

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005250**

ID профиля: **252300**

Вариант 10

Zurück

(2) $\sqrt{x+3} = a; \sqrt{x} = b \quad x \geq -3; x \leq 7.$

$a - b + 4 = 2ab$

$a + 4 = 2ab + b = b(2a + 1)$

$a - 2ab = -4 = a(1 - 2b)$

~~$a = \frac{a+4}{2a+1}$~~

$a = \frac{b-4}{1-2b}$

$a^2 = \frac{b^2 - 8b + 16}{1 - 4b + 4b^2} = x + 3$

$b^2 - 8b + 16 = x - 4bx + 4b^2x + 3 - 12b + 12b^2$

$13 = x - 4b(x+1) + 4b^2x + 12b^2$

$4b(x+1) = 12b^2x + 4bx - 13$

$4b(x+1) = -4x^2 + 10x + 8$

$2b(x+1) = -2x^2 + 5x + 4$

$4(7-x)(x^2+2x+1) = 4x^3 - 38x^2 - 47x + 57 + 10x + 1024$

задача

3) Дана пара прямых $ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0$ и B .

$$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0 \Rightarrow ax^2 - 2a^2x + a^3 + 3 = y$$

Заметим, что при $a=0$ получим уравнение $(0 \cdot x^2 - 2 \cdot 0^2x - 0 \cdot y + 0^3 + 3 = 3 \neq 0)$
~~... ..~~ прямых $ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0$ и B .

$$\frac{a \cdot (2x) - 2a^2(1)}{a} = 0 \Rightarrow 2ax - 2a^2 = 0 \Rightarrow x = a$$

Прямая $ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0$ и B .

$$y = \frac{a \cdot (a^2) - 2a^2 \cdot (a) + a^3 + 3}{a} = \frac{a^3 - 2a^3 + a^3 + 3}{a} = \frac{3}{a}$$

$$B\left(a; \frac{3}{a}\right)$$

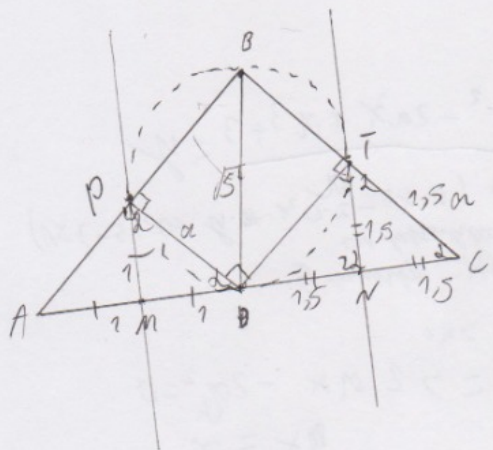
Дана пара прямых $2x - y = 5$ и B .

$y = 2x - 5$. Если $\frac{3}{a} > 2a - 5$, то B принадлежит прямой $2x - y = 5$,
 а если $\frac{3}{a} < 2a - 5$, то нет. $2a^2 - 5a - 3 = 0 = (a - 3) \cdot (2a + 1)$
 Значит если $a \in (-0,5; 3)$, то $\frac{3}{a} > 2a - 5$, а если $a \in (-\infty; -0,5) \cup (3; +\infty)$, то

$$\frac{3}{a} < 2a - 5$$

Задача

1



Дано: $\triangle ABC$; $D \in AC$; BD - диаметр ω
 AB и BC касаются ω в P и T . ($P \in AB$; $T \in BC$)
 $M \in AD$, $AM = MD$; $N \in CD$, $CN = ND$.
 $PM \parallel TN$.
 а) $\angle ABC = ?$
 б) $MP = 1$, $NT = \frac{3}{2}$; $BD = \sqrt{5}$;
 $S_{ABC} = ?$

Решение:

а) $\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$ (так как BD - диаметр ω , а BP и BT касаются ω)
 Значит $\angle APD = \angle DTC = 90^\circ \Rightarrow PM = AM = MD$ (PM - медиана $\triangle APD$ и $\triangle PDM$),
 $TN = DN = NC$ (аналогично).
 Тогда $\angle PDM = \angle PDM = \angle MPD$ ($MP = MD$) $\Rightarrow \angle PMD = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \angle DPT = 2\alpha$ (в $\triangle PDM$).
 $\angle TDN = \angle DTN = \frac{180^\circ - 2\beta}{2}$ ($TN = DN$) $\Rightarrow \angle TDN = 90^\circ - \beta \Rightarrow \angle PDT = 90^\circ$
 ($\angle PDM = 2\alpha$; $\angle TDN = 90^\circ - \beta$) $\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$ ($\angle BPD = \angle PDT = \angle DTB = 90^\circ$)
 б) Тогда $PD = \alpha \Rightarrow AP = \sqrt{4 - \alpha^2}$.
 $\angle TNC = 180^\circ - 2\beta \Rightarrow \angle NTC = \angle TCN = \beta \Rightarrow \triangle PDM \sim \triangle NTC$ $\Rightarrow \frac{NC}{ND} = \frac{NT}{MP} = 1,5$.
 $TC = 1,5 PD = 1,5\alpha \Rightarrow DT = \sqrt{9 - \frac{9}{4}\alpha^2}$
 $BD^2 = 5 = PD^2 + DT^2 = \alpha^2 + 9 - \frac{9}{4}\alpha^2 = 9 - \frac{5}{4}\alpha^2 \Rightarrow \frac{5}{4}\alpha^2 = 4 \Rightarrow \alpha = \frac{4}{\sqrt{5}}$
 $AC = 2MP + 2NT = 5$. $BC = BT + TC = PD + TC$ ($BTDP$ - прямоугольник $PD = BT$)
 $BC = 2,5\alpha = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} = \sqrt{20}$
 $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 25 - 20 = 5 \Rightarrow AB^2 = \sqrt{5}$
 $S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2} = \frac{10}{2} = 5$.

Итого: а) $\angle ABC = 90^\circ$; б) $S_{ABC} = 5$.

