

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006243**

ID профиля: **852689**

Вариант 10

①

$$\sqrt{2}. \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$$

$$x+3 \geq 0 \quad 7-x \geq 0 \quad 21+4x-x^2 \geq 0$$

$$x \geq -3 \quad x \leq 7 \quad x^2-4x-21 \leq 0$$

$$(x-7)(x+3) \leq 0$$

$$-3 \leq x \leq 7$$

$$\text{ОДЗ: } x \in [-3; 7]$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(7-x)(x+3)}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = a$$

$$x+3 + 7-x - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} = a^2$$

$$10 - a^2 = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$$

Тогда

$$a+4 = 10 - a^2$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$a = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$1) a = 2, \text{ то}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2$$

$$\sqrt{x+3} = 2 + \sqrt{7-x}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \text{возрастает на ОДЗ} \\ 2 + \sqrt{7-x} - \text{убывает на ОДЗ} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+3} = 2 + \sqrt{7-x} \text{ имеет не}$$

более 1 корня

$$x=6, \text{ то } \sqrt{6+3} = 2 + \sqrt{7-6}$$

$$\sqrt{9} = 2 + \sqrt{1}$$

$$3 = 2 + 1$$

$$3 = 3 - \text{верно}$$

Значит, $x=6 \in \text{ОДЗ}$

В итоге

Ответ: $x=6$

$$2) a = -3, \text{ то}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = -3$$

$\sqrt{x+3}$ - возрастает на ОДЗ \Rightarrow минимум достигается при x_{\min}

$\sqrt{7-x}$ - убывает $\Rightarrow -\sqrt{7-x}$ - возрастает на ОДЗ \Rightarrow минимум достигается при x_{\min}

Значит, $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x}$ - минимальна при $x_{\min} \in \text{ОДЗ} \Rightarrow$ минимум достигается при $x=0$ и равен $\sqrt{3} - \sqrt{7}$.

Сравним $\sqrt{3} - \sqrt{7}$ и -3

$$\sqrt{3+3} > \sqrt{7}$$

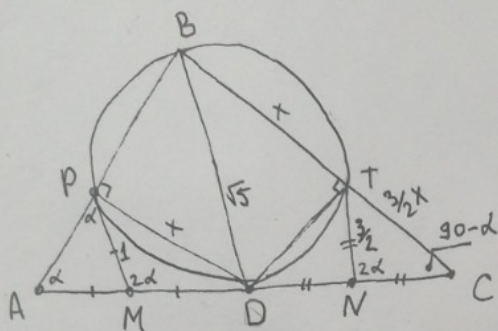
$$3 + 6\sqrt{3} + 9 > 7 \Rightarrow \sqrt{3} - \sqrt{7} > -3$$

$$6\sqrt{3} > -5$$

Значит, мы не можем достигнуть значения -3 , при $x \in \text{ОДЗ} \Rightarrow$ нет решений

2

№ 1.

Дано: $\triangle ABC$, $D \in AC$ окружность с диаметром BD пересекает AB в точке P , BC в точке T . $M: M \in AD, AM = MD$ $N: N \in DC, DN = NC$ $PM \parallel TN$ Найти: а) $\angle ABC$ б) $S_{\triangle ABC}$, если $MP = 1$, $NT = \frac{3}{2}$, $BD = \sqrt{5}$

Решение:

