Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

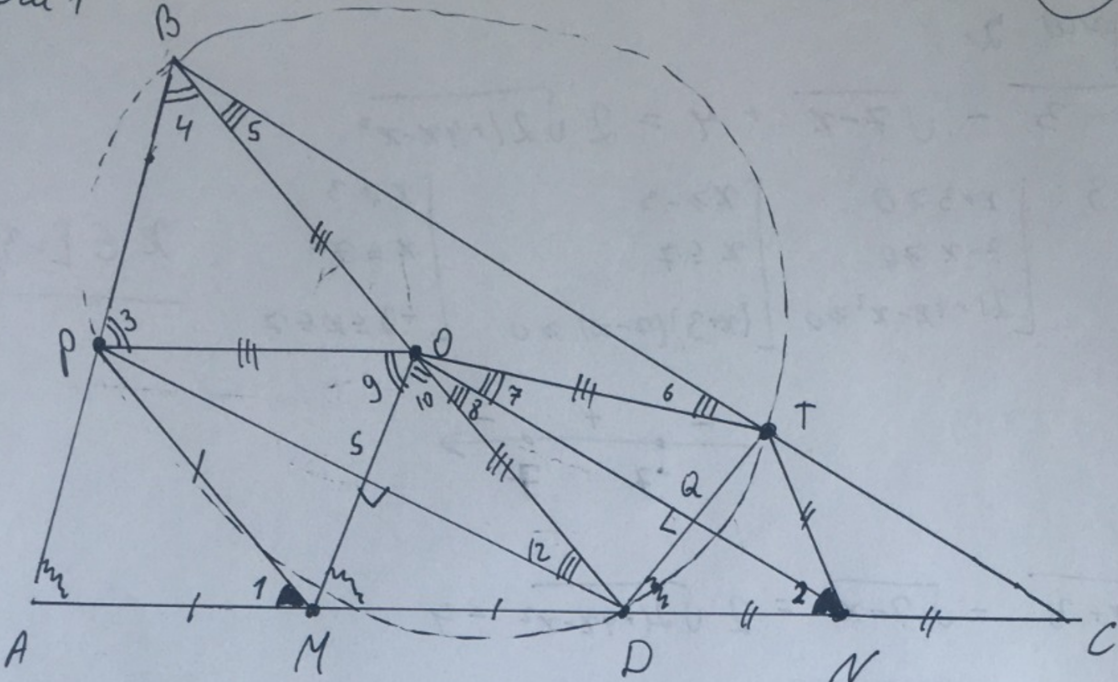
Шифр: **211005927**

ID профиля: **345061**

Вариант 10

Чистовик Вариант 10

Задача 1



1) Пусть O – середина BD. т.к. точка O – середина диаметра окружности, то O – центр окружности => BO = OD

2) Проведём радиусы OP и OT. OP = OT = BO = OD как радиусы одной окружности

3) ∠1 = ∠2 как соответственные при PM ∥ TN и сек MN

4) ~~[illegible]~~ OB = OP => △BOP – равнобедр. => ∠3 = ∠4
OB = OT => △BOT – равнобедр. => ∠5 = ∠6

5) Проведём OM и ON
O – середина BD
M – середина AD } => OM – ср. линия в △ABD

O – середина BD
N – середина CD } => ON – ср. линия в △BCD

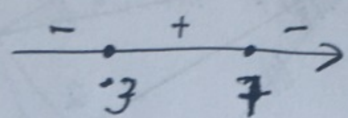
6) ON ∥ BC как ср. линия => ∠6 = ∠7 как накрест лежащие при BC ∥ ON и сек. OT; ∠5 = ∠8 как ~~накрест лежащие~~ соответственные при BC ∥ ON и сек. BD

Чистовик

Задача 2

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$$

ОДЗ: $\left[\begin{array}{l} x+3 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \\ 21+4x-x^2 \geq 0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x \geq -3 \\ x \leq 7 \\ (x+3)(7-x) \geq 0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x \geq 3 \\ x \leq 7 \\ -3 \leq x \leq 7 \end{array}\right.$ $x \in [-3; 7]$



$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{21+4x-x^2} - 4$$

$$x+3 - 2\sqrt{(x+3)(7-x)} + 7 - x = 4(x+3)(7-x) - 16\sqrt{(x+3)(7-x)} + 16$$

$$4(x+3)(7-x) - 14\sqrt{(x+3)(7-x)} + 6 = 0$$

Пусть $\sqrt{(x+3)(7-x)} = t$

$$4t^2 - 14t + 6 = 0$$

$D = 196 - 96 = 100$, $\sqrt{D} = 10$

$$t_1 = \frac{14+10}{8} = 3 \qquad t_2 = \frac{14-10}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{(x+3)(7-x)} = 3$$

$$(x+3)(7-x) = 9$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$D = 16 + 48 = 64$, $\sqrt{D} = 8$

$$x_1 = \frac{4+8}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{4-8}{2} = -2$$

$$\sqrt{(x+3)(7-x)} = \frac{1}{2}$$

$$7x - x^2 + 21 - 3x = \frac{1}{4}$$

$$x^2 + 4x + 20\frac{3}{4} = 0$$

$$4x^2 + 16x + 83 = 0$$

$D = 256 - 1328$, $D < 0$

решений нет

Чистовик

7) OM - ср. линия в $\triangle ABD \Rightarrow OM \parallel AB \Rightarrow \angle 3 = \angle 9$ как накрест лежащие при $AB \parallel OM$ и сек PD; $\angle 4 = \angle 10$ как ~~накрест лежащие~~ соответственные при $BA \parallel OM$ и сек. BD