Bruger

$y = 2a - 5$

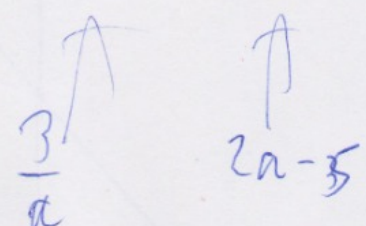
$x = a$

$\frac{3}{a}$

$\frac{3}{a} > 2a - 5$
 \downarrow $\textcircled{70}$

$3 > 2a^2 - 5a$

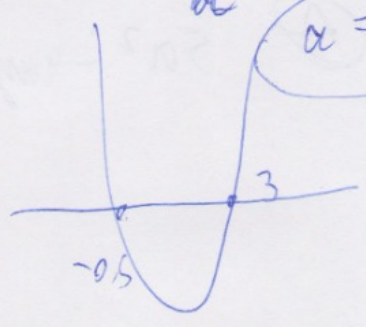
$0 > 2a^2 - 5a - 3$



$a < 0$
 $0 < 2a^2 - 5a - 1$

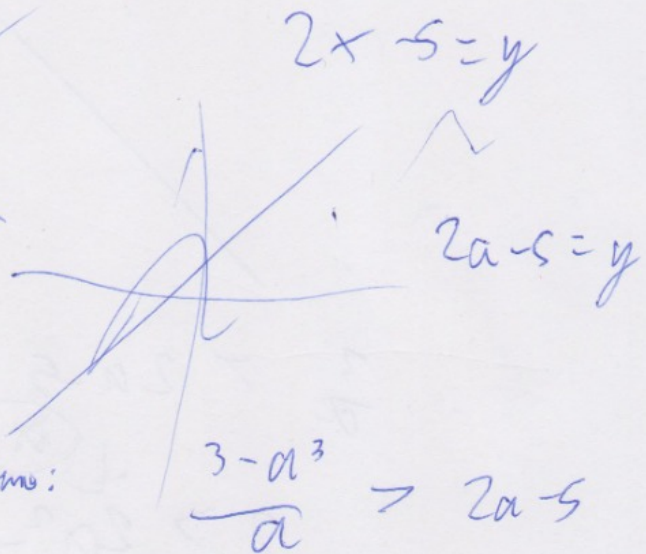
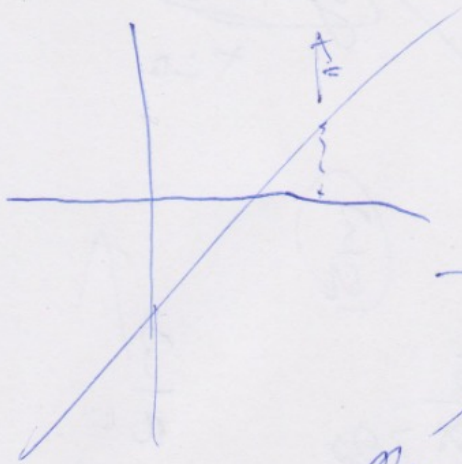
$5 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 2 \cdot 3}$
 $\frac{5 \pm \sqrt{49}}{4}$
 $\frac{5 \pm 7}{4}$
 $\frac{12}{4} = 3$
 $\frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$\textcircled{3}$
 $a = 3$
 $a = -0.5$



$$B(a; \frac{3-a^3}{a})$$

7 repr



B(a; ...)

$$\frac{3-a^3}{a} > 2a-5$$

$$3-a^3 > 2a^2-5a$$

$$-Ba^3 - 2a^2 + 5a + 3 > 0$$

$$-a^3 - 2a^2 + 5a + 3 < 0$$

$$8 - 8 + 16 + 3 < 0$$

Alme

$$3a^2 - 4a + 5 = 0$$

$\Delta = 16 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = -32 < 0$
 $\Delta < 0$

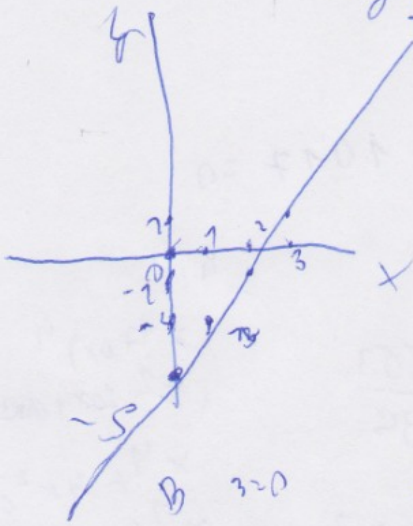
(A)

$$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$$

norm A

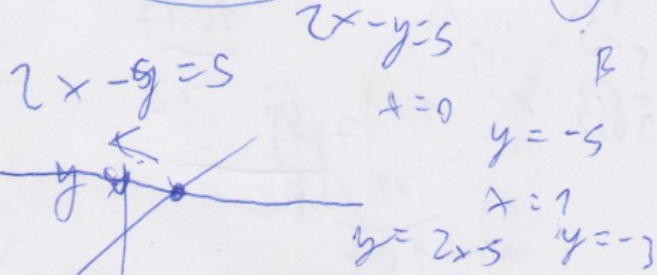
$$5a^2 - 4ay - 4xy + 12ax = 0$$

begin



$$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0$$

$$y = 2x - 5$$



$$2x - y = 5$$

$$x = 0$$

$$y = -5$$

$$x = 1$$

$$y = 2x - 5 \quad y = -3$$

(B)

$$ax^2 - 2a^2x - ay + 3 = 0$$

$$5a^2 + 8x^2 + 12ax = 4ay + 4xy - y^2$$

$$2x - y = 5$$

$$a = 0$$

2ax - 2a^2

$$y = \frac{ax^2 - 2a^2x + 3}{a}$$

2x

$$+ 8x^2 - 4xy + y^2 = 0$$

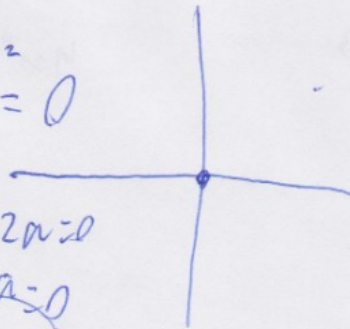
(A)

$$\frac{2ax - 2a^2}{a} = 0$$

$$2x - 2a = 0$$

$$x - a = 0$$

$$\frac{3 - a^3}{a}$$



$$B \left(a; \frac{3 - a^3}{a} \right)$$

$$a + a^2$$

$$a^3 + 2a^2 + a -$$

$$a^3 + 2a^2 + a^2 -$$

$$2a^3 + 2a^2 + 3$$

$$\frac{3 - a^3 + a^2}{a}$$

$$4x^4 - 30x^3 - 47x^2 + 570x + 1017 =$$

Sum

$$= -x^2 + 5x^2 + 13x + 47$$

$$4x^4 - 35x^3 - 52x^2 + 563x + 1017 = 0$$

Handwritten calculations including long division of 1017 by 35 and 52, and other arithmetic steps.

Handwritten notes and calculations including the expression $(x^2 + 2x + 13)^2$, $x^4 + 4x^2 + 13x$, and a graph of a parabola $x^2 + 2x + 13$ with roots $x = -1 \pm 2i$.