а) 1) Т.к. $PBTD$ - вписан и BD - диаметр, то $\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ \Rightarrow \angle APD = \angle DTC = 90^\circ$ 2) Т.к. в $\triangle APD$ $\angle P = 90^\circ$ и PM - медиана, то $PM = AM = MD$.аналогично для $\triangle DTC$ получим, что $DN = TN = NC$ 3) Пусть $\angle PAM = \alpha$. Тогда $\angle APM = \alpha$ (т.к. $AM = MP$) $\Rightarrow \angle PMD = 2\alpha$ (внешний в $\triangle AMP$) $\Rightarrow \angle TNC = 2\alpha$ ($\angle TNC = \angle PMD$ как соответственные при $PM \parallel TN$) $\Rightarrow \angle NTC = \angle NCT = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$ (т.к. $TN = NC$)Значит, $\angle ABC = 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha) = 180^\circ - 90^\circ - \alpha + \alpha = 90^\circ$ б) 1) Т.к. $\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow \angle PDT = 90^\circ + \angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$. Значит, $PD = BT$ и $PB = DT$.2) Пусть $PD = x$. $\Rightarrow PD = BT = x$ 3) Из подобия $\triangle MPD \sim \triangle TNC$ (по 3 углам) $\Rightarrow TC = \frac{3}{2}x$ 4) Из $\triangle DTC$ ($\angle T = 90^\circ$) по Th Пифагора $DT = \sqrt{(\frac{3}{2} + \frac{3}{2})^2 - (\frac{3}{2}x)^2} = \sqrt{9 - \frac{9}{4}x^2}$ 5) В $\triangle BTD$ ($\angle T = 90^\circ$) по Th Пифагора $DT^2 + BT^2 = BD^2$

$$9 - \frac{9}{4}x^2 + x^2 = 5$$

$$4 = (\frac{9}{4} - \frac{4}{4})x^2$$

$$4 = \frac{5}{4}x^2$$

$$x^2 = \frac{16}{5}$$

$$x = \frac{4}{\sqrt{5}} \quad (x - \text{длина} \Rightarrow x > 0)$$

6) Получаем, что $BC = x + \frac{3}{2}x = \frac{4}{\sqrt{5}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} + \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$

$$\text{В } \triangle APD \text{ } (\angle P = 90^\circ) \text{ по Th Пифагора } AP = \sqrt{AD^2 - PD^2} = \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{4 - \frac{16}{5}} = \sqrt{\frac{20}{5} - \frac{16}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$AB = AP + PB = AP + DT = \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{9 - \frac{9}{4} \cdot \frac{16}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{9 - \frac{9 \cdot 4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{\frac{45 - 36}{5}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{5}} \cdot \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot 1 = \frac{5 \cdot 10}{5 \cdot 2} = 5$$

Ответ: а) $\angle ABC = 90^\circ$ б) $S_{\triangle ABC} = 5$

3

Чистовик

Математика 10 класс

№ 3.

1) В - вершина параболы

$$ax^2 + (-2a^2x) - ay + a^3 + 3 = 0$$

1) $a=0$, то $3=0$ - неверно $\Rightarrow a \neq 0$

2) $a \neq 0$

$$y = \frac{ax^2 - 2a^2x + a^3 + 3}{a} = x^2 - 2ax + a^2 + \frac{3}{a} = (x-a)^2 + \frac{3}{a} \Rightarrow \text{В имеет координаты}$$

$(a; \frac{3}{a})$ т.е. $B(a; \frac{3}{a})$

2) $5a^2 - 4ay_a - 4x_a y_a + y_a^2 + 12ax_a + 8x_a^2 = 0$, где $A(x_a; y_a)$

Решим от-ко $a \in \mathbb{R}$

$$5a^2 - 2a(2y_a - 6x_a) + y_a^2 - 4x_a y_a + 8x_a^2 = 0$$

$$D_{1/4} = (2y_a - 6x_a)^2 - 5(y_a^2 - 4x_a y_a + 8x_a^2) = 4y_a^2 - 24x_a y_a + 36x_a^2 - 5y_a^2 + 20x_a y_a - 40x_a^2$$

$$= -y_a^2 - 4x_a y_a - 4x_a^2 = -(2x_a + y_a)^2 \leq 0$$

т.к. a - вещественно, то для его существования требуется, чтобы

$$D \geq 0 \Rightarrow 2x_a = -y_a.$$

$$a = \frac{2y_a - 6x_a \pm \sqrt{D}}{5} = \frac{2y_a - 6x_a}{5} \quad (\text{т.к. } D=0)$$

$$a = \frac{-4x_a - 6x_a}{5} \cdot (2x_a = -y_a) \Rightarrow a = -2x_a \Rightarrow x_a = -\frac{a}{2} \Rightarrow y_a = a$$

Значит, А имеет координаты $A(-\frac{a}{2}; a)$

3) А и В лежат по одну сторону от прямой $2x - y = 5$.

