Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006207**

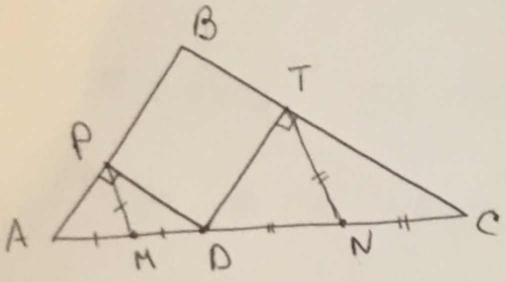
ID профиля: **821391**

Вариант 10

Чистовик

Задача №1

а)



По условию окружность с диаметром BD пересекает стороны AB и BC соответственно в точках P и T. Тогда $\angle BPD = 90^\circ$ и $\angle BTD = 90$ (Опираются на диаметры)

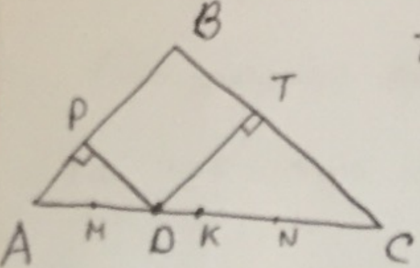
Т.к $PM \parallel TN$, а еще PM и TN – медианы в прямоугольных треугольниках APD и DTC соответственно. Пусть $\angle PMA = \angle TND = \alpha$ (из условие $PM \parallel TN$) Тогда тк. $PM = MA$ (Медиана в ◺) то $\angle PAM = 90 - \frac{\alpha}{2}$ (из $\triangle PMA$ в котором $\angle PMA = \alpha$)

Теперь тк. $\angle TND = \alpha \Rightarrow \angle TNC = 180 - \alpha$ а тк $\triangle TNC$ – равнобедренный ($TN = NC$ тк медиана в ◺) то $\angle TCN =$
$= 90 - \left(\frac{180-\alpha}{2}\right) = \frac{\alpha}{2}$. Откуда $\angle PAM + \angle TCN = \left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{\alpha}{2} = 90^\circ$

Но $\angle PAM = \angle BAC$ и $\angle TCN = \angle BCA \Rightarrow \angle BAC + \angle BCA = 90^\circ \Rightarrow$
$\angle ABC = 180 - \angle BAC - \angle BCA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

$\boxed{\text{Ответ: } 90^\circ}$

б) Нарисую заново картинку с учетом, что $\angle ABC = 90$



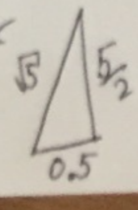
Т.к $PM = 1 \Rightarrow AD = 2PM = 2$ (тк PM-медиана ◺)

Аналогично $DC = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \Rightarrow AC = 2 + 3 = 5$

Пусть K-середина AC Тогда $AK = \frac{5}{2}$ $(AC = 5)$

Но $BK = \frac{AC}{2} = \frac{5}{2}$ (Медиана ◺)

А $DK = KA - DA = \frac{5}{2} - 2 = 0.5$ и $BD = \sqrt{5}$ по условию откуда посмотрим на $\triangle BDK$



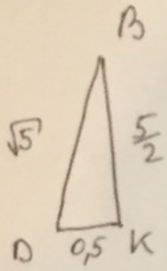
↓

Следующий лист

1 – лист

Чистовик

Задача №1 – Продолжение



Пусть $\angle BKD = \alpha$

Тогда по т. косинусов

$$\frac{25}{4} + \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot 0{,}5 \cdot \cos\alpha = (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$(BK^2 + DK^2 - 2 \cdot BK \cdot DK \cdot \cos\alpha = BD^2)$$

$$\frac{26}{4} - \frac{5}{2}\cos\alpha = 5$$

$$\cos\alpha = \frac{\frac{26}{4} - 5}{\left(\frac{5}{2}\right)} = \frac{\left(\frac{6}{4}\right)}{\left(\frac{5}{2}\right)} = \frac{3}{5}$$

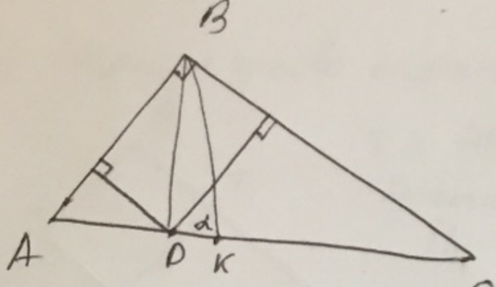
Но $\cos\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

Откуда $\sin\alpha = \pm\frac{4}{5}$ Но т.к $\alpha < 180° \Rightarrow \sin\alpha = \frac{4}{5}$