Handwritten calculations including $503 \div 18$ and other numerical work.

$$16x^2 - 105x^2 - 104x + 563 = 0$$

$$4x^4 - 35x^3 - 52x^2 + 563x + 1017 = 0$$

$$4x^4 - 52x^2 - 35x^3 + 455x = -1017 - 108x$$

$$4x^2(x^2 - 13) - 35x(x^2 + 13)$$

$$x(4x - 35)(x^2 + 13) = (108x + 1017)$$

$$4x^4 - 36x^3$$

4x

$$\begin{array}{r} -2x^2 + 9x + 32 \quad | \quad x+1 \\ -2x^2 - 2x \\ \hline 11x + 32 \end{array}$$

$$\frac{b^2 - 8b + 16}{1 \cdot 7b + 4b^2} = a^2 = x+3$$

$$b = 7x$$

$$b^2 = 7 - x$$

x 1 us
7
7d u 1 7

$$b^2 + 8b + 16 = x - 4b + 4b^2 + 3 - 12b + 12b^2$$

$$13 = x - 4b(x+1) + 4b^2x + 11b^2$$

$$\begin{array}{r} 727x \\ - 976 \\ \hline 145 \end{array}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x - x}$$

$$4b(x+1) = 11b^2 + 4b^2x + x - 13$$

$$4b(x+1) = 77 - 11x + 28x - 4x^2 + x - 13$$

$$77 - 13 = 64$$

$$\frac{7x^2 + 14x + 7}{x^3 - 2x^2 = x}$$

$$4b(x+1) = -4x^2 + 18x + 64$$

$$\frac{-128}{91}$$

$$-x^3 + 5x^2 + 13x + 7$$

$$2b(x+1) = -2x^2 + 9x + 32$$

$$\frac{47}{47}$$

$$-x^3 + 5x^2 + 13x + 7$$

$$4(7-x)(x^2 + 2x + 1) = 4x^4 - 18x^3 + 64x^2 + 18x^3 + 81x^2 + 288x + 32$$

$$x = 81 + 4 \cdot 32 \cdot 2$$

$$4x^4 - 36x^3 - 47x^2 + 576x + 1024$$

$$4x^4 - 28x^3$$

$$-8x^3 - 47x^2 + 576x + 1024$$

$$-8x^3 + 50x^2$$

$$-103x^2 + 576x + 1024$$

$$-703x^2 + 721x$$

$$4x^3 - 8x^2$$

$$-103x$$

$$-145$$

$$4x^4 + 81x^2 + 1024$$

$$-36x^3 - 128x^2 + 576x$$

$$4x^4 - 36x^3 - 47x^2 + 576x + 1024$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$$

$$a^2 = x+3$$

$$b^2 = 7-x$$

$$a^2 + b^2 = 10$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$a - b + 2ab = -4$$

~~or substitute~~

$$ab = \sqrt{x+3}\sqrt{7-x}$$

$$2ab = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$$

$$a^2 - b^2 = 2x - 4$$

$$a + 4 = 2ab + b$$

$$a - b + 4 + a^2 + b^2 = (a+b)^2$$

$$14(a-b) = (a+b)^2$$

$$b = \frac{a+4}{2a+1}$$

$$b^2 - a^2 = 4 - 2x$$

$$\sqrt{7-x} = \frac{\sqrt{x+3} + 4}{2\sqrt{x+3} + 1}$$

$$4 = \frac{b^2 - a^2 - 2x}{(2a+1)(a-4)} = \frac{x-13}{(2a+1)(a-4)}$$

$$a - b + b^2 - a^2 - 2x = 2ab$$

$$x^2 - 26x + 160$$

$$(a-b)(b-a)(b+a) - 2x = 2ab$$

$$(b-a)(b+a-1) - 2x = 2ab$$

$$a-b)(a+b)$$

$$\frac{b-4}{1-2b} = a = \sqrt{x+3}$$

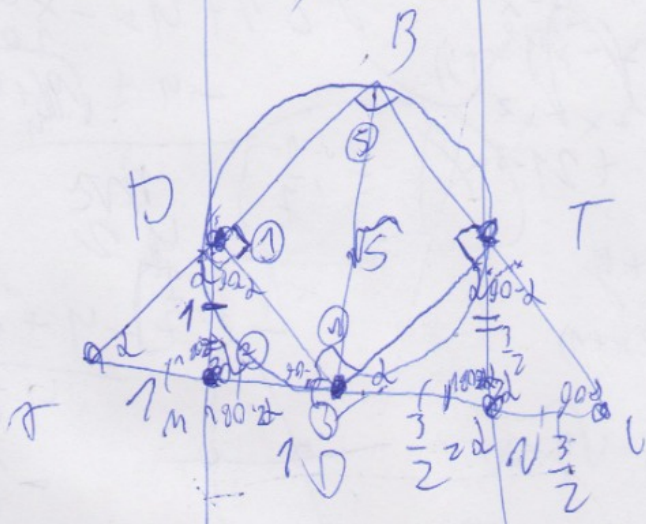
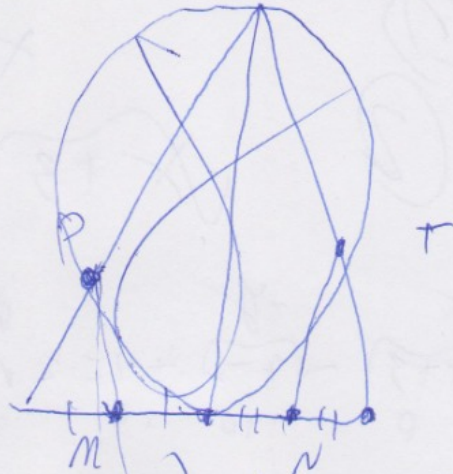
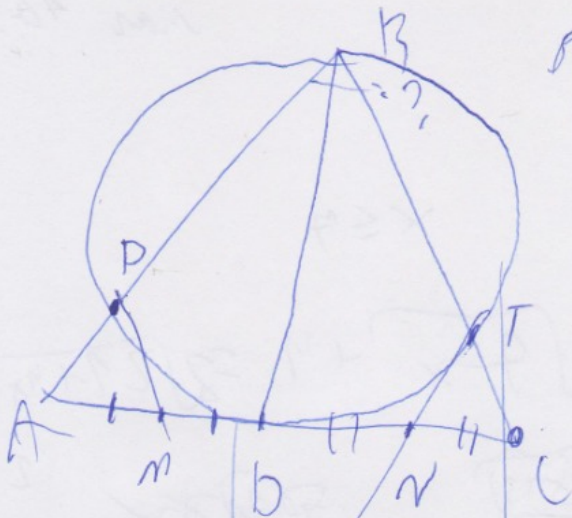
$$a - b + 4 = 2ab$$