Значит,

$$\begin{cases} 2(-\frac{a}{2}) - a > 5 \\ 2a - \frac{3}{a} > 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a - a > 5 \\ 5 + \frac{3}{a} - 2a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a \leq 5 \\ \frac{5a + 3 - 2a^2}{a} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < -\frac{5}{2} \\ \frac{2a^2 - 5a - 3}{a} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(-\frac{a}{2}) - a < 5 \\ 2a - \frac{3}{a} < 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2a < 5 \\ \frac{5a + 3 - 2a^2}{a} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > -2,5 \\ \frac{a^2 - 2,5}{a} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \in (-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}) \\ a \in (2,5; 3) \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset$$

Ответ: ~~$a \in (-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}) \cup (2,5; 3)$~~
 $a \in (-2,5; \frac{1}{2})$

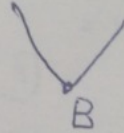
Чертовик.

$$\underbrace{5a^2} - \underbrace{4ay} + \underbrace{8x^2} - \underbrace{4xy} + \underbrace{y^2} + \underbrace{12ax} = 0 \quad \text{— координаты } a \text{ и } A$$

~~8x^2 - 4xy + y^2~~

$$8x^2 + y^2 + 5a^2 - 2 \cdot 2ay - 2 \cdot 2xy + 2 \cdot 6ax = 0$$

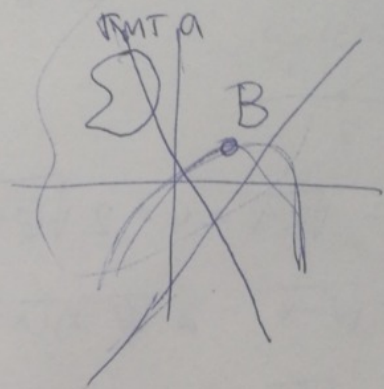
$$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0 \rightarrow$$



$$2x - y = 5$$

$$y = 2x - 5$$

$$y = 2x - 5$$



$$\underbrace{5a^2} - \underbrace{4ay} + \underbrace{8x^2} - \underbrace{4xy} + \underbrace{y^2} + \underbrace{12ax} = 0 \quad A: x; y$$

$$5a^2 - 2a(2ay - 6x) + 8x^2 - 4xy + y^2 = 0$$

$$D' = (2y - 6x)^2 - 5(8x^2 - 4xy + y^2) = 4y^2 - 24xy + 36x^2 - 40x^2 + 20xy - 5y^2 = -4x^2 - 4xy - y^2 = -(4x^2 + 4xy + y^2) = -(2x + y)^2$$

$$a = \frac{2y - 6x \pm \sqrt{-(2x + y)^2}}{5}$$

имеет решения при $2x + y = 0$

$$a = \frac{-4x - 6x}{5} = -10x_0 \Rightarrow x_a = -\frac{a}{10}$$

$$y = -2x$$

$$y = -2 \cdot x_a = -\frac{a}{10} \cdot (-2) = \frac{a}{5} \quad A\left(-\frac{a}{10}; \frac{a}{5}\right)$$

$$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0$$

$$y = \frac{ax^2 - 2a^2x + a^3 + 3}{a}$$

$$y = x^2 - 2ax + a^2 + \frac{3}{a}$$

$$y = (x - a)^2 + \frac{3}{a} \Rightarrow B\left(a; \frac{3}{a}\right)$$

$$+ 2 \frac{a}{2} = y_a$$

$$y_a = a$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$\frac{5 \pm 7}{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Чепробник.

