Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005239**

ID профиля: **872192**

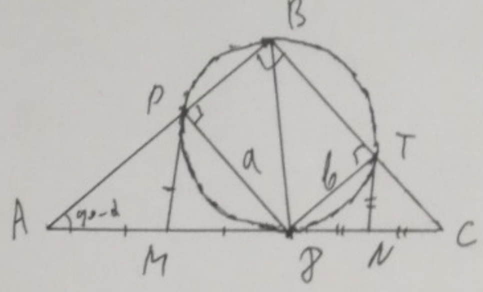
Вариант 10

Математика, 10 класс.

Вариант 10.

Чистовик.

№1.



Дано: $D \in AC$,
BD - диаметр,
$AM = MD$
$DN = NC$.

Найти:
а) $\angle ABC$ - ?
б) S_{ABC} - ?

Решение:

а) 1) Пусть $\angle ADP = \alpha$, а ~~у~~ $\angle CDT = \beta$.

2) Т.к. BD - диаметр. => $\angle DPB = \angle DTB = 90^\circ$ как углы, опирающиеся на диаметр.

3) $\angle APD = \angle DTC = 90^\circ$ (смежные углы с $\angle DPB$ и $\angle DTB$ соотв.)

4) Т.к. $AM = MD$ и $\triangle APD$ - прямоуг. ($\angle APD = 90^\circ$) => $AM = MP = MD$, потому ~~что~~ что медиана проведённая из прямого угла равна половине гипотенузы треугольника.

5) Т.к. $PM = MD$ => $\triangle PMD$ - равноб. => $\angle MPD = \angle MDP = \alpha$ => $\angle AMP = 2\alpha$ (внешний угол для $\triangle MPD$) и => $\angle MAP = \frac{180^\circ - \angle AMP}{2} = 90^\circ - \alpha$.

6) Аналогично $\triangle DNT$ - равноб. и $\angle DCT = 90^\circ - \beta$

7) $\angle ABC = 180 - \angle A - \angle C = \alpha + \beta$

8) $\angle DMP = 180 - 2\alpha$, $\angle DNT = 180 - 2\beta$ и $\angle DMP + \angle DNT = 180^\circ$, т.к. $MP \parallel NT$ => $180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 2\beta = 180^\circ$ => $\alpha + \beta = 90^\circ$

Чистовик.

б) 1) т.к. $PM = AM = MD \Rightarrow AD = 2PM = 2$, аналогично $DC = 2NT = 3$

2) $AC = AD + DC = 5$

3) Т.к. $\angle DPB = \angle ABC = \angle BTD = 90° \Rightarrow BTDP$ – прямоуг. $\Rightarrow BD = PT = \sqrt{5}$

4) Пусть $PD = a$, $DT = b$, тогда $a^2 + b^2 = \cancel{\sqrt{5}}\, 5$ ($\triangle PTD$ – прямоуг.).

5) Из $\triangle APD$ $\sin\angle A = \frac{a}{AD} = \frac{a}{2}$, а из $\triangle DTC$ ~~sin∠B~~ $\sin\angle C = \frac{b}{DC} = \frac{b}{3}$

6) Получаем систему:

$$\begin{cases} a^2+b^2=5 \\ \sin(90°-\alpha) = \frac{a}{2} \\ \sin(90°-\beta) = \frac{b}{3} \\ \alpha+\beta = 90° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2=5 \\ 2\cos\alpha = a \\ 3\cos\beta = b \\ \alpha+\beta=90° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2=5 \\ a = 2\cos\alpha \\ b = 3\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ возводя второе и третье уравнение в квадрат и подставляя в первое уравнение получаем:

$4\cos^2\alpha + 9\sin^2\alpha = 5$, откуда $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $(4\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha = 4) \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \cos(90° - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

7) Из $\triangle ABC$ $\cos(90°-\alpha) = \frac{AB}{AC} = AB = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 5 = \sqrt{5}$.

8) По т. Пифагора в $\triangle ABC$:

$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}$

9) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$

Ответ: а) 90°; б) 5

2

211005239 (U872192 M1273903)

Чистовик.

№2.