$$b^2 - 2b + 16 = a^2 = b - 4 = \frac{b - a + 4}{a - 2ab}$$

$$1 - 4b + 4b^2 = a(1 - 2b)$$

8 D-gamma

2 D-gamma



1) $\angle ABC = 90^\circ$

$PM \parallel TN$

2) 5

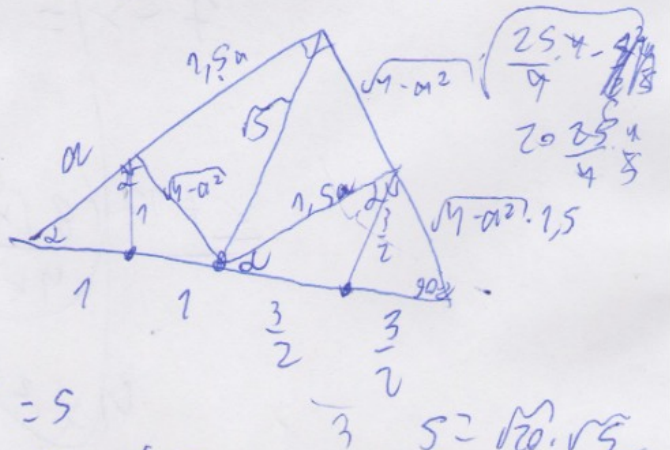
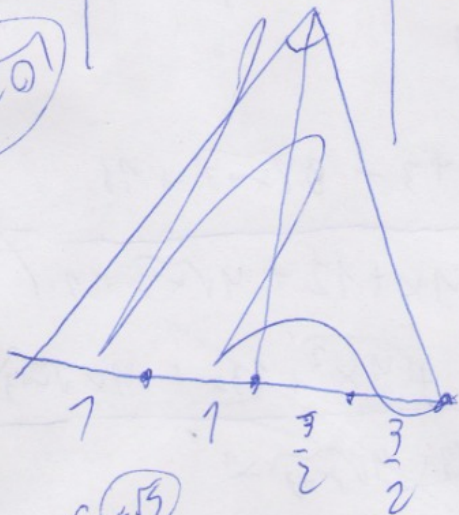
$MP = 1$

$NT = \frac{3}{2}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot \sqrt{5}$

$2\sqrt{4-a^2} \cdot 2,5 \sqrt{4-\frac{4}{5}}$

$25 - 5 = \sqrt{20}$



$2,5a$
 $2,5 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$

$$\frac{9}{4}a^2 + 4 - a^2 = 5$$

$$\sqrt{20} \cdot 4 + \frac{5a^2}{4} = 5 \quad \angle AC = 5$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}a^2 = \frac{4}{5} = 1 \quad a = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{100}}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

Reynolds

①
②

$x \geq -3$ $x \leq 7$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

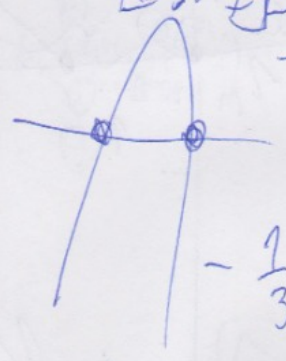
$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(7-x)(x+3)}$
 $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$
 $x - y + 4 = 2xy + 21 - x^2$

21
 $2\sqrt{21+4x-x^2} = 0$
 $-9 \pm \sqrt{81+4 \cdot 21}$
 $-9 \pm \sqrt{81+84}$
 $-9 \pm \sqrt{165}$

$x + 4 = 2xy + y$
 $y(2x+1)$

$y = \frac{x+4}{2x+1} = \sqrt{7-x}$
 $= \frac{\sqrt{x+3} + 4}{2\sqrt{x+3} + 1}$

$\left[\begin{matrix} -1 & 1 \\ 3 & 7 \end{matrix} \right]$



$x = \left[\begin{matrix} -1 & 1 \\ 3 & 7 \end{matrix} \right]$
 $-9 \pm 10 = \frac{-9 \pm 10}{42}$
 $-\frac{1}{42}$
 $\frac{1}{42}$

$7-x = \frac{x+3 + 8\sqrt{x+3} + 16}{4x+12 + 4\sqrt{x+3} + 1}$
 $\frac{x+7 + 8\sqrt{x+3} + 4x^2 + 13x + 4x\sqrt{x+3}}{4x^2 + 13x + 4\sqrt{x+3} + 1} = 0$
 $4x^2 + 13x + 4\sqrt{x+3} + 1 = 0$
 $4x^2 - 24x + 12 = 0$

Original 1/11

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005250**

ID профиля: **252300**

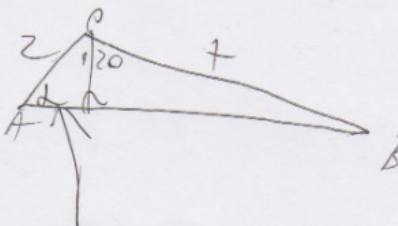
Вариант 10

Trinmbm

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{\sqrt{3} \cdot AB^2}{4}}{2S_{ABO} + \frac{\sqrt{3} \cdot BC^2}{4} + \frac{\sqrt{3} \cdot AD^2}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} AB^2}{2S_{ABO} + \sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4}}$$

$S_{ABO} = S_{OCD}$
 $\Delta ABO = \Delta COD$
 no plogun onpura
 in ymmy

Tennayman ΔABO :



$$AB^2 = 49 + 4 - 2 \cos 120^\circ \cdot 2 \cdot 7$$

$$AB^2 = 49 + 4 + 28 = 81$$

$$49 = 4 + 67 - 2 \cos d \cdot 2 \cdot \sqrt{67}$$

$$\cos d = \frac{22}{4\sqrt{67}}$$

$$S_{ABO} = \frac{\sin d \cdot 2 \cdot \sqrt{67}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{22}{4\sqrt{67}}\right)^2} \cdot 2 \cdot \sqrt{67}}{2}$$

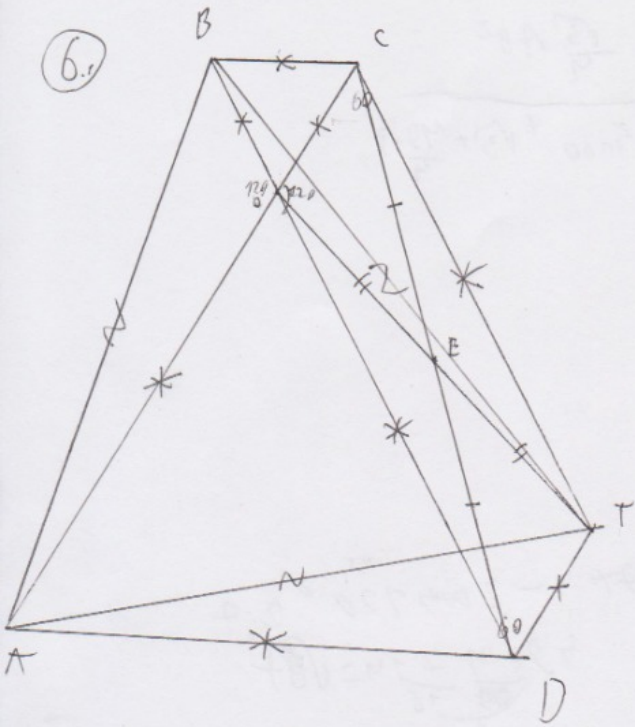
$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 81}{2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{22}{4\sqrt{67}}\right)^2} \cdot \sqrt{67} + \sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4}}$$

Answer:

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 81}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{22}{4\sqrt{67}}\right)^2} \cdot \sqrt{67} + \sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4}}$$

Задача

6.1



Дано:

ABCD ромб.