~~0~~ $x > -3$
~~x < 7~~ $x \leq 7$

$7-x \geq 0$

$\sqrt{21+4x-x^2}$

$21+4x-x^2$

$21+4x-x^2 \geq 0$

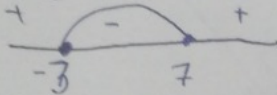
$x_0 = \frac{-4}{-2} = 2$

$x^2-4x-21 \leq 0$

$21+8-4 =$

$(x-7)(x+3) \leq 0$

$(7-x)(x+3) = 7x - x^2 + 21 - 3x = 4x + 21 - x^2$



$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(7-x)(x+3)}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} - 2\sqrt{(7-x)(x+3)} = -4$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = a$

$x=0 \quad a = \sqrt{3} - \sqrt{7} \quad 10 - 2\sqrt{21}$

$a^2 = x+3 + 7-x - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} \quad a^2 = 10 - 2\sqrt{21}$

$a^2 = 10 - 2\sqrt{21}$

$-2\sqrt{21} = a^2 - 10$

$a + a^2 - 10 + 4 = 0$

$\sqrt{3} - \sqrt{7} < -3$

~~3 < 7~~

$\sqrt{3} > \sqrt{7} - 3$

$\sqrt{3} = -3 + \sqrt{7-x}$

~~3 < 7 - 6\sqrt{7} + 9~~

~~6\sqrt{7} < 49 + 6 - 55~~ $6\sqrt{7} > 13$

~~6\sqrt{7} < 55~~ $36 \cdot 7 > 13^2$

~~\sqrt{7 \cdot 36} < 55~~ $200 > 169$

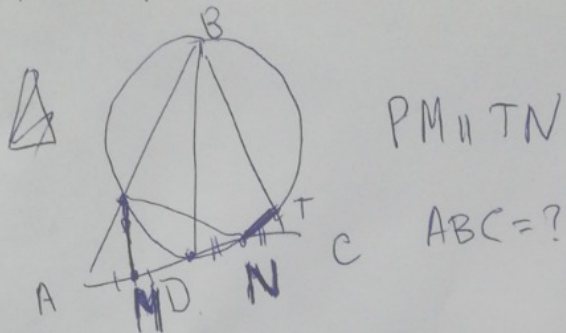
~~7 \cdot 36 < 55^2~~

~~7 \cdot 36 < 5555~~

~~\sqrt{x+3}~~
 $\sqrt{x+3+3} = \sqrt{7-x}$

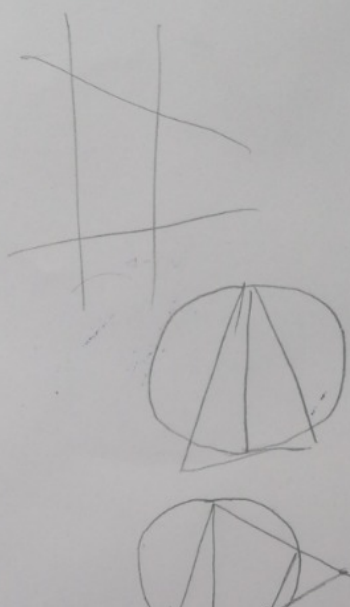
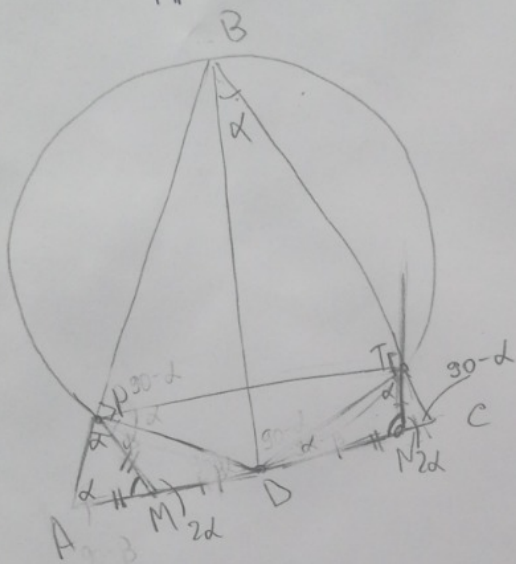
~~(\sqrt{x+3} + 3) = \sqrt{7-x}~~
 $3 + 100$

Чертежи.