2

8) Проведем PD, TD

$\angle BPD = 90°$, как вписанный угол, опирающийся на диаметр

$\angle BTD = 90°$, как вписанный угол, опирающийся на диаметр

9) $\angle APD = 90°$ как смежный с $\angle BPD = 90°$

$\angle DTC = 90°$ как смежный с $\angle BTD = 90°$

PM - медиана из $\angle APD = 90° \Rightarrow PM = AM = MD$

TN - медиана из $\angle DTC = 90° \Rightarrow TN = DN = NC$

10) $\triangle APM \sim \triangle DNT$, т. к. $\frac{AM}{DN} = \frac{PM}{TN}$; $\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A = \angle TDN$

$\triangle APD \sim \triangle MSD$, т. к. $\angle A = \angle OMD$ (как соотв. при $AB \parallel OM$ и сек AM), $\angle D$ - общий

Значит, $\angle MSD = \angle APD = 90°$

11) $\angle OQD = 90°$, т. к. OQ - биссектриса равнобедр. $\triangle OPT \Rightarrow$

$\Rightarrow OQ$ - высота

~~12) $\triangle SMD \sim \triangle QND$~~

12) $\triangle SDM \sim \triangle QND$ ($\angle SMD = \angle QDN$; $\angle MSD = \angle DQN = 90°$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle SDM = \angle QND \Rightarrow ON \parallel PD$ (равны соответственные $\angle SDM$ и $\angle QND$ при ON, PD и сек MN)

13) $ON \parallel PD \Rightarrow \angle 8 = \angle 12$ как накрест лежащие при $ON \parallel PD$ и сек. OD

14) В $\triangle OSD$: $\angle 10 + \angle 12 + \angle OSD = 180°$; $\angle OSD = 90° \Rightarrow \angle 10 + \angle 12 = 90°$;

$\angle 10 = \angle 4$, $\angle 12 = \angle 5$; $\angle 4 + \angle 5 = \angle ABC = \angle 10 + \angle 12 = 90°$. Ответ: $\angle ABC = 90°$

211005927 (U345061 M1276608)

Проверка:

При $x = 6$:

$\sqrt{6+3} - \sqrt{7-6} + 4 = 2\sqrt{21+4\cdot6-66}$

$3 - 1 + 4 = 2\sqrt{9}$

$6 = 6$

$x = 6$ подходит

При $x = -2$:

$\sqrt{-2+3} - \sqrt{7-(-2)} + 4 = 2\sqrt{21-4\cdot2-(-2)^2}$

$1 - 3 + 4 = 2\sqrt{21-8-4}$

$2 = 2\sqrt{9}$

$2 = 6$ – неверно $\Rightarrow$ $x = -2$ не корень

Ответ: $x = 6$

Задача 3 Чистовик

Ур-ие параболы:

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+3=0$

$ay=-2a^2x+ax^2+a^3+3$

$y=x^2-2ax+a^2+\frac{3}{a}$

Координаты вершины $B\ (x_0;y_0)$

$x_0=-\frac{-2a}{2}=a$

$y_0=a^2-2a^2+a^2+\frac{3}{a}=\frac{3}{a}$

При каких a $y<2x-5$?

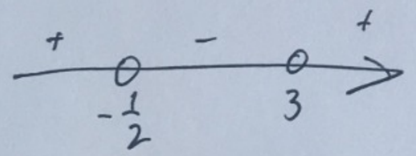
$\frac{3}{a}<2a-5$

$2a^2-5a-3>0$

$D=25+24=49,\ \sqrt{D}=7$

$a_1=\frac{5+7}{4}=3$

$a_2=\frac{5-7}{4}=-\frac{1}{2}$



При $a\in(-\infty;-\frac{1}{2})\cup(3;+\infty)$ вершина B находится ниже прямой $y=2x-5$

Значит, при $a\in(-\frac{1}{2};3)$ точка B находится выше прямой $y=2x-5$

$8x^2 - 4xy + 12ax + y^2 - 4ay + 5a^2 = 0$

При каких a $y > 2x-5$, при каких $y < 2x-5$?!