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

ОДЗ:

$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \\ 21+4x-x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-3;7]$

Пусть $\sqrt{x+3} = a$, $\sqrt{7-x} = b$, тогда:

$\begin{cases} a-b+4 = 2ab \\ a^2+b^2 = 10 \ (2) \end{cases}$

$\begin{cases} a-b+4 = 2ab \\ (a-b)^2 = 10-2ab \end{cases}$ (+)

$(a-b)^2 + a - b = 6$

$a^2 - 2ab + b^2 + a - b - 6 = 0$

$a^2 + a(\cancel{2b}\ 1-2b) + b^2 - b - 6 = 0$

$D = (1-2b)^2 - 4(b^2-b-6) = 25$

$a_1 = \frac{2b-1-5}{2} = b-3$ (1)

$a_2 = \frac{2b-1+5}{2} = b+2$ (2)

Подставляем полученные a в (2) уравнение:

(1) $\cancel{a^2+}$ $b^2 - 6b + 9 + b^2 = 10$

$2b^2 - 6b - 1 = 0$

$D = 36 + 8 = 44$

$b_1 = \frac{6-\sqrt{44}}{4}$ – не подходит, т.к. $b = \sqrt{7-x} \Rightarrow b \geq 0$

$b_2 = \frac{6+\sqrt{44}}{4} \Rightarrow a = \frac{6+\sqrt{44}}{4} - 3 = \frac{\sqrt{44}-6}{4}$

(2) $b^2 + 4b + 4 + b^2 = 10$

$2b^2 + 4b - 6 = 0$

$b^2 + 2b - 3 = 0$

$\left[\begin{array}{l} b = 1 \Rightarrow a = 2+1 = 3 \\ b = -3 \text{ – не подходит, т.к. } b \geq 0 \end{array} \right.$

3

211005239 (U872192 M1273903)

Чистовик.

① $\begin{cases} \sqrt{x+3} = \dfrac{\sqrt{44}-6}{4} \\ \sqrt{7-x} = \dfrac{6+\sqrt{44}}{4} \end{cases}$, откуда $x+3 = \dfrac{44-36-12\sqrt{44}}{16} \Rightarrow x = \dfrac{-3\sqrt{11}-5}{2}$,

что меньше чем 3 $\left(\sqrt{11} > 3 \Rightarrow -3\sqrt{11} < -9 \Rightarrow \dfrac{-3\sqrt{11}-5}{2} < -7 \right) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ не подходит.

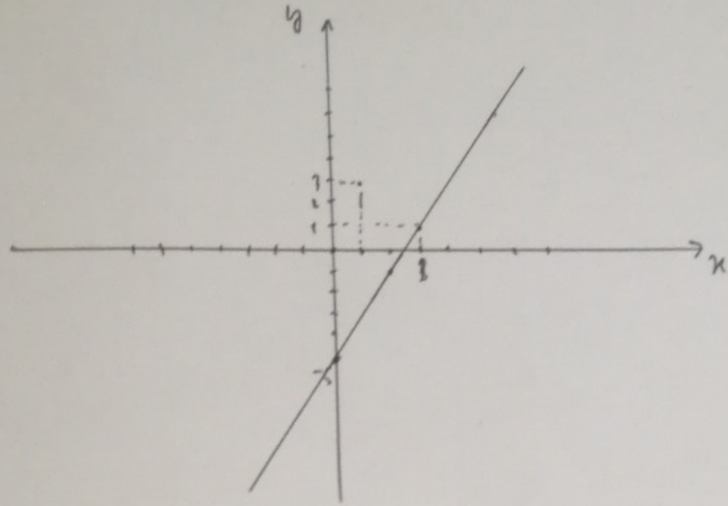
② $\begin{cases} \sqrt{x+3} = 3 \\ \sqrt{7-x} = 1 \end{cases}$, откуда $x = 6$

Ответ: 6

4

Черновик.