O - пересечение AC и BD

$\triangle BOE$ и $\triangle AOD$ равнобедренные.

T симметричен O относительно стороны CD.

a) $\triangle ABT$ - равнобедренный (!)

b) $BC=2$; $AD=7x$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = ?$$

Решение:

a) Точка E - середина CD. $CE=ED \Rightarrow OE=ET$ и O, E, T лежат на одной прямой, $\triangle BOE$ и $\triangle AOD$ равнобедренные.

$BC=OC=BO$ ($\triangle BCO$ равнобедренный); $AO=OD=AD$ ($\triangle AOD$ равнобедренный).

$\triangle CEO = \triangle ETD$ по двум сторонам и углу между ними.

$DT=OC=BC=BO$

$\triangle CTE = \triangle OED$ равнобедренные. $\Rightarrow CT=OD=AD=AO$.

$\angle CBO = \angle COB = \angle BCO = \angle AOD = \angle ODA = \angle DAO = 60^\circ \Rightarrow \angle BOA = \angle COD = 120^\circ$

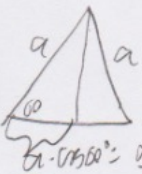
$\triangle CAD = \triangle CTD$ по двум сторонам и углу между ними $\Rightarrow \angle CTD = \angle CAD = 72^\circ$

$\triangle OTD = \triangle OCT$ равнобедренные $\Rightarrow \angle ODT + \angle OTD + \angle TCO + \angle CTO = 2\angle ODT + 2\angle OCT = 360^\circ = 240^\circ + 2\angle OCT \Rightarrow \angle ODT = \angle OCT = 60^\circ$

Тогда $\triangle BOA = \triangle BCT = \triangle TDA$ по двум сторонам и углу между ними $\Rightarrow AB=BT=AT \Rightarrow \triangle ABT$ равнобедренный, $\angle T=60^\circ$.

b) Треугольник равнобедренный и равнобедренный $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$, где a - сторона треугольника:

$$h = \sin 60^\circ \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{2} a; S_{\triangle} = \frac{a \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2}}{2} \cdot 2 = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$



Зачёт

5) Координаты узлов сетки вписаны в квадрат с центром в $(1, 0)$ и $(0, 1)$. Запомним, что $y=x$ и $y=69-x$ являются уравнениями границами нашего квадрата. Далее будем рассуждать так же, как и в задаче 4. Запомним, что эти уравнения в квадрате 68×68 (то есть от узла сетки, а не координаты центра в $(1, 0)$ и $(0, 1)$), где отрезки $y=x$ и $y=69-x$ так же являются границами нашего квадрата.

На каждую сторону откладываем $68 \cdot 2$ (то есть не считая на отрезке, откладываем от 0 и 68), но затем y не 68 и 0 , поэтому $68 \cdot 2 - 3$ (то есть $136 - 3 = 133$). Запомним, что $68 \cdot 2 - 3$ — это количество точек на отрезке $y=x$ и $y=69-x$ в квадрате 68×68 .

$$68 \cdot 2 \cdot (68 \cdot 2 - 3) = \frac{136 \cdot 133}{2} = 68 \cdot 133$$

$68 \cdot 2$ — количество точек на отрезке $y=x$ и $y=69-x$.
 $(68 \cdot 2 - 3)$ — количество точек на отрезке $y=x$ и $y=69-x$ в квадрате 68×68 .
 $\frac{136 \cdot 133}{2}$ — количество точек на отрезке $y=x$ и $y=69-x$ в квадрате 68×68 .
 $68 \cdot 133$ — количество точек на отрезке $y=x$ и $y=69-x$ в квадрате 68×68 .

Квадрат с центром в $(1, 0)$ и $(0, 1)$ вписан в квадрат 68×68 . Запомним, что $68 \cdot 2 - 1$ — это количество точек на отрезке $y=x$ и $y=69-x$ в квадрате 68×68 .

$$68 \cdot 2 \cdot (68 \cdot 68 - (68 \cdot 2 - 1) - (68 \cdot 2 - 3)) = 136 \cdot (67^2 - 136 + 3) = 136 \cdot (67^2 - 133) = 68 \cdot 2 \cdot (67^2 - 133)$$

$68 \cdot 2$ — количество точек на отрезке $y=x$ и $y=69-x$.
 $(68 \cdot 68 - (68 \cdot 2 - 1) - (68 \cdot 2 - 3))$ — количество точек в квадрате 68×68 .
 $136 \cdot (67^2 - 133)$ — количество точек на отрезке $y=x$ и $y=69-x$ в квадрате 68×68 .
 $68 \cdot 2 \cdot (67^2 - 133)$ — количество точек на отрезке $y=x$ и $y=69-x$ в квадрате 68×68 .

Итого количество точек:

$$68 \cdot 133 + 68 \cdot 2 \cdot (67^2 - 133) = 68(133 + 2(67^2 - 133)) = 68(2 \cdot 67^2 - 133) = 601400$$

Сколько точек?

Умножения

④ $\frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \Rightarrow 5x^2y^2 = 50 - \frac{30}{x^2+y^2}$

$81 = x^4 + y^4 + 7x^2y^2 = (x^2+y^2)^2 + 5x^2y^2 =$
 $= (x^2+y^2)^2 + 50 - \frac{30}{x^2+y^2} \Rightarrow (x^2+y^2)^2 - \frac{30}{x^2+y^2} = 31$

Положим $a = x^2+y^2$, ($a \neq 0$ ($\frac{6}{x^2+y^2}$)). $x^2+y^2 > 0 \Rightarrow a > 0$.

$a^2 - \frac{30}{a} = 31 \Rightarrow a^3 - 30 = 31a \Rightarrow a^3 - 31a = 30$

Заметим, что $a=6$ решение: $6 \cdot 36 - 6 \cdot 31 = 6 \cdot 5 = 30$.

Найдем другие корни. Положим тогда $a = 6 + \Delta a$, где $\Delta a \neq 0$.

$6^3 + 3 \cdot 6^2 \Delta a + 3 \cdot 6 \cdot \Delta a^2 + \Delta a^3 - 31(6 + \Delta a) = 30$
 $36 \cdot 3 \Delta a + 18 \Delta a^2 + \Delta a^3 - 31 \Delta a = 0$

Туда как $\Delta a \neq 0$
 $108 + 18 \Delta a + \Delta a^2 - 31 = 0$
 $\Delta a^2 + 18 \Delta a + 77 = 0$

$\Delta a = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 77}}{2} = \frac{-18 \pm \sqrt{90}}{2} = -9 \pm 2$

$\Delta a_1 = -11$; $\Delta a_2 = -7$.
 $a_1 = 6 - 11 = -5 < 0$; $a_2 = 6 - 7 = -1 < 0$.