(т.к K лежит правее D т.к $AK = 2{,}5$, а $AD = 2$)

Откуда теперь вернемся к задаче т.е

$\sin\angle BKD = \frac{4}{5}$



и $AK = BK = CK = \frac{5}{2}$ (т.к $AC = 5$)

Откуда $\alpha = \angle BKD$

$$S_{ABC} = S_{ABK} + S_{CBK} =$$

$$= \frac{AK \cdot BK \cdot \sin\alpha}{2} + \frac{BK \cdot CK \cdot \sin\alpha}{2} =$$

$$= \frac{\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5}}{2} + \frac{\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5}}{2} = 5$$

$\boxed{\text{Ответ: } S_{ABC} = 5}$

Чистовик

Задача №2

Пусть $\sqrt{x+3}=a$ и $\sqrt{7-x}=b$. Тогда $2\sqrt{21+4x-x^2}=2\sqrt{(x+3)(7-x)}=2ab$

т.е по условию $a-b+4=2ab$.

А также $a^2+b^2=(\sqrt{x+3})^2+(\sqrt{7-x})^2=3+7=10 \Rightarrow a^2+b^2=10$

Откуда из $2ab+b=a+4 \Rightarrow b=\frac{a+4}{2a+1}$

Откуда подставляя b

получаем $a^2+\left(\frac{a+4}{2a+1}\right)^2=10$

Откуда $a^2(2a+1)^2+(a+4)^2=10(2a+1)^2$

Раскрывая скобки получаем

$$4a^4+4a^3+a^2+a^2+8a+16=40a^2+40a+10$$

$$\Downarrow$$

$$4a^4+4a^3+6=38a^2+32a$$

т.е $4a^4+4a^3+6-38a^2-32a=0$

$$\Updownarrow$$

$$(a-3)(a+1)(4a^2+12a-2)$$

Проверим это равенство

$(a-3)(a+1)(4a^2+12a-2)=(a^2-2a-3)(4a^2+12a-2)=$

$=4a^4+12a^3-2a^2-8a^3-24a^2+4a-12a^2-36a+6=$

$=4a^4+4a^3-38a^2-32a+6$ ч.т.д

т.е $(a-3)(a+1)(4a^2+12a-2)=0$

т.е $a=3$ или $a=-1$ или $4a^2+12a-2=0$

$$\Downarrow$$

$2a^2+6a-1=0$ (разделим на 2)

$$\Downarrow$$

$a=\frac{-6+\sqrt{44}}{4}$ или $a=\frac{-6-\sqrt{44}}{4}$

3 -лист

Чистовик
Задача №2 - продолжение

Отсюда в итоге

$a = 3$ или $a=-1$ или $a = \frac{-6+\sqrt{44}}{4}$ или $a = \frac{-6-\sqrt{44}}{4}$

но $a = \sqrt{x+3}$ т.е $a \geq 0$ (корень пол. числа - пол. число)

тогда т.к $\frac{-6-\sqrt{44}}{4} < 0$ и $-1 < 0$

$\Downarrow$

Остаются только $a=3$ или $a = \frac{-6+\sqrt{44}}{4} = \frac{-3+\sqrt{11}}{2} > 0$

Отсюда $\sqrt{x+3} = 3$ или $\sqrt{x+3} = \frac{-3+\sqrt{11}}{2}$

$\Downarrow$

$x+3=9$

$\Downarrow$

$x=6$

$\Downarrow$

$x+3 = \frac{9+11-2\cdot 3\sqrt{11}}{4}$

$\Downarrow$

$x+3 = 5 - \frac{3}{2}\sqrt{11}$

$\Downarrow$

$x = 2 - \frac{3}{2}\sqrt{11}$

Оба решения подходят под ОДЗ ($x+3 \geq 0$ и $7-x \geq 0$)

т.к $x=6$ очевидно подходит а $x = 2 - \frac{3}{2}\sqrt{11} \geq -3$

$\Updownarrow$

$5 \geq \frac{3}{2}\sqrt{11}$

$\Updownarrow$

$10 \geq 3\sqrt{11}$ (Возведем в квадрат)

$\Updownarrow$

$100 \geq 99$

Оба корня очевидно подходят.

$\boxed{\text{Ответ: } x=6 \text{ и } x = 2-\frac{3}{2}\sqrt{11}}$

4 - лист

Чистовик

Задача №3

Давайте для начала найдем координаты точки B.