$y = 2x-5$



$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0$

$x_0 = \frac{2a^2}{2a} = a$

$a^3 - 2a^3$

B: $ay = ax^2 - 2a^2x + a^3 + 3 \Rightarrow$

$y = x^2 - 2ax + a^2 + \frac{3}{a}$

$x_0 = a$

$y = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{3}{a} \Rightarrow y = \frac{3}{a}$

$5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$

$(y^2 - y + 2)(y + y - 2) =$

$= 4(y-1)$

4

$a=0$: $8x^2 - 4xy + y^2 = 0$

$4x^2 - 4xy + y^2 + 4x^2$

$(2x-y)^2 + 4x^2 = 0$

$a=1$: $5 - 4y + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12x = 0$

$(4x^2 - 4xy + y^2) + (4x^2 + 12x) +$

$+ (-4y) + 5 = 0$

$(2x-y)^2 + (2x+3)^2 - 4 - 4y =$

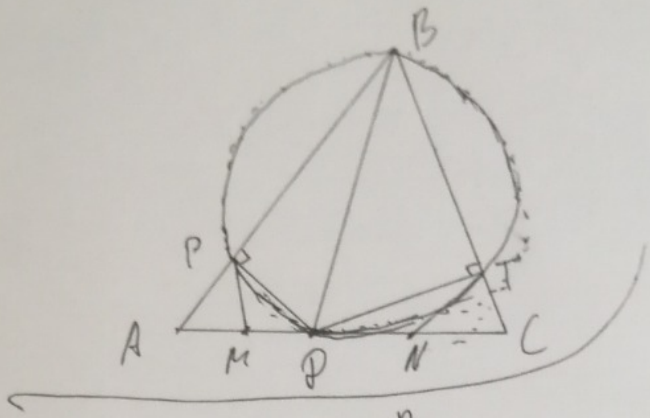
$= (2x^2 - y)^2 + (2x+3)^2 + y^2 - (y^2 + 4y + 4) =$

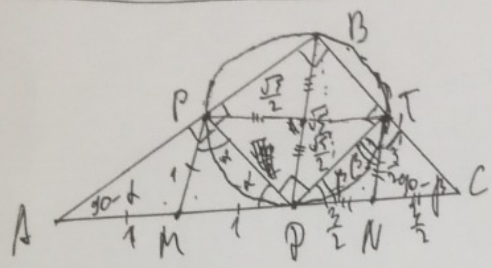
$= (2x-y)^2 + (2x+3)^2 - (y+2)^2 + y^2 =$

$= (2x-y)^2 + (2x+3)^2 + 4(y-1) = 0$

Черновик.

№1.





а) $\angle B = 180 - 90° - 90° + \alpha + \beta = \alpha + \beta$

$\cancel{180} + 2\alpha + 180 - 2\beta = \cancel{180}$

$180 = 2\alpha + 2\beta$

$\boxed{\alpha + \beta = 90}$

$\alpha + \beta = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\beta = \sin\alpha$

б) $AC = 1 + 1 + 1,5 + 1,5 = 5$

$\boxed{AB \parallel TD}$

$$\begin{cases} \sin(90 - \alpha) = \dfrac{PD}{2} \\ \sin(90 - \beta) = \dfrac{DT}{3} \\ PD^2 + DT^2 = 5 \end{cases}$$

$2\cos\alpha = PD$

$3\cos\beta = DT = 3\sin\alpha$

$9\sin^2\alpha + 4\cos^2\alpha = 5$

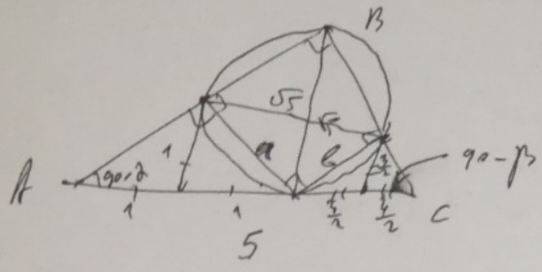
$$\begin{cases} 3\sin\alpha = \cancel{PD}\, DT \\ 2\cos\alpha = PD \\ PD^2 + DT^2 = 5 \end{cases}$$

$5\sin^2\alpha = 1$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{5}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha =$

Черновик.



$$\begin{cases} a^2+b^2=5 \\ \cancel{\sin 90} \cos\alpha = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2\cos\alpha \\ \cos\beta = \frac{b}{3} \Rightarrow b = 3\sin\alpha \\ \alpha+\beta=90^\circ \end{cases}$$

$4\cos^2\alpha + 9\sin^2\alpha = 5$

$5\sin^2\alpha = +1$ $\qquad \cos\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin^2\alpha = \cancel{8}\ \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$AB = AC \cdot \cancel{\cos}$ $\qquad \cos(90-\alpha) = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos(90-\alpha) =$

$= AC \cdot \sin\alpha = \cancel{5 \cdot 2} \ 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

$BE = 2\sqrt{5}$

$S = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$

211005239 (U872192 M1273903)

Черновик.

