
53070
601960

$4487 \cdot 2244$
19948
+ 19948
8974
8974
10080828

$66 \cdot 4$
264

264
68 $\cdot$
+2112
1584
17952

10688376
− 10080828
00607548

607548
− 1952

4) $\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$

$x^2+y^2 = a$; $x^2y^2 = b$

$(x^2+y^2)^2 +$ ~~$9x^2y^2$~~

~~$x^2 = a$; $y^2 = b$; $a, b \ge 0$~~

~~$\begin{cases} \frac{6}{a+b} + ab = 10 \\ a^2+b^2+7ab = 81 \end{cases}$~~

~~$\frac{6}{a+b} + ab = 10$~~

$\begin{cases} \frac{6}{a} + b = 10 \Rightarrow b = 10 - \frac{6}{a} \\ a^2+5b = 81 \end{cases}$

$a^2 + 5(10 - \frac{6}{a}) = 81$

$a^2 + 50 - 81 - \frac{30}{a} = 0$

$a^2 - 31 - \frac{30}{a} = 0$

~~$1 - 31 - 3$~~

~~$-1+31$~~

$1 - 31 \ \frac{-30}{-1} + 30$

$\begin{cases} \frac{6}{a} + b = 10 \\ a^2 + 5b = 81 \end{cases}$

~~$a \ne 0$~~

$x \ne y \ne 0$:

$a^3 - 31a - 30 = 0$

$-1 + 31a - 30$

$1 \quad 0 \ -31 \quad 30$

$1 \quad 1 \ -30 \quad 0$

$x^2 + x - 30$

~~$\begin{cases} 6 + ab = 10a \\ a^2 + b \cdot 5 = 81 \end{cases}$~~

$b = 10 - \frac{6}{a}$

$a^2 + 50 - \frac{30}{a} = 81$

$a^3 - 31a + 30 = 0$

$b = 10 - \frac{6}{5} = 9 - \frac{1}{5} = \frac{44}{5}$

$$\begin{array}{l|l} a^3 - 31a + 30 & a - 1 \\ \hline -\ a^3 - a^2 & a^2 + a - 30 \\ \hline \ a^2 - 31a & \\ -\ a^2 - a & \\ \hline \ -30a + 30 & \end{array}$$

$\frac{6}{1} + 4 = 10$

$1 +$

$a = -1$

$b = 16$

$16 = 10 + 6$

$1 + 50 + 30 = 81$

$-1 + 31 + 30$

$a + b = 6$

$ab = 9$

$6a - a^2 = 9$

$a^2 - 6a + 9 = 0$

$a = 3$

$1 \quad 0 \ -31 \ -30$

$-1 \quad 1 \ -1 \ -30 \quad 0$

211006675 (U258983 M1273224)