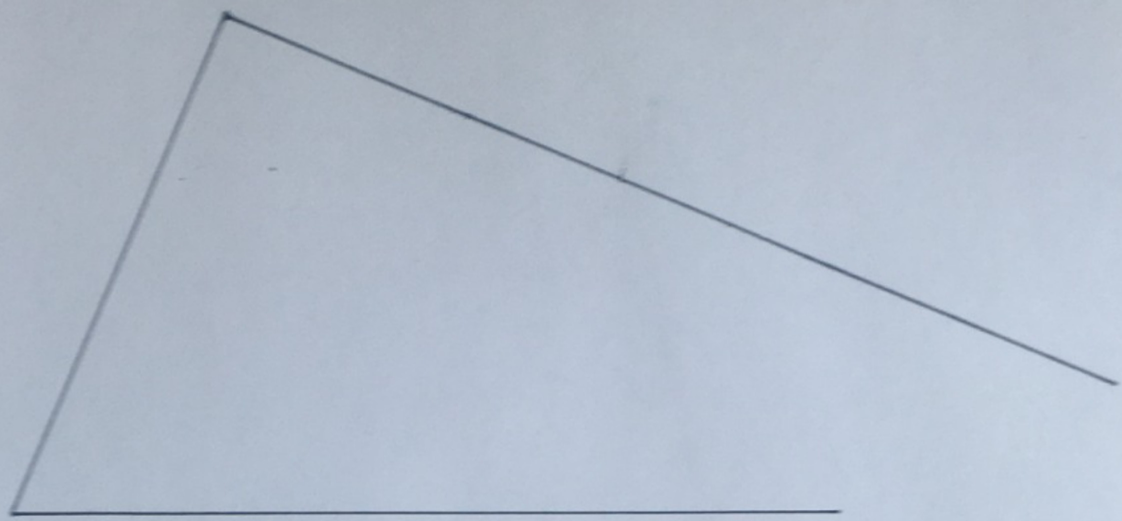
$y^2 - 4ay - 4xy = -5a^2 - 12ax - 8x^2$

$8x^2 - 4xy + y^2 = 4ay - 5a^2 - 12ax$

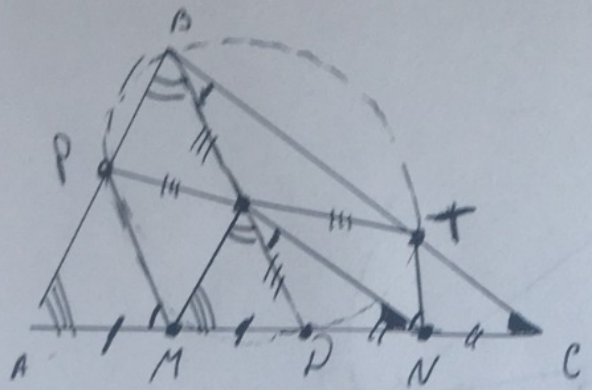
$(2x-y)^2 = 4x^2 - 12ax - 5a^2 + 4ay$

[redacted]

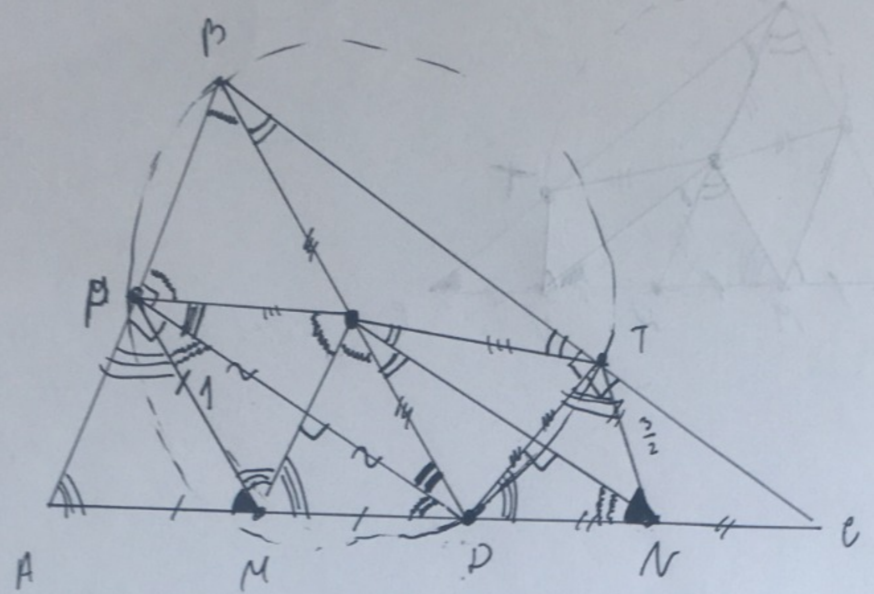
Задача 1



№1



211005927 (U345061 M1276608)



1) Проведём DP, DT

2) ∠1 = ∠2

3) ∠3 = ∠4 ∠5 = ∠6

4) DM, DN - ср. линии
∠4 = ∠7 ∠5 = ∠8

5) DPBT - впис => маленький вписанный

6) ∠6 = ∠9 ∠3 = ∠10 т.к. ср. линии ||

7) ∠P, ∠T = 90° т.к. на диаметре => малые углы 90°

8) APM ~ DNT => ∠A = ∠TDN
APD ~ MSD => ∠A = ∠SMD

9) => ∠SDM = ∠DNM => DN || PD => ∠8 = ∠20 =>
=> ∠7 + ∠20 = 90 => ∠B = 90°

211005927 (U345061 M1276608)

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ +140 \\ \hline 196 \end{array}$$

ОДЗ: $x \in [-3; 7]$

1) $x+3 \geq 0$

$x \geq -3$

2) $7-x \geq 0$

$x \leq 7$

3) $21+4x-x^2 \geq 0$

$x^2-4x-21 \leq 0$ $\quad x^2-4x-21=0$

$x=7 \quad x=-3$ $\quad D=16+84=100, \ \sqrt{D}=10$

$x_1 = \frac{4+10}{2} = 7 \quad x_2 = \frac{4-10}{2} = -3$

$-3 \quad 7$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$$

$$\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x} - \sqrt{7-x} = 4$$

$$\cancel{\sqrt{x+3}(1-\sqrt{7-x}) - \sqrt{7-x}(1+\sqrt{x+3})}$$

$$\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{x+3}\sqrt{7-x}\right) - \left(\sqrt{x+3}\sqrt{7-x} + \sqrt{7-x}\right) = 4$$

$$\sqrt{x+3}\left(1-\sqrt{7-x}\right) - \sqrt{7-x}\left(\sqrt{x+3}+1\right) = 4$$

$$\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x}\right)^2 = \left(2\sqrt{(x+3)(7-x)} - 4\right)^2$$