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$ ОДЗ: $x \in [3;7]$

Пусть $\sqrt{x+3} = a$, $\sqrt{7-x} = b$:

$\begin{cases} a-b+4=2ab \\ a^2+b^2=10 \end{cases}$ (3и1)!

3 1

$2ab-a+b-4=0$

$\begin{cases} 2a^2+2b^2=20 \\ 5a-5b+20=10ab \end{cases}$

$\cancel{2a^2+2b^2}=10ab+5b-5a$

$\cancel{4+2=\ldots}$

$2a^2+2b^2-10ab-5b+5a=0$

$2a^2 \cancel{-5} +a(5-10b)+2b^2-5b=0$

$D=(5-10b)^2-8(2b^2-5b)=$

$=100b^2-100b+25-16b^2+40b=$

$=84b^2$

2

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$ Черновик

$\sqrt{x+3} = a$

$\sqrt{7-x} = b$

$\boxed{x=6}$

$\begin{cases} a - b + 4 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases}$ (3; 1) – решение.

$\cancel{(a+b)^2 = 14 + a - b}$

$\cancel{a^2 + b^2 + 2ab - a + b - 14 = 0}$

$\cancel{a^2 + a(2b-1) + b^2 + b - 14 = 0}$

$\cancel{D = 4b^2 - 4b + 1 - 4b^2 - 4b + 56 =}$

$\cancel{= 57 - 8b}$

$\begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ 2ab = a - b + 4 \end{cases}$

$a^2 + b^2 + 2ab = a - b + 14$

$a^2 + a(2b-1) + b + b^2 - 14 = 0$

$D = (2b-1)^2 - 4(b^2 + b - 14) =$

$= 4b^2 - 4b + 1 - 4b^2 - 4b + 56 = 57 - 8b$

$\begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ 2ab - a + b - 4 = 0 \end{cases}$

$\cancel{a(2b-1) = 4 - b}$

$a = \frac{4-b}{2b-1}$

$\frac{(4-b)^2}{(2b-1)^2} + b^2 = 10$

3

211005239 (U872192 M1273903)

Черновик. Зад. 1а

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$

$21+4x-x^2=0$

$x^2-4x-21=0$

$(x-7)(x+3)=0$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$

~~Пусть $\sqrt{x+3}=a$~~ $\quad a^2=x+3$

~~$\sqrt{7-x}=b$~~ $\quad b^2=7-x$

~~$a-b+4=2ab$~~ $\quad$ ОДЗ: $x \geq -3$

~~$2ab-a+b-4=0$~~ $\quad x \leq 7$

~~$a(2b-1)+b-4=0$~~ $\quad x \in [-3;7]$

~~$\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = a$~~

~~$a^2=$~~

$$\begin{cases} a-b+4=2ab \\ a^2+b^2=10 \end{cases}$$

~~$a-b+4-2ab=0$~~

$2ab-a+b-4=0$ $\quad b^2-6b+9+b^2=10$

$a(2b-1)=4+b$ $\quad 2b^2-6b-1=0$

$a=\frac{4-b}{2b-1}$ $\quad D=36+8=44$

$b_1=\frac{6+\sqrt{44}}{4}$

$a^2+2ab+b^2=10+2ab$ $\quad b_1=\frac{6-\sqrt{44}}{4} < 0$

$(a+b)^2=10+a-b+4$

$\frac{6+\sqrt{44}}{4}$

1

211005239 (U872192 M1273903)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005239**

ID профиля: **872192**

Вариант 10

Математика, 10 класс.
10 вариант.
Чистовик.
№4.