т.к $ax^2-2a^2x-ay+a^3+3=0$

$\Downarrow$

$$y=\frac{ax^2-2a^2x+a^3+3}{a}=x^2-2ax+a^2+3$$

Как известно у параболы ax^2+bx+c вершина имеет координаты

$$\cancel{x,y}\ l,m=\left(-\frac{b}{2a};\ f\left(\cancel{x}-\frac{b}{2a}\right)\right) \quad f(x)=ax^2+bx+c$$

Откуда из этой парабола вершина имеет координаты $\cancel{x,y}$ $l,m=(a;\ f(a))$

где $f(x)=x^2-2ax+a^{\cancel{3}2}+3$

Откуда $(l,m)=(a;\ f(a))=(a;\ a^2-2a^2+a^2+3)=$

$=(a;\ 3)$

Откуда координаты точки B равны $l,m=a,3$

Ответ: координаты точки B равны $(l,m)=(a,3)$

5 лист

Черновик

$5a^2-4ay+8x^2+y^2+12ax=0$

a $2a$

$5a^2-8a^2+8a^2-8a^2+a^2+12$

$-2-1;$

$x,y=$

$5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0$

$x=ka \quad y=la$

$l=1$

$+l^2+12k$

$5-4l+8k^2-4kl=0$

$5-4+8k^2-4k+1$

$5+8k^2+l^2+12k=4l+4kl$

$25+l^2=8l$

$5+32+24+l^2=4l+8l=12l$

$a^2+b^2=10$ Черновик

$a-b+4=2ab$

$2ab+b=a+4$

$b=\dfrac{a+4}{2a+1}$

$a^2+\dfrac{(a+4)^2}{(2a+1)^2}=10$

(a)

$\left(a^2+\dfrac{(a+4)^2}{(2a+1)^2}\right.$

$a^2+8a+16$

$(\qquad)$

$2a+\left(\dfrac{2(a+4)(2a+1)^2-2(2a+1)(a+4)^2}{(2a+1)^4}\right)=$

$(4a^2+4a+1)(a+4)$

$\cancel{4a^3}+\cancel{4a^2}+a+\cancel{16a^2}+\cancel{16a}+4-\cancel{2a^3}-\cancel{16a^2}-32a-\cancel{a^2}-\cancel{8a}-16=$

$2a^3+3a^2$

$(4a^2+4a+1)a^2+(a+4)^2=\cancel{4}\,40a^2+40a+10$

$4a^4+4a^3+\cancel{4a^2}+\cancel{a^2}+\cancel{8a}+\cancel{16}=\cancel{40a^2}+\cancel{40a}+\cancel{10}$

$+6$ $\quad 38a^2\ 32a$

$a=3$

$4a^4+4a^3+6=38a^2+32a$ $\quad a-3$

$481+4\cdot 27+6=$ $\quad 4a^4+4a^3+6=38a^2+32a$

211006207 (U821391 M1276180)