$$x+3-2\sqrt{(x+3)(7-x)} + 7-x = 4(x+3)(7-x) - 16\sqrt{(x+3)(7-x)} + 16$$

$$-2\sqrt{(x+3)(7-x)} = 4(x+3)(7-x) - 16\sqrt{(x+3)(7-x)} + 6$$

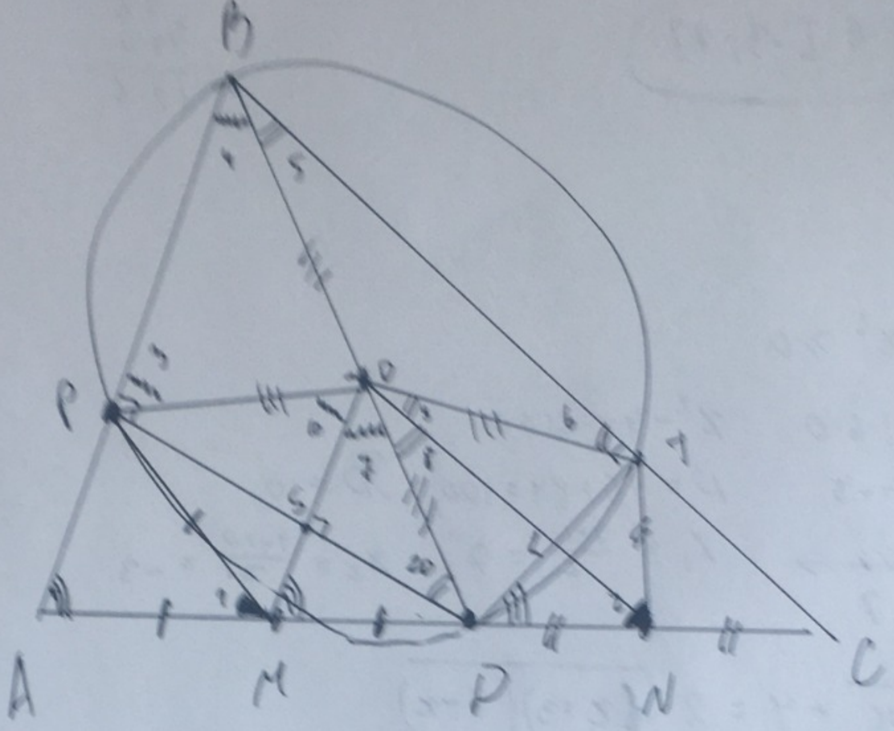
$$4(x+3)(7-x) - 14\sqrt{(x+3)(7-x)} + 6 = 0 \qquad \sqrt{(x+3)(7-x)} = t$$

$4t^2 - 14t + 6 = 0$

$D = 196 - 96 = 100, \ \sqrt{D} = 10$

$t_1 = \frac{14+10}{8} = 3 \qquad t_2 = \frac{14-10}{8} = \frac{1}{2}$

211005927 (U345061 M1276608)



211005927 (U345061 M1276608)

1) $\sqrt{(x+3)(7-x)} = 3$

$(x+3)(7-x) = 9$

$7x - x^2 + 21 - 3x - 9 = 0$

$-x^2 + 4x + 12 = 0$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$D = 16 + 48 = 64, \sqrt{D} = 8$

$x_1 = \frac{4+8}{2} = \boxed{6}$

$x_2 = \frac{4-8}{2} = \boxed{-2}$

Проверка:

$\sqrt{6+3} - \sqrt{7-6} + 4 = 2\sqrt{21+4\cdot6-36}$

$3 - 1 + 4 = 2\sqrt{9}$

$6 = 6$

$\sqrt{-2+3} - \sqrt{7+2} + 4 = 2\sqrt{21-4\cdot2-4}$

$1 - 3 + 4 = 2\sqrt{9}$

$2 \neq 6$

2) $\sqrt{(x+3)(7-x)} = \frac{1}{2}$

$7x - x^2 + 21 - 3x - \frac{1}{4} = 0$

$-x^2 + 4x + 20\frac{3}{4} = 0 \quad |\cdot(-4)$

$4x^2 + 16x + 83 = 0$

$D = 256 - 4\cdot4\cdot83 < 0$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 83 \\ \hline 48 \\ 128 \\ \hline 1328 \end{array}$$

211005927 (U345061 M1276608)

$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$ – т. A

$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0$ – парабола, вершина в т. B

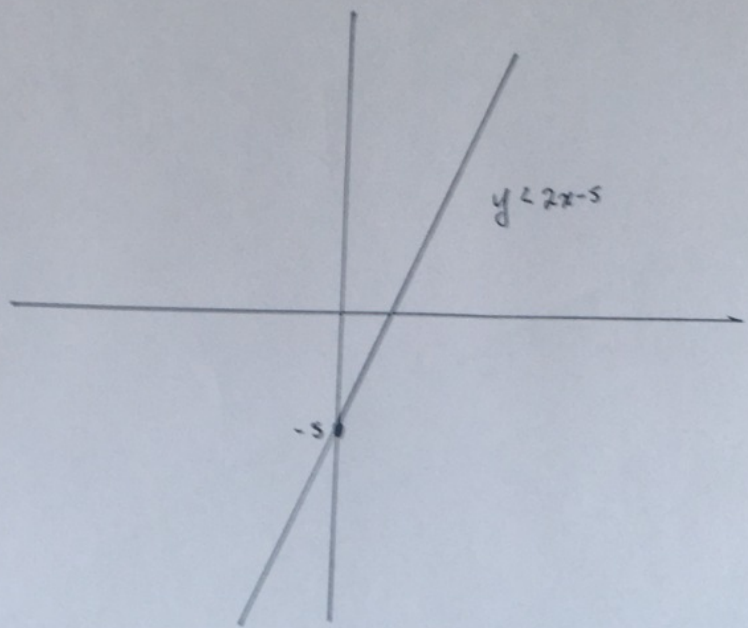
$y = 2x - 5$

$a = -1,5$

$x = \frac{3}{2}$

$y = -2$

$\cancel{-2a}\ \cancel{\frac{3}{2}}\ -5$



$ax^2 - 2a^2x + a^3 + 3 = ay$

$y = x^2 + 2ax + a^2 + \frac{3}{a}$

$x_0 = -\frac{b}{2k} = \frac{-2a}{2} = \boxed{-a}$

$y_0 = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{3}{a} = \boxed{\frac{3}{a}}$