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2=81 \end{cases}$$

ОДЗ: $x^2+y^2\neq 0$

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+x^2y^2=10 \\ (x^2+y^2)^2+5x^2y^2=81 \end{cases}$$

Пусть $x^2+y^2=a$, $x^2y^2=b$, тогда:

$$\begin{cases} \frac{6}{a}+b=10 \Rightarrow b=10-\frac{6}{a} \ (*) \\ a^2+5b=81 \ (2) \end{cases}$$

Подставим (*) во (2) уравнение:

$$a^2+5\left(10-\frac{6}{a}\right)=81$$

$$a^2+50-\frac{30}{a}=81$$

$$a^2-31-\frac{30}{a}=0$$

Т.к. $a=x^2+y^2$, а $x^2+y^2\neq 0 \Rightarrow$ можно домножать на a.

$$a^3-31a-30=0$$

Заметим, что $a=-1$ — корень данного уравнение.

$$(a+1)(a^2-a-30)=0$$

$$(a+1)(a-6)(a+5)=0$$

$$\begin{array}{r|l} a^3-31a-30 & a+1 \\ \hline -(a^3+a^2) & a^2-a-30 \\ -a^2-31a-30 & \\ -(-a^2-a) & \\ -30a-30 & \\ -(-30a-30) & \\ 0 & \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{l} a=-1 \Rightarrow b=16 \\ a=6 \Rightarrow b=9 \\ a=-5 \Rightarrow b=11,2 \end{array}\right.$$

Т.к. $a=x^2+y^2\geq 0 \Rightarrow a=-1$ и $a=-5$ нам не подходят.

$$\begin{cases} a=6 \\ b=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=6 \\ x^2y^2=9 \end{cases}$$

1

Чистовик.

$$\begin{cases} x^2+y^2=6 \Rightarrow y^2=6-x^2 \ (**) \\ x^2y^2=9 \ (3) \end{cases}$$

Подставим $(**)$ в (3) уравнение:

$x^2(6-x^2)=9$

Пусть $x^2=t$:

$t(6-t)=9$

$t^2-6t+9=0$

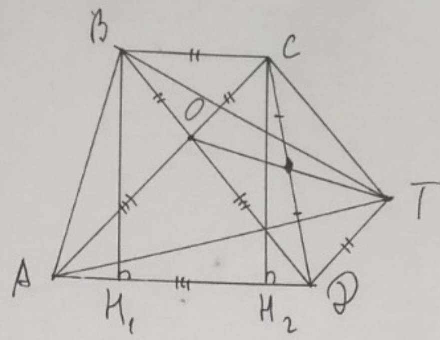
$t=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3} \Rightarrow y=\pm\sqrt{6-x^2}=\pm\sqrt{3}$ для $x=\sqrt{3}$ и $x=-\sqrt{3}$

Ответ: $(\sqrt{3};\sqrt{3}),(\sqrt{3};-\sqrt{3}),(-\sqrt{3};\sqrt{3}),(-\sqrt{3};-\sqrt{3})$

2

Чистовик.
№6.

Дано: ABCD,
$AC \cap BD = O$
$\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ – правильн.
T симм. O отн. сер. CD.
Найти:
а) ABT – правильный?
б) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ – ?



Решение:
а) 1) Т.к. T симм. O отн. сер. CD => OCTD – паралл., т.к. $CP = PD$, $OP = PT$, где P – точка пересечения CD с OT.
2) Т.к. $\angle DBC = \angle OBC = \angle BDA = \angle ODA = 60°$ => $BC \parallel AD$ и ABCD – трап.
3) $\angle AOB = 180° - \angle BOC = 120°$.
4) Т.к. $\triangle BOA = \triangle COD$ ($BO = CO$, $AO = OD$, $\angle AOB = \angle DOC = 120°$) => ABCD – равноб. трап., и следовательно вокруг неё можно описать окружность.
5) Т.к. OCTD – паралл. => $\angle CTD = \angle COD = 120°$ => ~~напр~~ точка T лежит на окр., описанной около четыр. ABCD ($\angle CAD + \angle CTD = 60° + 120° = 180°$).
6) Т.к. OCTD – паралл. => $OC = DT$ и $\angle OCT = \angle ODT = 180° - \angle COD = 60°$.
7) Т.к. ABCTD – впис. => $\angle ATB = \angle ACB = 60°$ (как углы опир. на одну и туже дугу).
8) Рассмотрим $\triangle AOB$ и $\triangle ADT$:
1. $AO = ~~OD~~ = AD$ ($\triangle AOD$ – правильный).
2. $DT = BO$
3. $\angle ABO = \angle ADO + \angle ODT = 60° + 60° = 120°$
=> $\triangle AOB = \triangle ADT$ по двум сторонам и углу между ними.