Черновик

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$

$x-y+4=2xy$

$a+b=4$

$4a^4+4a^3+6-38a^2-32a=0$

$16a^3+12a^2-72a-32=0$

$\sqrt{a}-\sqrt{b}+4=2\sqrt{ab}$

$16\cdot 27+12\cdot 9-72\cdot 3-32=0$

$4\cdot 27+3\cdot 9-18\cdot 3-$

$D=36+4\cdot 2=$

$2x^2+6x-1$

$x-y+4=2xy$

$4x^2+12x-2$

$x^2+y^2=10$

44

$4x^2(x+1)+12x(x+1)-2(x+1)$

$y=\frac{x+4}{2x+1}$

$-4+16-10-2$

$(x+4)^2+(2x+1)^2x^2=10(2x+1)^2$

$x_1=\frac{-6+\sqrt{44}}{4}$

$\cancel{x^2+8x+16}+4x^4+4x^3+\cancel{x^2}=38x^2+\cancel{40x}+10$

6 32x

$4x^4+4x^3+6-38x^2-32x=0$ | $x-3$

$4x^3+16x^2+10x-2$

$-4x^3(x-3)$

$16x^3+6-38x^2-32x$

$-16x^2(x-3)-$

$6-2x$

$6+10x^2-32x$

$-10x(x-3)$

$x+3=a \quad 7-x=b$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}$

$x - y + 4 = 2xy$

$2xy - x + y - 4 = 0$

$(ax - t)\left(\frac{2}{a}y - \frac{4}{t}\right) = 0$

$ua = -1$

$\frac{2t}{a} = 1$

$u = \frac{4}{t}$

$\frac{4}{t}a = -1$

$\frac{2t}{a} = 1$

$x - y + 4 = 2xy$

$a + b = 10$

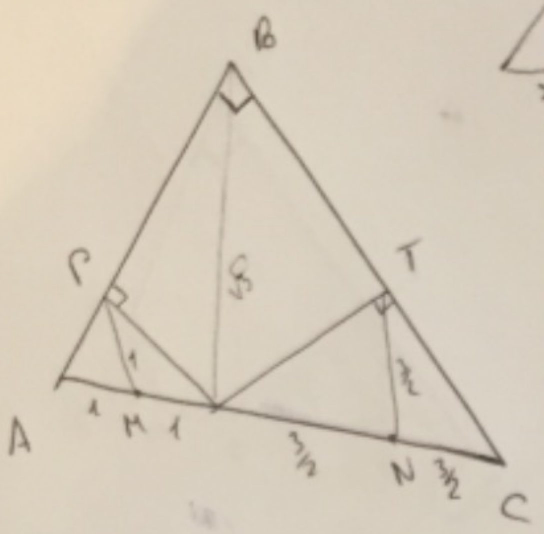
$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}$

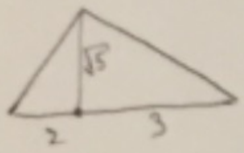
$a + b + 16 - 2\sqrt{ab} - 8\sqrt{b} + 8\sqrt{a} = 4ab$

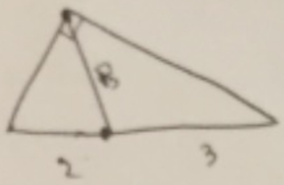
$26 - 2\sqrt{ab} - 8b + 8a = 4ab$

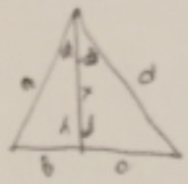
Черновик

Черновик



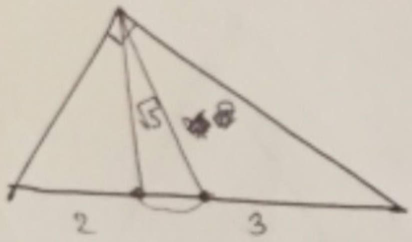


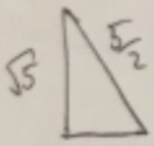


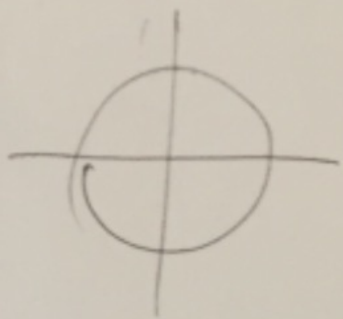


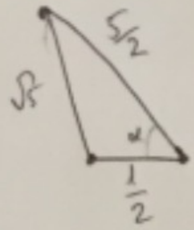
$x^2+b^2-2bx\cos\alpha=a^2b$

$x^2+c^2-2cx\cos\beta=d^2b$









$\frac{25}{4}+\frac{1}{4}-\frac{5}{2}\cos\alpha=5$

$\frac{26}{4}-\frac{5}{2}\cos\alpha=5$

$26-10\cos\alpha=20$

$\cos\alpha=\frac{3}{5}$

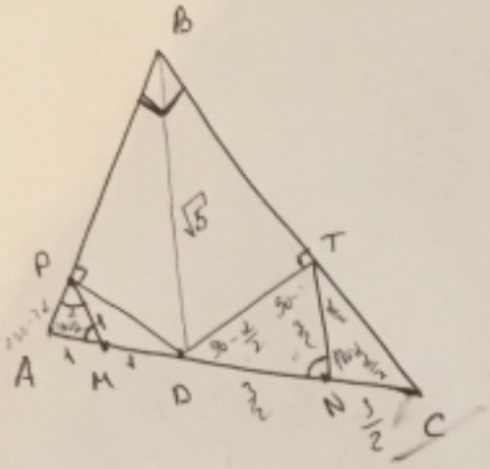
$\sin\alpha=\frac{4}{5}$

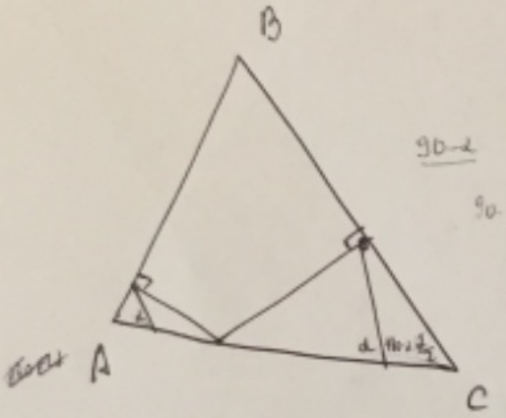
$\frac{5}{2}\cdot \cancel{\ldots} =$

$\frac{5}{2}$ -

211006207 (U821391 M1276180)

Черновик





$90-\alpha$

$90-\frac{\alpha}{2}$

211006207 (U821391 M1276180)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006207**