При $a \in [-1,5; -1]$

точка B ниже прямой

Иначе она выше прямой

$x = -a$

$y = \frac{3}{a}$

$\frac{3}{a} < -2a - 5$

$\frac{3}{a} + 2a + 5 < 0$

$2a^2 + 5a + 3 < 0$

$D = 25 - 24 = 1$

$a_1 = \frac{-5+1}{4} = -1$

$a_2 = \frac{-5-1}{4} = -1,5$

$-1,5 \quad -1$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005927**

ID профиля: **345061**

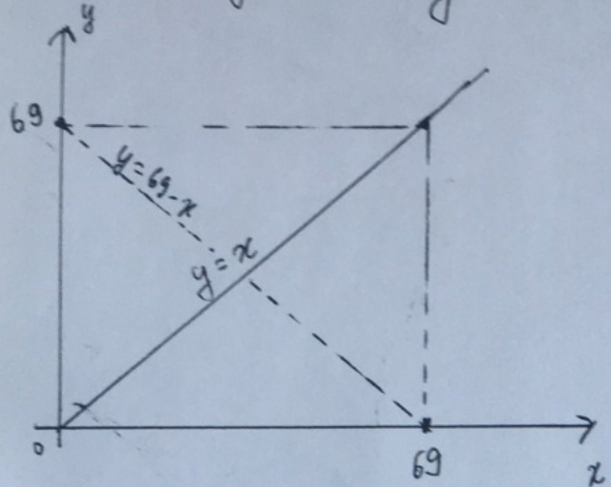
Вариант 10

Чистовик

3

Задача 5

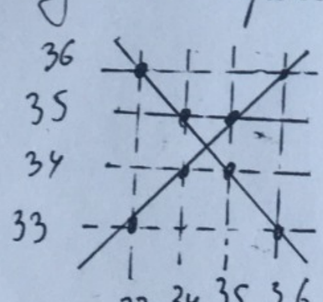
Назовём узел хорошим, если он лежит на одной из прямых $y=x$ или $y=69-x$



1) прямая $y=x$ проходит через точки $(0;0)$ и $(69;69)$, т.е. через 2 вершины квадрата, расположенные по диагонали $\Rightarrow$ $y=x$ является диагональю.

2) прямая $y=69-x$ проходит через точки $(0;69)$ и $(69;0)$, т.е. через другие 2 вершины квадрата, расположенные по диагонали $\Rightarrow$ $y=69-x$ является второй диагональю квадрата.

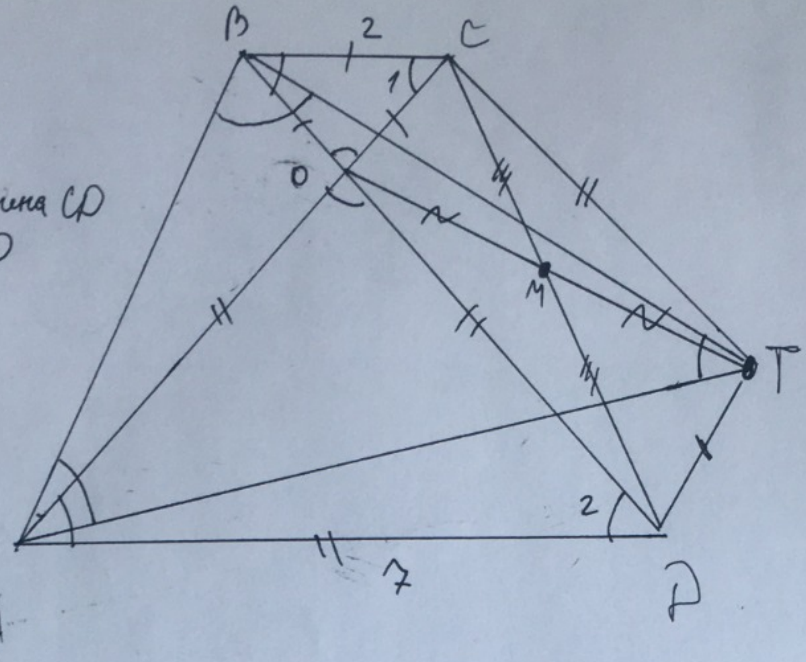
Рассмотрим точку их пересечения



Их точка пересечения находится не в узле клеток, общих узлов у прямых нет

Чистовик

⑥



Пусть M – середина CD
тогда CM = MD

а) Доказательство

1) CM = MD ; OM = MT (т.к. T симметрична т. O относительном)
Значит, OCTD – параллелограмм (его диагонали точкой пересечения делятся пополам)

2) ∠COD = 180° – ∠AOD
∠AOD = 60° (т.к △AOD – правильный)
∠COD = 180° – 60° = 120°

3) ∠CTD = ∠COD (т.к. OCTD – параллелограмм)
∠CTD = 120°

4) ∠CTD + ∠OAD = 120° + 60° = 180° => CADT – вписанный

5) ∠1 = ∠2 = 60° (т.к. △BOC и △AOD – правильные) =>
=> ABCD – вписанный

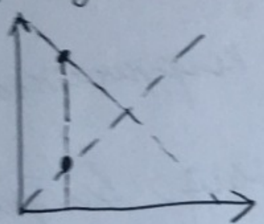
6) Т.к. A, B, C, D лежат на одной окружности, A, C, D, T лежат на одной окружности, а через 3 точки можно провести только 1 окружность, то точки A, B, C, D, T лежат на одной окружности

211005927 (U345061 M1276609)

Чистовик (5)

Всего пар, состоящих из 2-х хороших узлов, $\frac{136\cdot135}{2}$.