Мы нашли 3 корня, а их максимум 3 (теорема Виета), значит найдем все, среди которых только один положительный.

$x^2+y^2 = a = 6 \Rightarrow x^2 = 6 - y^2$
 $\frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 = \frac{6}{6} + y^2(6 - y^2) = 10$

Положим $y^2 = t$ ($y^2 > 0 \Rightarrow t > 0$).
 $t(6 - t) = 9 \Rightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 = (t-3)^2 \Rightarrow t = 3 = y^2$

211005250 (U252300 MB273940) $x = \pm \sqrt{3}$, $y_1 = \sqrt{3}$, $x_1 = \sqrt{3}$, $y_2 = \sqrt{3}$, $x_2 = -\sqrt{3}$, $y_3 = -\sqrt{3}$, $x_3 = \sqrt{3}$, $y_4 = -\sqrt{3}$, $x_4 = -\sqrt{3}$.
 Ответ: $y_1, x_1 = \sqrt{3}$; $y_2, x_2 = -\sqrt{3}$; $y_3 = -\sqrt{3}$, $x_3 = \sqrt{3}$; $y_4, x_4 = -\sqrt{3}$.
 Проверим 1 и 4

0.3

4, 11

68 · 133

3, 15 68 (2.67² - 2.11)

7.2
99
+ 24

63 + 2

29 + 4 + 18
+
~~2.7~~ 2.7

19

130 · (07² - 133)

49
+ 18

17
+ 50

67

68 (2.67² - 133)

4480

8970
- 133

8837
x 68

58000
70780

53070

601460

47
x 67

469
492

4484

4469
133

4356

237
x 356

111
26136
13068
4356

59244
+ 9044

601460

8
x 6

48
24

288

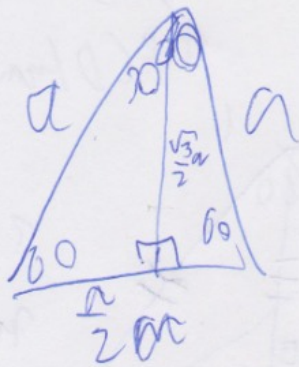
2
x 68

133

204
204

9044

601460



$$\sqrt{8.5 \cdot 0.5 + 1.5 \cdot 0.5} = \sqrt{5.5} = \sqrt{11} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{17}{2} = 8.5$$

$$\frac{17 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 13}{20} = \frac{51 \cdot 13}{4}$$

$$\frac{\sqrt{3} a^2}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} a^2}{4}$$

$$S_{ABCD} = \frac{4 \sqrt{51 \cdot 13}}{2} + \sqrt{3} + \frac{49 \sqrt{3}}{4}$$



$$S_{\text{total}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 64}{4} = 16\sqrt{3}$$

$$\frac{36 \cdot 9 + 324 - 300}{300} = \frac{36 \cdot 9 + 324 - 300}{300} = \frac{324}{300} = \frac{27}{25}$$

$$16\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4}$$

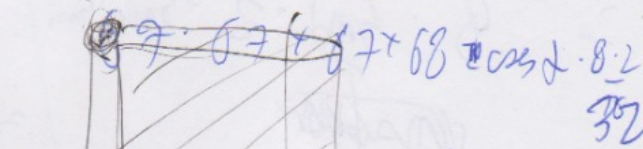
$$\frac{\sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4} + \sqrt{51 \cdot 13}}{4}$$

$$\frac{16 \cdot 2 \cdot 16 \sqrt{3}}{13 \cdot \frac{1}{4} \sqrt{3} \cdot \sqrt{51 \cdot 13}} = \frac{512 \sqrt{3}}{13 \sqrt{3} \sqrt{51 \cdot 13}} = \frac{512}{13 \sqrt{51 \cdot 13}}$$