ID профиля: **821391**

Вариант 10

Чистовик

Задача №4

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2=81 \end{cases}$$

Сделаем замену $x^2+y^2=a$; $x^2y^2=b$

Тогда система из условия имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{6}{a}+b=10 \\ a^2+5b=81 \end{cases}$$

$$x^4+y^4+7x^2y^2=\underbrace{(x^4+2x^2y^2+y^4)}_{=(x^2+y^2)^2}+5x^2y^2=$$
$$=a^2+5b$$

Домножим $\dfrac{6}{a}+b=10$ на „5" т.е $\dfrac{30}{a}+5b=50$

И теперь из второго вычтем т.е

$$a^2+5b-\left(\frac{30}{a}+5b\right)=81-50=31$$

$$\| \\ a^2-\frac{30}{a}$$

Откуда $a^2-\dfrac{30}{a}=31$ т.е $a^3-30-31a=0$ $(a\neq 0)$

$$\| \\ (a+1)(a-6)(a+5)$$

Докажем равенство

$$(a+1)(a-6)(a+5)=(a+1)(a^2-a-30)=a^3-a^2-30a+a^2-a-30=$$
$$=a^3-30-31a \text{ ч.т.д.}$$

1 лист

211006207 (U821391 M1276181)

Чистовик

Задача №4 Продолжение

Откуда

$(a+1)(a-6)(a+5)=0$

и $a=x^2+y^2 \geqslant 0$ (тк $x^2 \geqslant 0 \ \forall x$)

Откуда $a=-1$ и $a=-5$ – неподходят.

Откуда $a=6$.

теперь вернемся к системе $\begin{cases} \frac{6}{a}+b=10 \\ a^2+5b=81 \end{cases}$

Откуда $\frac{6}{a}+b=10 \Rightarrow \cancel{\frac{6}{6}+b} \Rightarrow \frac{6}{6}+b=10 \Rightarrow b=9$ (тк $a=6$)

Откуда $x^2+y^2=6$; $x^2y^2=9$.

Пусть $m=x^2$ и $n=y^2$

Тогда $m+n=6$; $mn=9$

Откуда $n=6-m$ и $m(6-m)=9$

$\Downarrow$

$-m^2+6m-9=0$

$\Downarrow$

$m^2-6m+9=0$

$\Downarrow$

$(m-3)^2=0 \Rightarrow m=3$

Откуда $n=6-m=3$

Откуда $x^2=3$ и $y^2=3$. Заметим, что если $x^2=3$ и $y^2=3$ то изначальная система верна) это очевидно!!!

Откуда $x=\pm\sqrt{3}$ и $y=\pm\sqrt{3}$

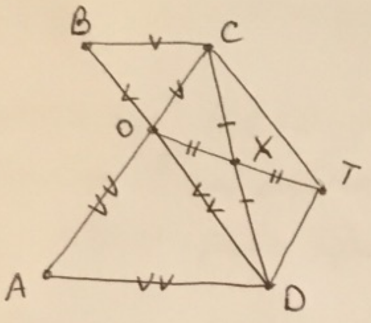
Итого: Ответ: $(\sqrt{3};\sqrt{3})$; $(\sqrt{3};-\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3};-\sqrt{3})$, $(-\sqrt{3};\sqrt{3})$

2 лист

Мистовик

Задача №6 [redacted]

а)



Во первых т.к $\triangle BOC$ - равносторонний, то $\angle BCO = 60^\circ \Rightarrow \angle BCA = 60^\circ$

~~Аналошично $\angle CAD = 60^\circ$~~

Аналошично $\angle CAD = 60^\circ$ (т.к $\triangle AOD$ - равносторонний)

Откуда $\angle BCO = \angle CAD = 60 \Rightarrow$

$BC \parallel AD$

А также $AC = BD$ т.к

~~$AC = AO = 10$~~ $AC = AD + BC$ и

$BD = AD + BC$

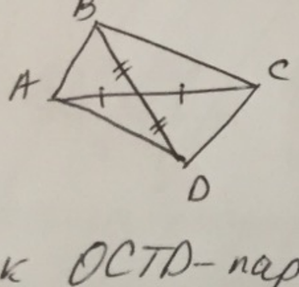
(из равносторонности треугольников)

Откуда $BCDA$ - трапеция с равными диогоналями. Но тогда это равнобедренная трапеция. ~~[illegible]~~ или параллелограмм

$$BA^2 = BO^2 + OA^2 - 2 \cdot BO \cdot DA \cdot \cos 120$$

$$CD^2 = CO^2 + OD^2 - 2 \cdot CO \cdot OD \cdot \cos 120$$ и $OB = OC$ и $AO = OD$

Откуда $BA = CD \Rightarrow BCDA$ - равнобедренная трапеция или параллелограмм. Теперь заметим, что $OCTD$ - параллелограмм тк известный факт - Удвоение медианы. (Т.к $OX = XT$ и $CX = CD$) X - середина CD.