$PM \parallel TN$

$ABC = ?$

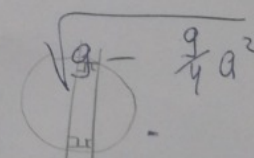
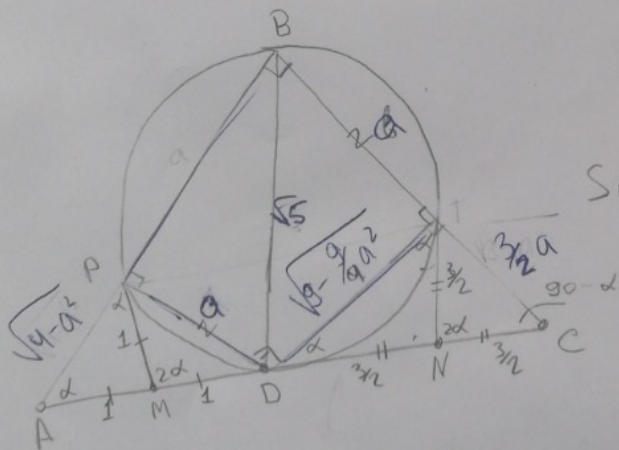


$$S = \frac{1}{2}(a + \sqrt{4-b^2})(b + \sqrt{9-a^2})$$

$$9 - \frac{9}{4}a^2 + a^2 = 5$$

$$a^2 - \frac{9}{4}a^2 + 4 = 0$$

$$S_{ABC} 4a^2 - 9a^2 + 16 = 0$$



$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 & a^2 - 5 = -b^2 \\ (\sqrt{4-b^2} + a)^2 + (b + \sqrt{9-a^2})^2 = (2+3)^2 & \frac{1}{3} \quad \frac{3/2}{1} = \frac{9}{4} \frac{x}{a} \\ 4 - b^2 + a^2 + 2a\sqrt{4-b^2} + b^2 + 9 - a^2 + 2b\sqrt{9-a^2} = 25 & x = \frac{3}{2} a \\ 2a\sqrt{4-b^2} + 2b\sqrt{9-a^2} = 12 \\ a\sqrt{4-b^2} + b\sqrt{9-a^2} = 6 \\ a\sqrt{4-b^2-1} + b\sqrt{9-a^2} = 6 \end{cases}$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006243**

ID профиля: **852689**

Вариант 10

①

Числовик.

Математика 10 класс

№11.

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4 + 7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ (x^2+y^2)^2 + 5x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

Пусть $m = x^2+y^2$
 $n = x^2y^2$

$$\begin{cases} \frac{6}{m} + n = 10 \\ m^2 + 5n = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 10 - \frac{6}{m} \\ m^2 + 5n = 81 \end{cases}$$

$$m^2 + 50 - \frac{30}{m} = 81$$

$$m^2 - 31 - \frac{30}{m} = 0$$

$$\frac{m^3 - 31m - 30}{m} = 0$$

$$\frac{(m+1)(m^2 - m - 30)}{m} = 0$$

$$\frac{(m+1)(m-6)(m+5)}{m} = 0$$

$$m = \begin{cases} -1 \Rightarrow n = 10 - \frac{6}{-1} = 16 \\ 6 \Rightarrow n = 10 - \frac{6}{6} = 9 \\ -5 \Rightarrow n = 10 - \frac{6}{-5} = 10 + \frac{6}{5} = \frac{56}{5} \end{cases}$$

$\forall x \neq \pm 1, \forall y \neq \pm 1$

Т.к. $m = x^2+y^2 \geq 0 \Rightarrow m \geq 0 \Rightarrow m = -5$ - не подходит
 $m = -1$ - не подходит

$$m = 6, n = 9$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=6 \\ x^2y^2=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2=6-y^2 \\ x^2y^2=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (6-y^2)(y^2)=9 \\ 6y^2-y^4=9 \end{cases} ; \begin{cases} 6y^2-y^4-9=0 \\ y^4-6y^2+9=0 \\ (y^2-3)^2=0 \\ y^2=3 \Rightarrow x^2=3 \end{cases}$$