$$\frac{53}{4} + \sqrt{\frac{51 \cdot 13}{13}}$$

$$64$$

$$\frac{53 + \sqrt{51 \cdot 13 \cdot 16}}{3}$$

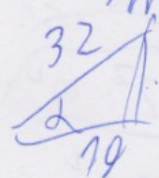


$$h = \text{side} \cdot 2 = 32$$

$$h = \frac{\sqrt{32^2 - 19^2}}{16}$$

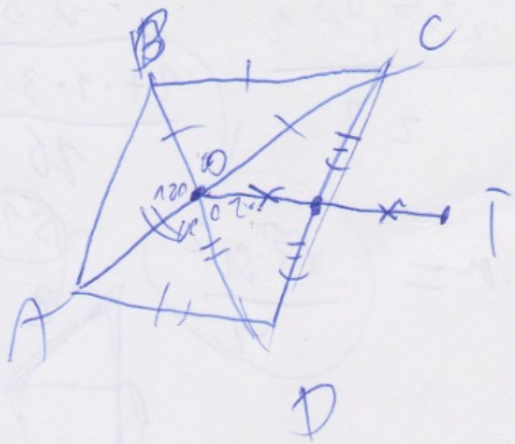
$$\text{side} = \frac{19}{30}$$

$$\text{side} = \frac{\sqrt{32^2 - 19^2}}{32}$$

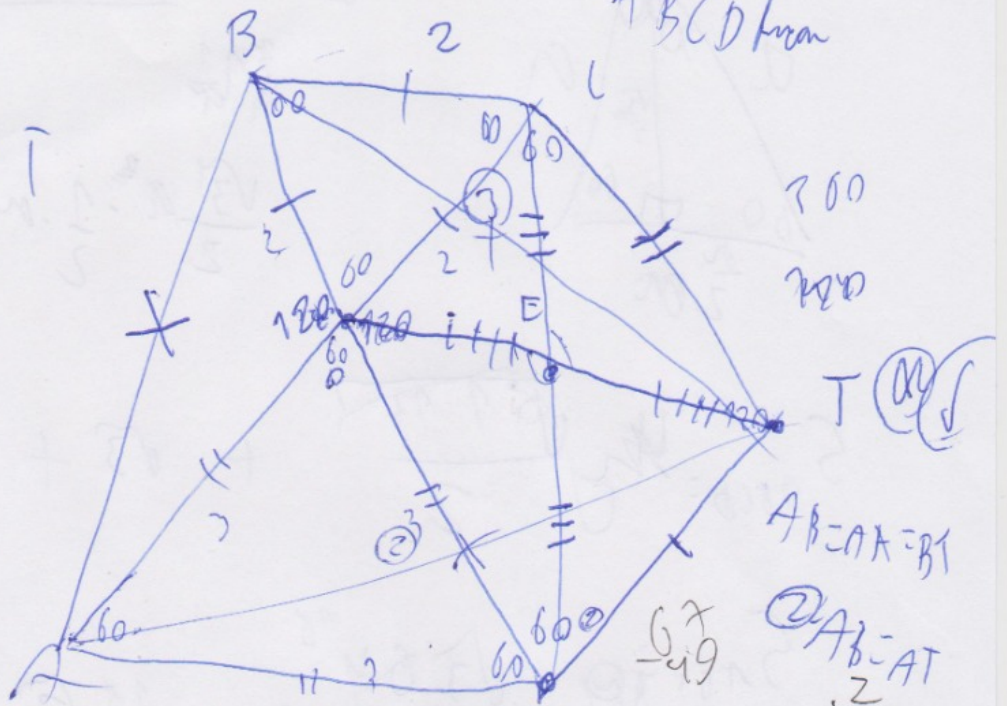


$$g \cdot h = \frac{\sqrt{32^2 - 19^2}}{2}$$

$$\frac{(32-19)(32+19)}{13 \cdot 51} = \frac{\sqrt{51 \cdot 13}}{2}$$



$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$$



rep S
ABCD from

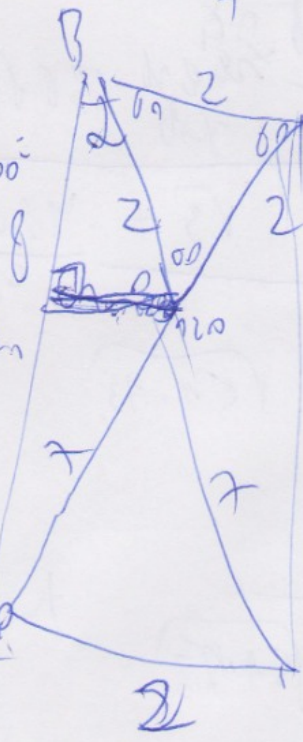
AB=AC=BT
② AB=AT

300
200
100
18

1) $S_{ABCD} =$

$$= \frac{AB \cdot AC}{2} + S_{BCO} + S_{AOD}$$

$$= 8 \cdot \sin 60 \cdot 2 + S_{BCO} + S_{AOD}$$



$S_{ABCD} =$
 $AB \cdot AC =$

$$AB^2 = 4 + 49 - 2 \cos 120^\circ \cdot 14$$

$$49 + 49 - 2 \cdot 14 \cdot (-\frac{1}{2}) = 84 + 14 = 98$$

$$AB = 8$$

$$16 \cdot \frac{32^2 - 19^2}{32^2}$$

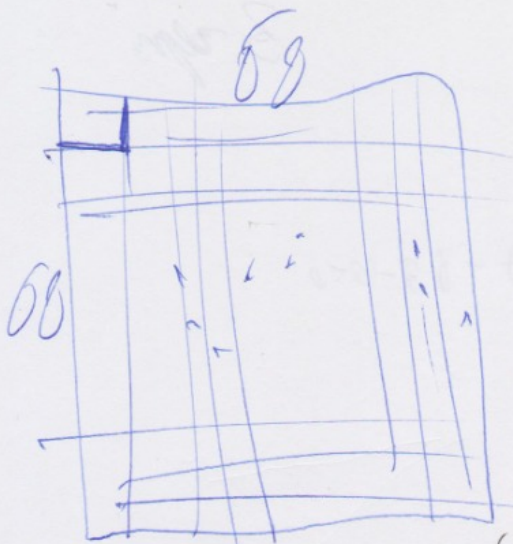
$$= \frac{32^2 - 19^2}{32^2}$$

$$\frac{\sqrt{51 \cdot 13}}{2} + S_{BCO} + S_{AOD}$$

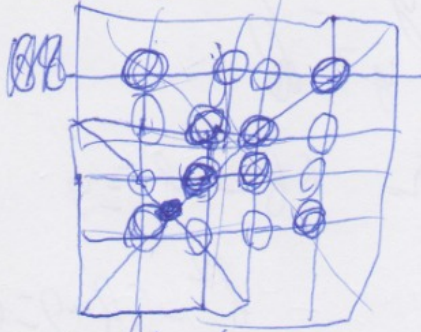
$$49 = 84 + 4 - 2 \cos 120^\circ \cdot 16$$

$$2 \cos 120^\circ \cdot 16 = 19$$

$$\cos 120^\circ = -\frac{19}{32}$$



Pa:



1/2

② 1+4-8

0

08

$$\begin{array}{r} 4489 \\ - 113 \\ \hline 2937 \end{array}$$

08-2

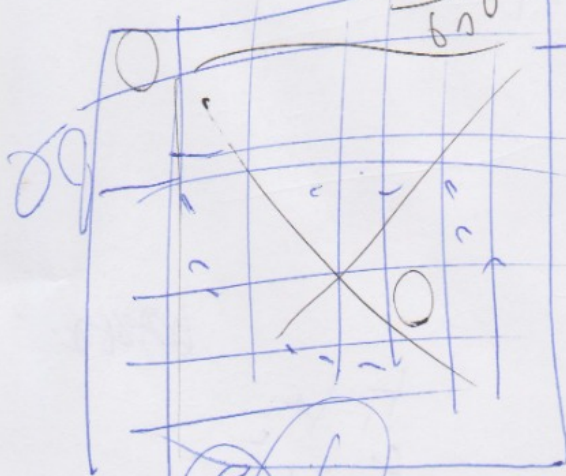
133
133

08-2 • (08-2-3)

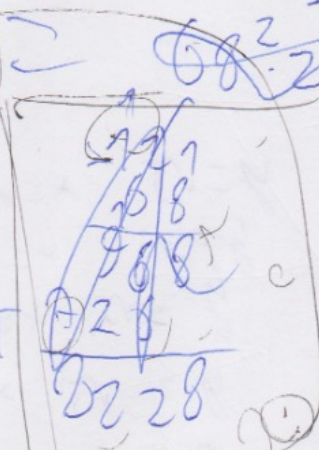
130 133

2 68-113

$$\begin{array}{r} 08 \cdot 2 \\ \times 133 \\ \hline 204 \\ 267 \\ \hline 1066 \end{array}$$



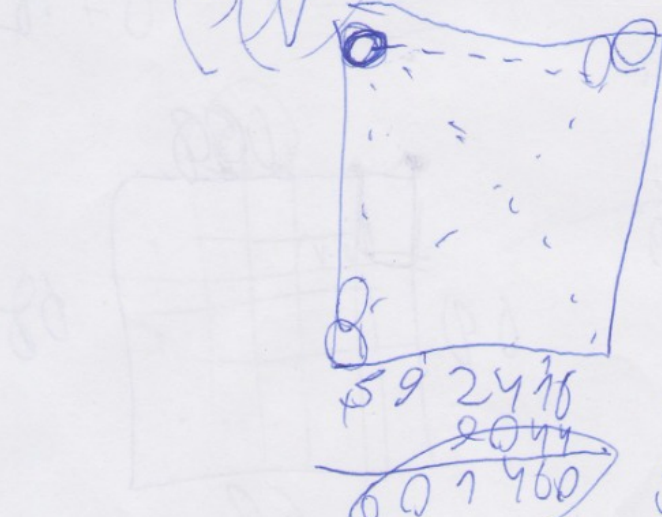
$$\begin{array}{r} 1204 \\ 204 \\ 68 \\ \hline 9044 \end{array}$$