Тогда $ABCD$ - параллелограм

Откуда тк $OCTD$ - параллелограм, то $OC = TD$ и $CT = OD$

Откуда $CA \parallel TD$ и $AD = OD = CT \Rightarrow ACTD$ - равнобедренная трапеция (не параллелограмм тк $OD \parallel CT \Rightarrow AD \nparallel CT$ тк O и A - различны)

Откуда $AT = CD$ (Диагонали этой равнобедренной трапеции $ADTC$

Чистовик
задача №6 – продолжение

$AT = DC$. но $DC = AB$ тк $ABCD$ – трапеция равнобедренная (или прямоугольник если $BA \parallel CD$)

Тогда $AT = DC = AB \Rightarrow AT = AB$.

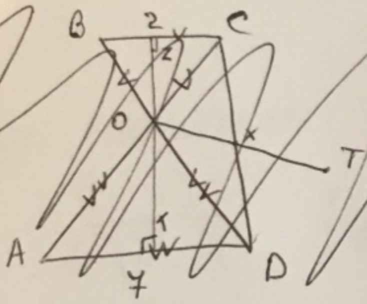
Аналогично $BCTD$ – равнобедренная трапеция и $CD = BT$ – диагонали в ней равны откуда ~~CD=B~~ $BT = CD = BA$ т.к $ABCD$ – равн. трапеция

~~Откуда $AB = CD$ и $AB = AT \Rightarrow$~~

Откуда $AB = BT$ и $AB = AT \Rightarrow$

$AT = AB = BT$ и $\triangle ABT$ – равносторонний

ч.т.д

б) 

~~Тогда $\angle BOC = 180$~~

~~Тогда $\angle BOA = 180 - \angle BOC = 180 - 60 = 120$~~

~~Откуда по т. косинусов~~

~~$BA^2 = BO^2 + OA^2 - 2BO \cdot OA \cos 120 =$~~

~~$= 4 + 49 - 28 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) =$~~

~~$= 53 + 14 = 67$~~

~~Откуда по формуле площади равностороннего $\triangle$~~ ~~$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$~~

~~$S_{BAT} = \frac{BA^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{67 \cdot \sqrt{3}}{4}$~~

~~Теперь посчитаем площадь $ABCD$. Опустим высоту из O на BC и из O на AD. Тогда это высоты OZ и OT~~ ~~$S_{OBC} = \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{OZ \cdot 2}{2}$~~ ~~$\left(S = \frac{a \cdot h}{2}\right)$~~

~~$OZ = \sqrt{3}$~~

~~Аналогично $S_{AOD} = \frac{7^2\sqrt{3}}{4} = \frac{OT \cdot 7}{2}$~~

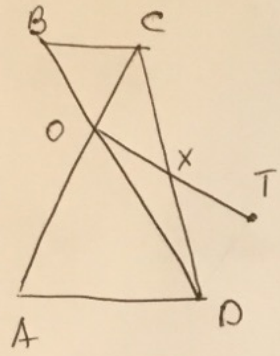
~~Откуда $OT = 7\sqrt{3}$~~

(4) лист

211006207 (U821391 M1276181)

Чистовик

$BC = 2$; $AD = 7$ Задача №6 - продолжение

б) 

Тогда $\angle BOA = 180^\circ - \angle BOC = 180 - 60^\circ = 120^\circ$

$\Downarrow$

По т. косинусов

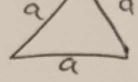
$$BA^2 = BO^2 + OA^2 - 2 BO \cdot OA \cdot \cos 120 =$$
$$= 4 + 49 - 2 \cdot 2 \cdot 7 \left(-\frac{1}{2}\right) =$$
$$= 53 + 14 = 67$$

$\left(^* \cos 120 = -\frac{1}{2}\right)$

$\Downarrow$

$BA^2 = 67$

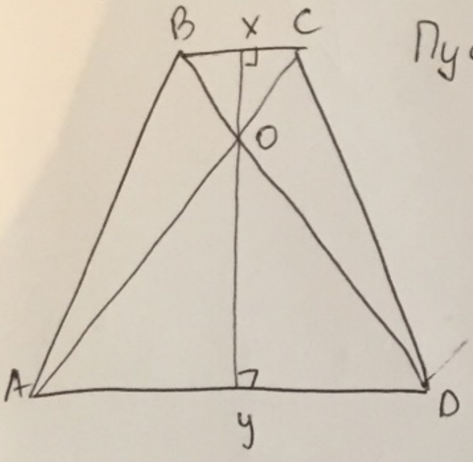
Откуда по формуле площади равностороннего треугольника