Получаем, что $\begin{cases} x^2=3 \\ y^2=3 \end{cases}$

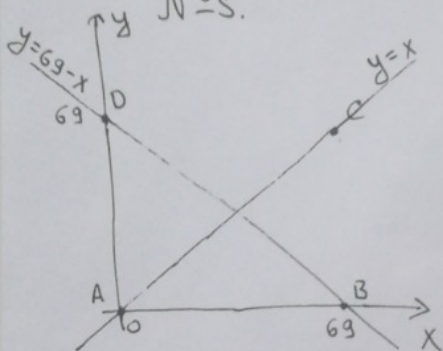
Значит,

Отв: $(x; y) = (-\sqrt{3}; \sqrt{3}); (-\sqrt{3}; -\sqrt{3}); (\sqrt{3}; \sqrt{3}); (\sqrt{3}; -\sqrt{3})$

211006243 (U852689 M1277287)

2

№5.



Чистовик

Математика 10 класс

Обозначим вершины квадрата за ABCD, так что
 $A(0;0)$; $B(69;0)$; $C(69;69)$; $D(0;69)$

Тогда прямая $y=x$ проходит через точку A ; $(0=0 - \text{верно})$ и
 через точку C ; $(69=69 - \text{верно})$

Прямая $69-x=y$ - проходит через точки B ; $(69-69=0 - \text{верно})$
 и D ; $(69-0=69 - \text{верно})$

Посчитаем кол-во способов выбрать пару точек, чтобы они
 удовлетворяли условию задачи.

На прямой $y=x$ находится 68 точек (с целыми координатами
 не лежащими на границах квадрата) (кол-во целых чисел от $[1; 68]$)

Аналогично на прямой $y=69-x$ есть 68 точек с целыми координатами.

Пересечение прямых $y=x$ и $y=69-x$ - точка с нецелыми целыми координатами.

Всего точек с целыми координатами $68 \cdot 68$

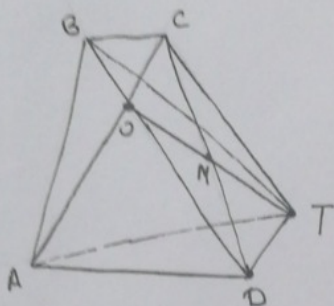
Всего $\frac{68 \cdot 68}{2}$ пар точек, где одна из них лежит на прямой $y=x$,
 а вторая не равна ей и точки не лежат на прямой // стороне
 квадрата равно $68 \cdot \frac{(68 \cdot 68 - 68 - 67)}{2}$; здесь считали и те точки,
 что $\in y=69-x$

Аналогично посчитаем варианты для $y=69-x$, но учтем, что
 вариант, когда две точки принадлежат $y=x$ и $y=69-x$ мы уже
 считали и получим $68 \cdot (68 \cdot 68 - 68 - 67 - 68 + 2)$

Всего вариантов получим $68 \cdot (68 \cdot 68 - 68 - 67) + 68 \cdot (68 \cdot 68 - 68 - 67 - 68 + 2)$
 $= 68 \cdot (2 \cdot 68 \cdot 68 - 135 - 135 - 66) = 68 \cdot (2 \cdot 68 \cdot 68 - 336) = 68 \cdot 8892 = 702856$

Ответ: 702 856 способов

№3



Дано: $ABCD$ - выпуклый четырехугольник
 $AC \cap BD = O$; $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ - правильные
 T - симметрична точке O от-но середины CD
 Пусть середина $CD = M$

а) Доказать: $\triangle ABT$ - правильный треугольник

б) $BC = 2$, $AD = 7$ Найти: $S_{\triangle ABT} : S_{ABCO}$.