9044

08-2

9044



08-2
07-17 • (08-2-3)

$$\begin{array}{r} 2323 \\ \times 4356 \\ \hline 121136 \\ 26736 \\ 13068 \\ 4356 \\ \hline 592416 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 4489 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \times 4489 \\ \hline 8978 \\ - 133 \\ \hline 43567020 \\ 53720 \\ \hline 602920 \end{array}$$

$$(6-y^2) \quad | \quad y^2 = 9$$

$$y^2 = 9$$

3-lym

$$6 - 6b - b^2 = 9$$

$$b - 6b - 12 = 0$$

$$b^2 - 6b + 9 = 0$$

$$(b-3)^2 \quad b=3$$

$$y^2 = 3$$

$$y = \pm\sqrt{3}$$

(12)

~~y = \pm\sqrt{3}~~

$$x^2 = 6 - y^2 = 3$$

$$y = \pm\sqrt{3}$$

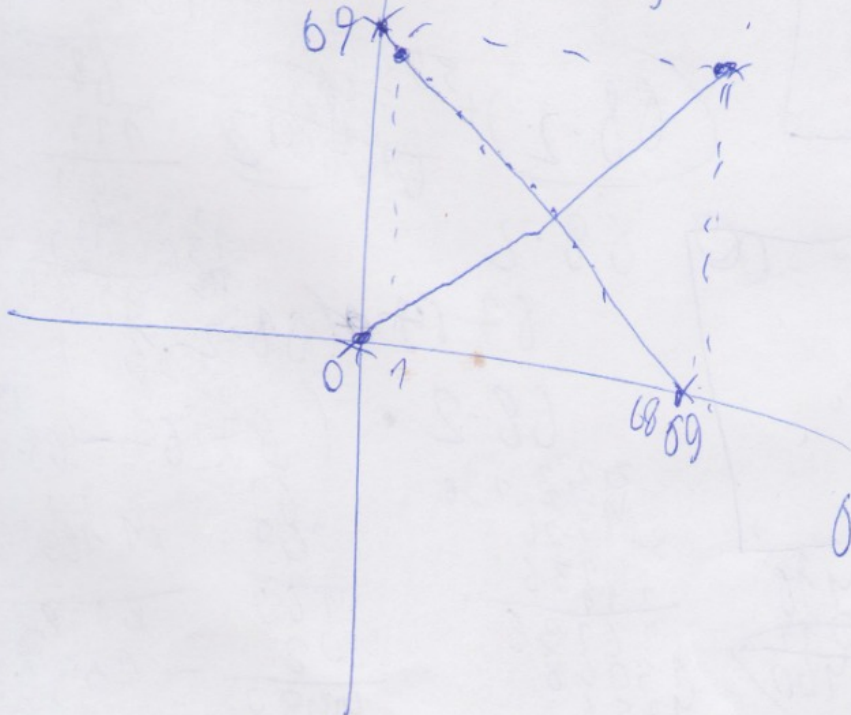
$$x = \pm\sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3} \quad x = \sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3} \quad x = -\sqrt{3}$$

$$y = -\sqrt{3} \quad x = \sqrt{3}$$

$$y = -\sqrt{3} \quad x = -\sqrt{3}$$

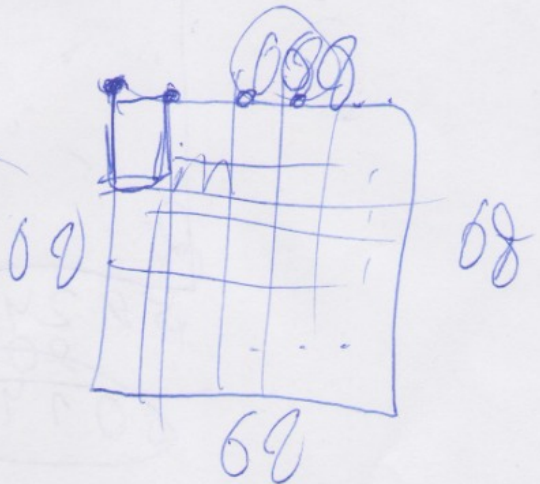


67.67

$$x_1 = x_2$$

$$y_1 = y_2$$

67.67



$$x^2 + y^2 = a$$

2 rep

$$a^2 - \frac{30}{a} = 31$$

$$a^3 - 30 = 31a$$

$$(x^2 + y^2)^2 - \frac{30}{x^2 + y^2} = 31$$

$$a^3 - 31a = 30$$

$$x^2 + y^2 = a$$

$$a \cdot a (a^2 - 31) = 30$$

$$a^3 - 31a = 30$$

OK

(31) 15

$$15^3 - 15 \cdot 15 \cdot 2 = 30$$

$$31^3 - 31^2 = 30$$

$$25^2 (13) = 325$$

$a = 6$

20

$$800 - 820 = 20$$

$$\frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{36}$$

$a \neq 6$

$$a \cdot a (a^2 - 31) = 30$$

$a \in \{6, 0, a\}$

$a = 6$

$$36(6) - 31 \cdot 6 = \dots$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$6 \cdot (36 - 31)$$

$$6(36 - 31) = 30$$

36

$$6^3 + 3 \cdot 6^2 a + 3 \cdot 6 \cdot a^2 + a^3 - 6 \cdot 31 - 31a = 30$$

$a = 6$

$a_1 = 6 - 7 \cdot 10 = 78$

$6 - 11 \cdot 10 = 78$

6 18

$a = 6$

$x^2 + y^2 = 6$

$$a^2 + 18a + 77 = 0$$

$x^2 = 6 - y^2$

$$324 - 77 \cdot 4$$

$x^2 y^2 = 9 = (6 - y^2) y^2 = 9$

$\frac{-9 \pm 2 \cdot 4}{2} = \frac{-9 \pm 8}{2}$

symm

①

7.6

(x, y) = 10

$$\frac{6}{x^2+y^2} + 7x^2y^2 = 10 \cdot 7$$

$$\frac{6}{x^2} = 10$$

$$x^4 + y^4 + 7x^2y^2 = 81$$

$$x^4 = 81$$

$$7x^2y^2 = 70 - 42$$

$$x^4 + y^4 = 70 - 42 = 28$$

$$\frac{6 + x^4y^2 + y^4x^2}{x^2 + y^2} = 10$$

$$x^2 + y^2 = 7$$

~~$x^4 + y^4 = (x+y)(x^3 + y^3)$~~

$$x^4 + y^4 + 2x^2y^2 + 5x^2y^2 = 81$$

$$(x^2 + y^2)^2 + 5x^2y^2 = 81$$

$$(x^2 + y^2)^2 + 30 = 81$$

$$(x^2 + y^2)^2 - \frac{30}{x^2 + y^2} = 31$$

Completed