(

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$)

$$S_{ABT} = \frac{BA^2\sqrt{3}}{4} = \frac{67\sqrt{3}}{4}$$

Теперь посчитаем S_{ABCD}



Пусть OX и OY - перпендикуляры на BC и AD из точки O

Тогда $\angle XOC = 30$ (т.к в $\triangle BOC$ - высота OX а значит и медиана)

и $\angle AOY \overbrace{\text{аналогично}} = 30^\circ$

$\Downarrow$

X, O, Y лежат на одной прямой

теперь с одной стороны $S_{BOC} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4}$

А с другой стороны $S_{BOC} = \frac{OX \cdot BC}{2} = \frac{OX \cdot 2}{2} = OX$

Откуда $OX = S_{BOC} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \Rightarrow OX = \sqrt{3}$

теперь для $\triangle AOD$ $S_{AOD} = \frac{7^2\sqrt{3}}{4}$ и $S_{AOD} = \frac{OY \cdot AD}{2} = \frac{OY \cdot 7}{2}$

Откуда $\frac{OY \cdot 7}{2} = \frac{7^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow OY = \frac{7\sqrt{3}}{2}$

Откуда по формуле площади трапеции S_{BCAD}

5 лист

Чистовик
задача №6 - продолжение

$$S_{BCDA} = \left(\frac{BC + AD}{2}\right) h = \cancel{\frac{9}{2}} = \frac{(7+2)}{2} \cdot XY = \frac{9}{2} \cdot \left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3} \cdot 7}{2}\right)$$

~~XOX~~ (т.к. $OX = \sqrt{3}$ и $OY = \frac{\sqrt{3} \cdot 7}{2}$)

Откуда $S_{BCDA} = \frac{9}{2}\sqrt{3}\left(1 + \frac{7}{2}\right) = \frac{9}{2}\sqrt{3} \cdot \frac{9}{2} = \frac{81\sqrt{3}}{4}$

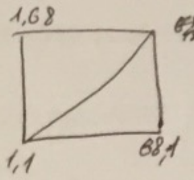
Итого $$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\left(\frac{67\sqrt{3}}{4}\right)}{\left(\frac{81\sqrt{3}}{4}\right)} = \frac{67}{81}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \frac{67}{81}}$$

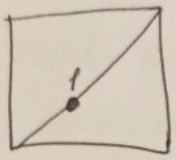
чистовик

Задача №5

Заметим, что мы можем выбирать узлы в квадрате с координатами $(1;1)$, $(1;68)$; $(68;68)$, $(68;1)$ Теперь давайте посчитаем число способов, когда один из узлов стоит на этой диагонали

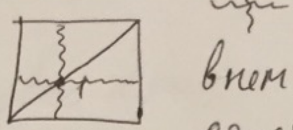


Мы выбираем ~~какую~~ любой узел на диагонали



И смотрим. Что запрещено для 2-го узла

Запрещен „крест"



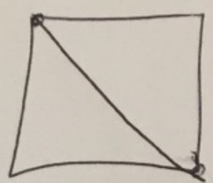
в нем всего $68+68-1=135$ узлов.

Значит

Для 2 хода разрешено (68^2-135) положений

И так для каждого выбранного узла на этой диагонали $\Rightarrow$ таких способов $(68^2-135)\cdot 68$

Аналогично Других способов с такой диагональю



тоже ровно $(68^2-135)68$

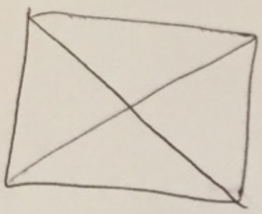
Давайте подумаем надо сложить эти два числа $(68^2-135)68+(68^2-135)68$. Но в этих подсчетах мы любой способ удовлетворяющий условием задачи посчитали ≥ 1 раз и ≤ 2 раза. Откуда нам из этого

7 лист

Чистовик
Задача №5 Продолжение

числа нужно вычесть кол-во тех способов, которые мы посчитали дважды. Это способы где („оба!!!") узла лежат на диагоналях. Такие важное соображение. Центр целого квадрата - не узел (у него координаты $\left(\frac{67}{2}; \frac{67}{2}\right)$)

Откуда диагонали пересекаются „не" в узле.



Откуда нам надо вычесть кол-во способов $= 68 \cdot 68$ (68 на первой диаг. и 68 - на второй)

Теперь все способы посчитаны ровно 1 раз.