Однако для каждого из 136 узлов мы имеем 2 пары (по вертикали и по горизонтали), являющиеся неподходящими. Каждую такую пару мы считаем дважды, так что всего их 136



– пример неподходящей пары для 2-х хороших узлов

Значит, подходящих пар из 2-х хороших узлов

$$\frac{136\cdot135}{2} - 136 = \frac{136\cdot135-136\cdot2}{2} = 68\cdot133$$

Эти пары при подсчёте мы посчитали дважды. Вычтем их:

$$136\cdot(68\cdot68-135) - 68\cdot133 = 68\cdot(2\cdot68\cdot68-2\cdot135-133) =$$

$$= 68\cdot(9248-270-133) = 68\cdot8845 = 601\,460 \text{ способов}$$

Ответ: 601 460 способов

211005927 (U345061 M1276609)

Чистовик (4)

Таким образом на этих диагоналях расположены по 68 узлов (хороших) на каждой

Всего мы имеем 68+68 = 136 хороших узлов.

Назовём пару узлов подходящей, если хотя бы один из узлов в ней хороший, а оба узла не лежат ни на какой прямой, параллельной любой из координатных осей.

Чтобы выбрать подходящую пару, сначала надо выбрать 1 хороший узел. Это можно сделать 136 способами.

Когда мы выбрали хороший узел, мы больше не можем выбирать 67 узлов ~~по вертикали~~ на одной вертикали с ним и 67 узлов на одной горизонтали с ним, а так же его самого. Т.к. всего узлов 68·68, то второй узел для подходящей пары мы можем выбрать (68·68 − 67 − 67 − 1) способами, т.е. (68·68 − 135) способами.

Значит, два узла для пары мы можем выбрать (136 · (68·68 − 135)) способами.

Однако в такой ситуации мы посчитали дважды подходящие пары, состоящие из двух хороших узлов. Посчитаем кол-во этих пар.

211005927 (U345061 M1276609)

Чистовик

7

7) Из п. 6 => ABCTD - вписанный

8) Во вписанном ABCTD вписанные углы $\angle BTA$ и $\angle BDA$ опираются на одну хорду DA => $\angle BTA = \angle BDA$

$\angle BDA = 60°$ (т.к. $\triangle AOD$ - правильный)

$\angle BTA = 60°$

~~9) Во вписанном ABCTD вписанные~~

9) $CT = OD$ т.к. OCTD - параллелограмм

$AD = OD$ т.к. $\triangle AOD$ - правильный

Значит, $AD = CT$

10) Во вписанном ABCTD вписанные углы $\angle CBT$ и $\angle ABD$ опираются на равные хорды $CT = AD$ => $\angle CBT = \angle ABD$

$$\left.\begin{array}{l}\angle CBD = \angle DBT + \angle TBC \\ \angle ABT = \angle ABD + \angle DBT \\ \angle CBT = \angle ABD\end{array}\right\} \Rightarrow \angle CBD = \angle ABT$$

11) $\angle CBD = 60°$ (т.к. $\triangle BOC$ - правильный)

Значит, $\angle ABT = 60°$.

12) В $\triangle ABT$: $\angle BTA = 60°$ (из п. 8)

$\angle ABT = 60°$ (из п. 11)

$\angle BAT = 180° - \angle BTA - \angle ABT = 180° - 60° - 60° = 60°$

Все три угла в треугольнике равны по $60°$ => $\triangle ABT$ - правильный

$a^2 + 2ab + b^2 = 81 - 5ab$

$(a+b)^2 = 81 - 5ab$

211005927 (U345061 M1276609)

Чистовик Вариант 10 (1)

Задача 4

ОДЗ: $x^2+y^2 \neq 0$
$x^2 \geq 0$; $y^2 \geq 0$ всегда, значит, x^2+y^2 может быть равно 0 только при $x=0$ и $y=0$
Следовательно, ОДЗ: $\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10, \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81; \end{cases}$$

Пусть $x^2 = a$; $y^2 = b$

$$\begin{cases} \frac{6}{a+b} + ab = 10, \\ a^2+b^2+7ab = 81; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{6}{a+b} + ab = 10, \\ a^2+b^2+2ab = 81-5ab; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{6}{a+b} + ab = 10, \\ (a+b)^2 = 81-5ab; \end{cases}$$

Пусть $a+b = p$; $ab = q$

$$\begin{cases} \frac{6}{p} + q = 10 \quad (1) \\ p^2 = 81-5q \quad (2) \end{cases}$$

Из (1): $q = 10 - \frac{6}{p}$ (3)

Подставим (3) во (2):

$p^2 = 81 - 5(10 - \frac{6}{p})$

$p^2 = 81 - 50 + \frac{30}{p}$

$p^2 - 31 - \frac{30}{p} = 0 \mid \cdot p = a+b = x^2+y^2 \neq 0$

$p^3 - 31p - 30 = 0$

$y = p^3 - 31p - 30$ – ф-ция кубическая, она монотонно возрастает на всей ~~оси~~ ~~коор~~ области определения => корень только один. Заметим, что $p=-1$ – корень:

$(-1)^3 - 31\cdot(-1) - 30 = -1 + 31 - 30 = 0$. Этот корень единственен.