а) Доказательство:

1) Из симметрии точки $T \Rightarrow OM = MT + CM = MD \Rightarrow OMTD$ - параллелограмм

2) Отметим равные стороны пользуясь тем, что есть 2 правильных треугольника и найденным параллелограмм.

$$AO = OD = AD = CT$$

$$BC = BO = OC = DT$$

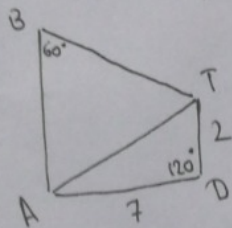
3) $\angle AOD = 60^\circ \Rightarrow \angle COD = 120^\circ \Rightarrow \angle OCT = \angle ODT = 60^\circ$

4) $\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

$$\left. \begin{array}{l} \angle ADT = \angle ADC + \angle CDT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \\ \angle BOA = \angle COD = 120^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle BCT = \angle ADT = \angle BOA = 120^\circ$$

5) Из пункта 2) и 4) получаем, что $\triangle AOB = \triangle BCT = \triangle ADT$ по 2 сторонам и углу между ними \Rightarrow в равных треугольниках все соответствующие элементы равны $\Rightarrow AB = BT = AT \Rightarrow \triangle ABT$ - правильный

б) Т.к. $CT \parallel OD$, то $S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BTD} \Rightarrow S_{ABCO} = S_{ABTD}$



$AD = 7$ (по условию)

$TD = 2$ ($TD = BC$ (пункт 2))

$\angle ADT = 120^\circ$ (пункт 4)

По Th cos в $\triangle ATD$ получим, что $AT = \sqrt{49 + 4 - 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ}$

$$= \sqrt{49 + 4 + 14} = \sqrt{67}$$

$$\text{Тогда } S_{\triangle ABT} = \frac{\sqrt{67}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 67 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{ABTD} = S_{\triangle ABT} + S_{\triangle ADT} = 67 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ =$$

$$= 67 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 67 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{14\sqrt{3}}{4} = 81 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Значит, } S_{\triangle ABT} : S_{ABCO} = S_{\triangle ABT} : S_{\triangle ABTD} = 67 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} : 81 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{67}{81}$$

Ответ: б) $\frac{67}{81}$

Чепковик

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6}{m} + n = 10 \\ m + 7n = 81 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= a \\ x^2+y^2 &= m \\ xy^2 &= n \\ a &= x^4+y^4+2xy^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6+n &= 10m \\ m+7n &= 81 \end{aligned}$$

$$m^3 - m = 10$$

$$m^3 - 36m - 5m - 30$$

$$m(m^2 - 36) - 5(m+6) = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 6 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$-216 + 246 - 30$$

$$36 + 20$$

$$9 + 5$$

$$3 \pm$$

$$\begin{cases} \frac{6}{m} + \frac{n}{m} = 10 \\ m^2 - 2n + 7n = 81 \end{cases}$$

$$n = 10 - \frac{6}{m}$$

$$m^2 + 5n = 81$$

$$m^2 + 50 - \frac{30}{m} = 81$$

$$m^2 - 41 - \frac{30}{m} = 0$$

$$\frac{m^3 - 41m - 30}{m} = 0$$

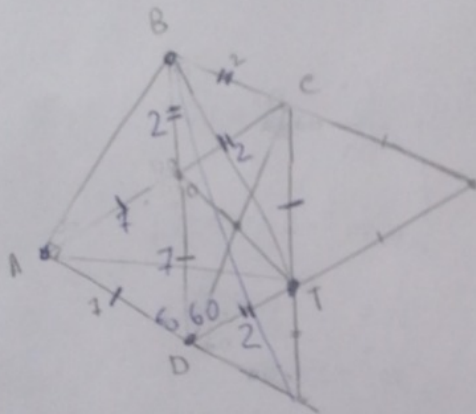
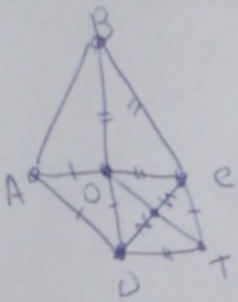
$$m^3 - 36m - 5m - 30$$

$$m(m-6)(m+6) - 5(m+6) = 0$$

$$\begin{array}{r} m^3 - 31m - 30 \mid m+1 \\ -m^3 + m^2 \\ \hline -m^2 - 31m \end{array} \quad \begin{array}{r} (m+1) \mid m^2 - m - 30 \\ -m^2 + m \\ \hline -30m - 30 \end{array} \quad \begin{array}{r} (m+1) \mid m^2 + 6m - 5 \\ -m^2 - 6m \\ \hline -30m - 30 \end{array} \rightarrow 0$$