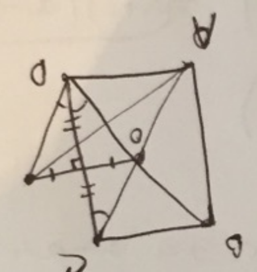
Откуда ответ $2 \cdot 68\left(68^2 - 135\right) - 68^2$

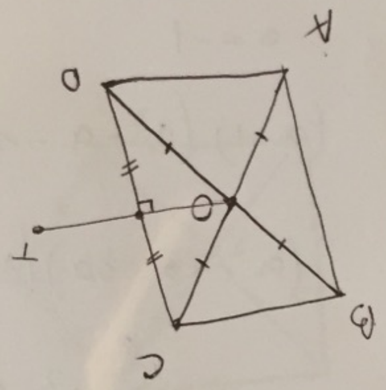
Ответ: $N = 2 \cdot 68\left(68^2 - 135\right) - 68^2$

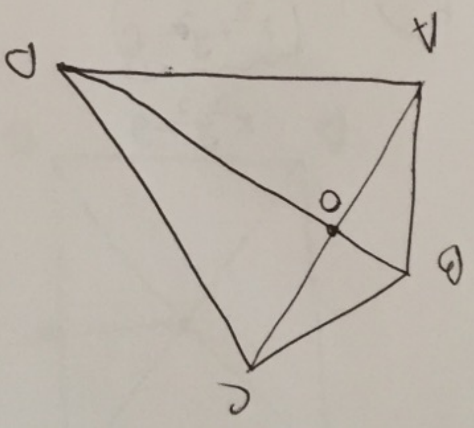
8 лист

211006207 (U821391 M1276181)

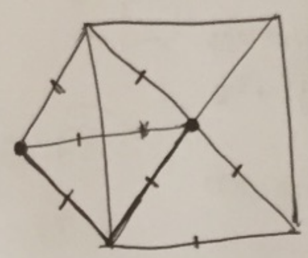
Черновик

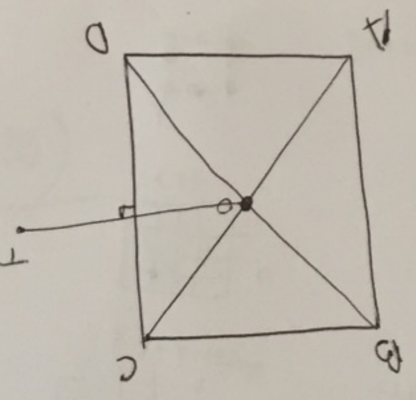




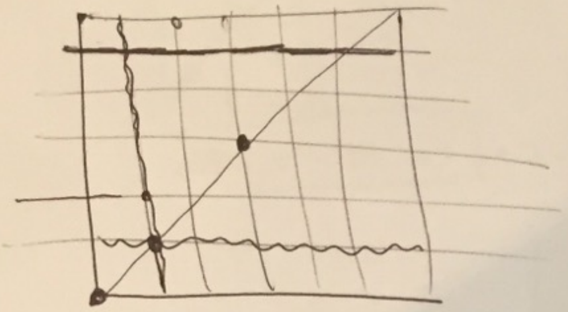


черновик



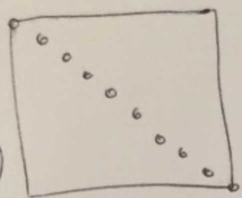


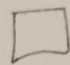
Черновик



68^2

$$\boxed{\frac{68^2\cdot\left(68^2-1\right)}{2}}$$





3 ·) = 12

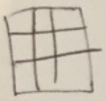
в которых нет

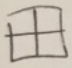
$\frac{9\cdot 4}{2}=18$

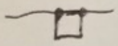
68 68

135

$$\frac{\left(68^2-135\right)\left(68^2-136\right)}{2}$$

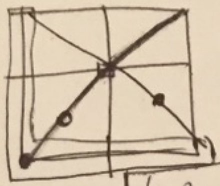




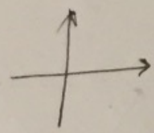


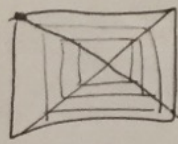
$$\frac{68^2\left(68^2-135\right)}{2}$$

Черновик

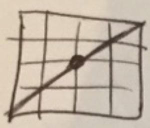


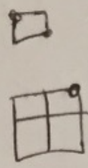
$\boxed{(88^2-135)\,67} \cdot 2 -$

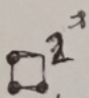




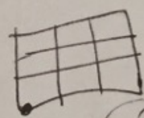
6767



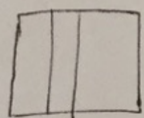


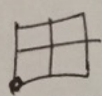


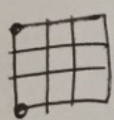
2



9·4







4·3