3

Чистовик.

а) Т.к. $\triangle AOB = \triangle AOT \Rightarrow AB = \cancel{AO}\, AT \Rightarrow \triangle ABT$ - правильный, потому что в он равнобедренный с углом в $60°$), что и требовалось доказать.

б) 1) $BC = BO = OC = 2$, $AO = AD = OD = 7$, т.к. $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ - правильные.

2) По т. Косинусов в $\triangle ABO$:

$$AB = \sqrt{AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cdot \cos\angle AOB} = \sqrt{49 + 4 + 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}} =$$
$$= \sqrt{67}$$

3) $S_{ABT} = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{67\sqrt{3}}{4}$

4) Опустим высоты BH_1 и CH_2, тогда $BC = H_1H_2 = 2$ и $AH_1 = H_2D = \dfrac{7-2}{2} = \dfrac{5}{2}$

5) По т. Пифагора в $\triangle ABH_1$:

$$BH_1 = \sqrt{AB^2 - AH_1^2} = \sqrt{67 - \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{243}{4}} = \frac{9}{2}\sqrt{3}$$

6) $S_{ABCD} = \dfrac{BC + AD}{2} \cdot BH_1 = \dfrac{9}{2} \cdot \dfrac{9}{2} \cdot \sqrt{3} = \dfrac{81\sqrt{3}}{4}$

7) $\dfrac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \dfrac{\frac{67\sqrt{3}}{4}}{\frac{81\sqrt{3}}{4}} = \dfrac{67}{81}$

Ответ: б) $\dfrac{67}{81}$

4

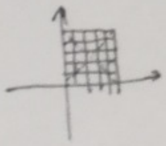
Чистовик.

N5.

Решение:

Условие, чтобы два узла не лежали ни на какой прямой, параллельной любой из координатных осей равносильно тому, чтобы эти два узла не лежали ни на какой прямой, параллельной стороне квадрата.

Если мы возьмём самую левую верхнюю точку (узел), то кол-во способов выбрать вторую точку будет $(69-2)^2$ (квадрат со стороной 67).



Далее будет двигаться по этой прямой ниже (по прямой $y=69-x$). Для следующего узла будет способов $(69-2)^2-1$ (Появляется столько же способ, сколько исчезает из-за параллельности, но вычитаем 1, т.к. способ, где два самых левых верхних узла мы посчитали).

Продолжаем спускаться вниз по прямой $y=69-x$ до самого нижнего правого узла. В итоге в получим $(69-2)^2+((69-2)^2-1)+((69-2)^2-2)+\ldots+((69-2)^2-67)$.

Аналогичные рассуждения проводим для прямой $y=x$, лишь для каждого узла будет на два меньше способа из-за повтора ~~с прямой~~ ситуации с прямой $y=69-x$. Т.е. всего способов для прямой $y=x$:

5

Чистовик.

$$\left((69-2)^2 * -2\right) + \left((69-2)^2-3\right) \ldots + \left((69-2)^2-69\right).$$

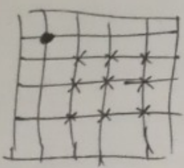
Всего способов:

$$\left(67^2+67^2-1+67^2-2+\ldots+67^2-67\right)+\left(67^2-2+67^2-3+\ldots+\right.$$
$$\left.+\ldots 67^2-69\right) = 68\cdot 67^2 + 68\cdot 67^2 - \frac{1+67}{2}\cdot 67 - \frac{1+69}{2}\cdot 69+1 =$$
$$= 136\cdot 67^2 - 34\cdot 67 - 35\cdot 69+1$$

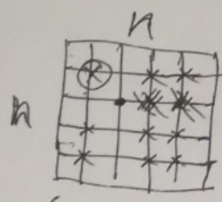
Ответ: $136\cdot 67^2-34\cdot 67-35\cdot 69+1$

6

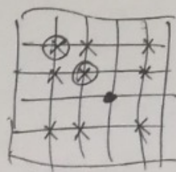
Черновик.
№5.