Значит, $p=-1$

$a+b=-1$

$x^2+y^2=-1$

Но сумма квадратов чисел не может быть отрицательной. Значит, решений у данной системы нет.

Ответ: $x \in \varnothing$.

№4

ОДЗ:

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$x^2 = a$ $\quad x \neq 0$

$y^2 = b$ $\quad y \neq 0$

$$\begin{cases} \frac{6}{a+b} + ab = 10 \\ a^2+b^2+7ab = 81 \end{cases}$$

1)

$$\begin{array}{r} 8845 \\ \times \quad 68 \\ \hline 70760 \\ + 53070 \\ \hline 601460 \end{array}$$

$6 + ab(a+b) = 10(a+b)$

$6 + a^2b + ab^2 - 10a - 10b = 0$

$ba^2 + (b^2-10)a + (6-10b) = 0$

$D = (b^2-10)^2 - 4b(6-10b) = b^4 - 20b^2 + 100 - 24b + 40b^2 =$

$= b^4 + 20b^2 - 24b + 100$

$a^2 + 2ab + b^2 = 81 - 5ab$

$(a+b)^2 = 81 - 5ab$

[redacted] =

$\frac{6}{a+b} + ab = 10$

$(a+b)^2 = 81 - 5ab$

$a+b = p$

$ab = q$

$$\begin{cases} \frac{6}{p} + q = 10 \\ p^2 = 81 - 5q \end{cases}$$

$a+b = -1$

$ab = 16$

$a(-1-a) = 16$

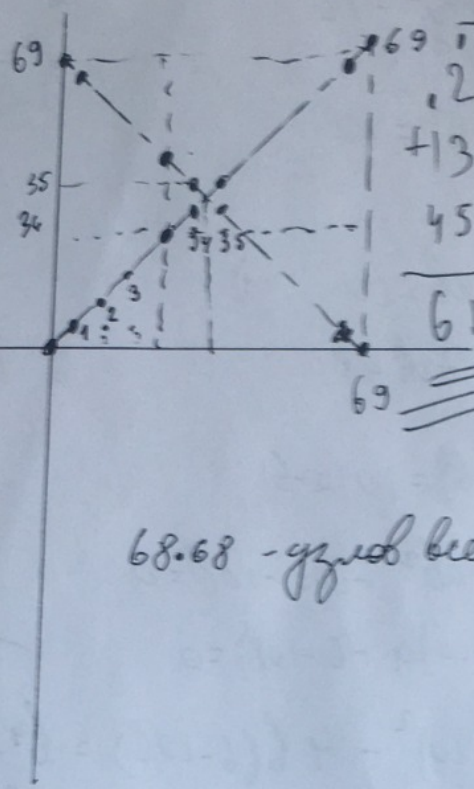
$-a - a^2 = 16$

$a^2 + a + 16 = 0$

$$68 \times 68 = 544 + 408 = 4624$$

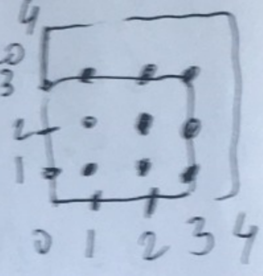
$$4624 - 135 = 4589$$

$$68 \times 68 = 544 + 408 = 4624$$



$$4522 \times 135 = 22610 + 13566 + 4522 = 610470$$

68·68 – узлов всего



□ · □

68+68 = 136 способов хороших узлов

каждый хороший узел запрещает 67+67 = 134 узла

$$135\cdot(68\cdot 68 - 134 - 1) = 135\cdot(68^2 - 135) =$$

$$= 135\cdot 4589 =$$

$$4589 \times 135 = 22945 + 13767 + 4589 = \cancel{619515}$$

619515 –

Два раза

$\frac{135\cdot 134}{2}$ пар

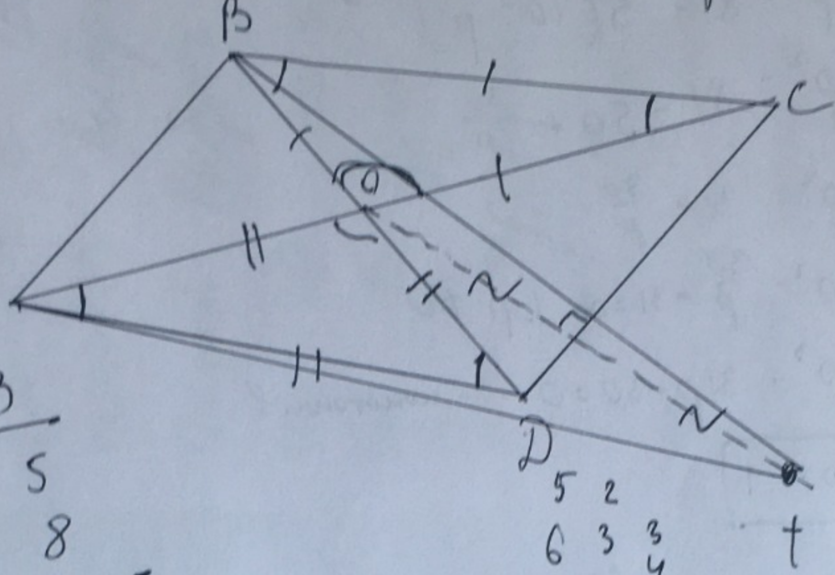
посчитаны 2 раза

$$135\cdot 4589 - 135\cdot 67 =$$

$$= \boxed{135\cdot 4522}$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times\ 68 \\ \hline 544 \\ +\ 408 \\ \hline 4624 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4624 \\ \times\ 2 \\ \hline 9248 \\ -\ 270 \\ \hline 8978 \\ -\ 133 \\ \hline 8845 \\ \times\ 68 \\ \hline 54760 \\ +\ 29070 \\ \hline 345460 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 8845 \\ \times\ 68 \\ \hline 70760 \\ +\ 53070 \\ \hline 601460 \end{array}$$