$$\begin{array}{r} (m+1) \mid -m^2 - m \\ -m^2 - m \\ \hline 0 \end{array}$$

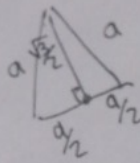
Чепуха



$$BT = AT - \text{ср } \angle$$

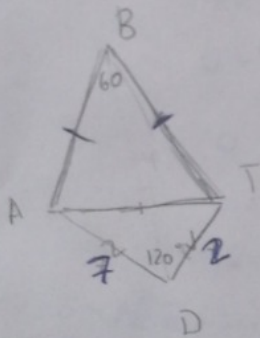
$$\Delta ADT = \Delta BCT = \Delta BOA \text{ (1) утд}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$$



$$\frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a \frac{\sqrt{3}}{4}$$

2)

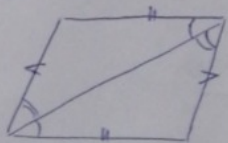
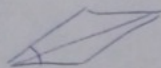


$$BD = 4$$

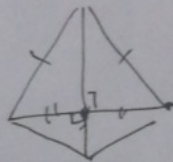
$$S_{ABT} = \frac{1}{2} AT \cdot h_1$$

$$S_{ABCD} = S_{ABT} + S_{ADT} = \frac{1}{2} AT (h_1 + h_2)$$

~~$$\frac{6}{11} + \dots$$~~



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot a$$



$$\sin(180 - \alpha)$$

$$S_3 = \sin \alpha$$

67

①

Угловик
Черновик

Математика 10 класс

№1.

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4 + 7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ (x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2 + 7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

Пусть $m = x^2y^2$
 $n = x^2+y^2$.

$$\begin{cases} \frac{6}{m} + n = 10 \\ m^2 + 5n = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 10 - \frac{6}{m} \\ m^2 + 5n = 81 \end{cases}$$

$$m^2 + 50 - \frac{30}{m} = 81 \quad \cdot m$$

$$m^2 - \frac{30}{m} - 31 = 0$$

$$\frac{m^3 - 31m - 30}{m} = 0$$

$$\frac{m^3 - 36m - 30}{m} = 0$$

$$\frac{m(m^2 - 36) - 30}{m} = 0$$

$$\frac{m(m-6)(m+6) - 30}{m} = 0$$

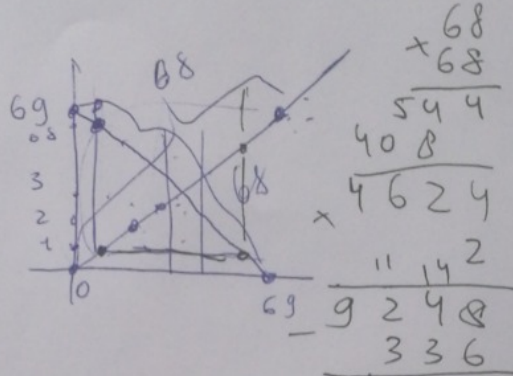
$$\frac{(m+6)(m^2 - 6m - 5)}{m} = 0$$

$$(m+6)(m$$

~~68~~

$$68 \cdot (68^2 - 2(67+68) - 68)$$

$$-270 - 3$$



$$\begin{array}{r} +68 \\ +68 \\ \hline 544 \\ 408 \\ \hline 4624 \\ 1112 \\ \hline 9248 \\ 336 \\ \hline 8892 \\ +7 \\ \hline 476 \end{array}$$

2 угла

один лежит

$$y = x \vee y = 69 - x$$

$$x = 69 - x$$

$$x = \frac{69}{2}$$

$$\begin{array}{r} 8892 \\ +68 \\ \hline 68+68 \quad 71136 \\ 63172 \\ \hline 702856 \end{array}$$

68 · 68 - все углы

$$68 \cdot (68 \cdot 68 - 2 \cdot 67) + 68 \cdot (68 \cdot 68 - 2 \cdot 68)$$

$$68 \cdot (68 \cdot 68 - 67 - 68) + 68 \cdot (68 \cdot 68 - 67 - 68)$$