$(n-2)^2$

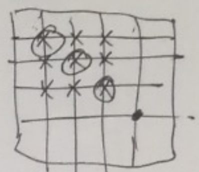


$(n-2)^2-1$

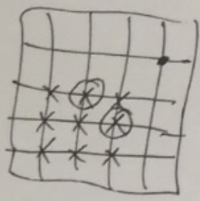


$(n-2)^2-2$

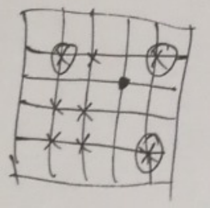
$(n-1)$



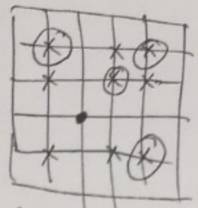
$(n-2)^2-3$ $69 \to 68$



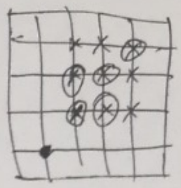
$(n-2)^2-2$



$(n-2)^2-3$



$(n-2)^2-4$



$(n-2)^2-5$

$8(n-2)^2-6-14=8(n-2)^2$

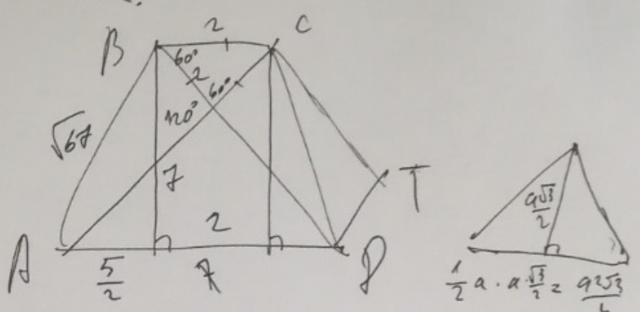
52

$\cancel{8(n-6)^2}$

$2(n-1)(n-2)^2-\ldots$

$34\cdot 67-35\cdot 69+1$

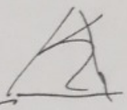
Черновик.



$\frac{1}{2}a \cdot a\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$AB = \sqrt{4+49+2\cdot 7\cdot 2\cancel{\cdot\frac{1}{2}}} = \sqrt{53+14} = \sqrt{67}$

$S_{ABT} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{67\sqrt{3}}{4}$



$h = \sqrt{67 - \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{243}{4}} = \frac{9}{2}\sqrt{3}$

$\frac{9\sqrt{3}}{4}\cdot 9 = \frac{81\sqrt{3}}{4}$

$67 \cdot 4 = 268$

$268 - 25 = 243$

~~243 | 7~~

243 | 3

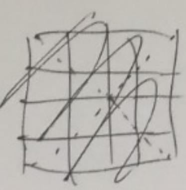
243 | 3
81 | 3
27 | 3
9 | 3
3 | 3

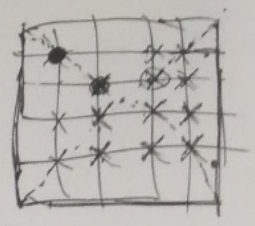
$\cancel{\frac{67\sqrt{3}}{4}}$

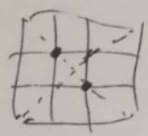
$= \frac{\frac{67\sqrt{3}}{4}}{\frac{81\sqrt{3}}{4}} = \boxed{\frac{67}{81}}$

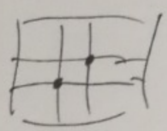
7

№ 5.









25

~~67.67~~

9 вар.

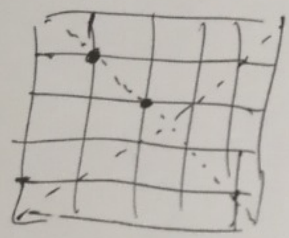
для каждой точки

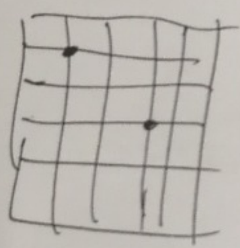
(n − 2) вар.