посчитанных

Всего пар: 136·(68·68−135)

1) $q = 10 - \frac{6}{p}$ $\qquad q = 10 - \frac{6}{-1} = 10 + 6 = 16$

2) $p^2 = 81 - 5q$

$p^2 = 81 - 5\left(10 - \frac{6}{p}\right)$

$p^2 = 81 - 50 + \frac{30}{p}$

$p^2 = 31 + \frac{30}{p}$

$p^2 - \frac{30}{p} - 31 = 0 \quad | \cdot p \neq 0$

$p^3 - 31p - 30 = 0$ – монотонна?

$\boxed{p = -1}$

$a + b = -1$ $\qquad b = -1 - a$

$ab = 16$

$a(-1-a) = 16$

$-a - a^2 - 16 = 0$

$a^2 + a + 16 = 0$

$D = 1 - 4 \cdot 16 \qquad D < 0.$

211005927 (U345061 M1276609)

136 способов выбрать хороший узел

68·68 всего узлов

хороший узел запрещает 67+68 = 135 (вместе с собой)

способов выбрать второй узел: 68·68 − 135

способов выбрать 2 узла $136\cdot(68\cdot 68-135)$.

так мы посчитали дважды все подходящие пары, где оба узла хорошие

всего пар хороших $\frac{136\cdot 135}{2}$

из них не подходит для каждого из 136 узлов по 2 пары, каждая пара посчитана дважды, значит, хороших неподходящих пар 136

подходящих пар $\frac{136\cdot 135}{2}-136=\frac{136\cdot 135-136\cdot 2}{2}=$

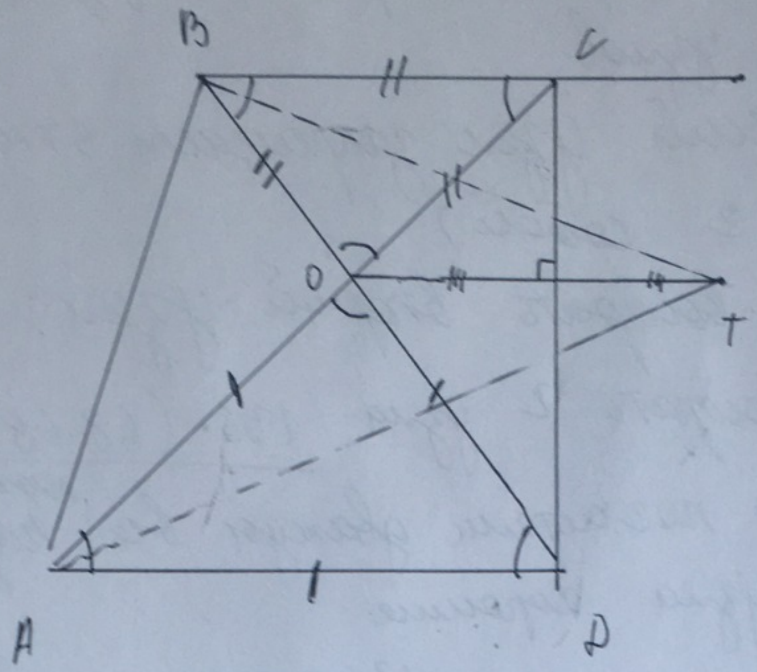
$=\frac{136\cdot 133}{2}=68\cdot 133$ (посчитаных дважды)

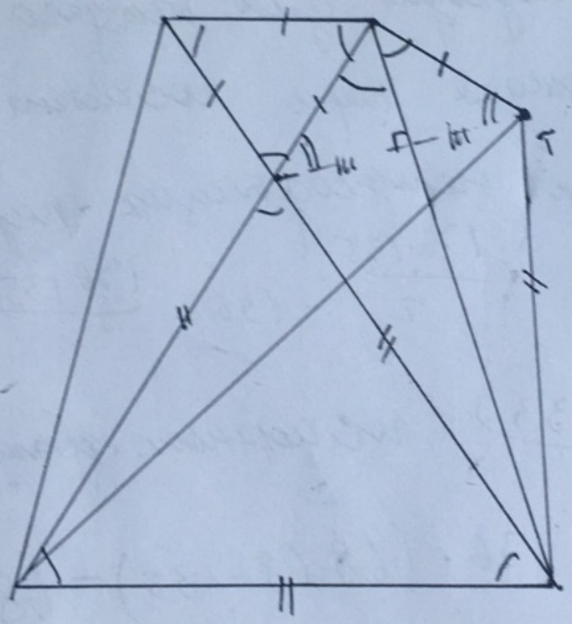
Всего пар: $136\cdot(68\cdot 68-135)-68\cdot 133=$

$=2\cdot 68\cdot 68\cdot 68-2\cdot 68\cdot 135-68\cdot 133=$

$=68(2\cdot 68\cdot 68-2\cdot 135-133)=68\cdot(9248-270-133)=$

$=68\cdot(9000-155)=68\cdot 8845=601460$!





211005927 (U345061 M1276609)