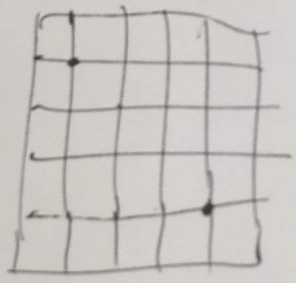
точек (n − 1)

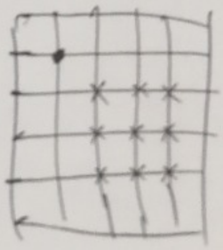
~~(n − 2)(n − 2)~~

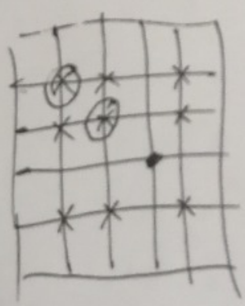
12

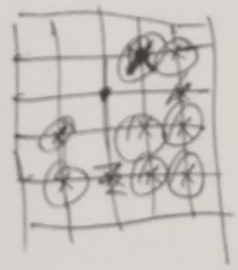


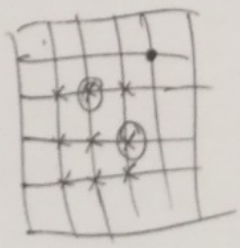


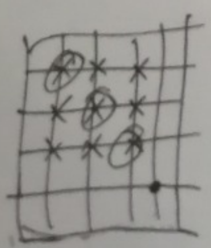












$(n-2)+(n-3)+\dots$

~~5+4+3+…~~

$\underbrace{9+8}_{17}+\underbrace{7+6}_{13}=\boxed{30}$

6

Черновик.

N 4.

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4 + y^4 + 7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ (x^2+y^2)^2 + 5x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6}{a} + b = 10 \Rightarrow b = -\frac{6}{a} + 10 \\ a^2 + 5b = 81 \end{cases}$$

$$\boxed{b = 10 - \frac{6}{a}}$$

$$a^2 + 50 - \frac{30}{a} - 81 = 0$$

$216 - 186 - 30 = 0$ V

$$a^3 - 31a - 30 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} a = -1 \Rightarrow b = 16 \quad ① \\ a = 6 \Rightarrow b = 9 \quad ② \\ a = -5 \Rightarrow b = 11,2 \quad ③ \end{array} \right.$$

①
$$\begin{cases} x^2+y^2 = -1 \\ x^2y^2 = 16 \end{cases} \quad \varnothing$$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 6 \Rightarrow y^2 = 6 - x^2 \\ x^2y^2 = \cancel{11,2}\ 9 \end{cases}$$

$$x^2(6 - x^2) = \cancel{11,2}\ 9$$

пусть $x^2 = t$

$$6t - t^2 = 11,2 \quad 9$$

$$t^2 - 6t \cancel{+11,2}\ 9 = 0 \qquad (t-3)^2 = 0$$

$\cancel{D = 36 - 9}$

$D = 36 - 36 = 0$

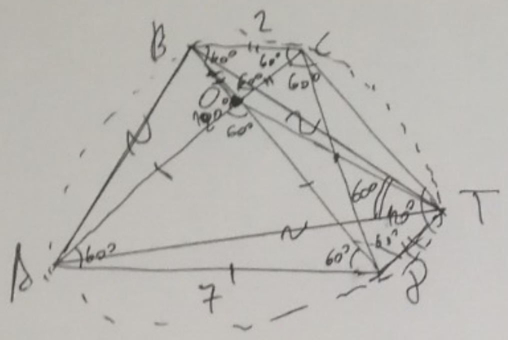
$t = 3$

$$\boxed{x = \pm\sqrt{3}}$$

$$\boxed{y = \pm\sqrt{3}}$$

5

Черновик.
№6.

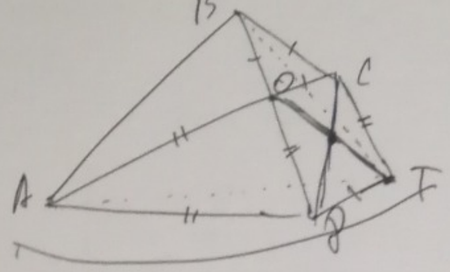


$$AB = \sqrt{49+4+2\cdot 7\cdot 2\cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{67}$$

$$S = \frac{67\cdot\sqrt{3}}{4}$$

№5.

№6 черновик.

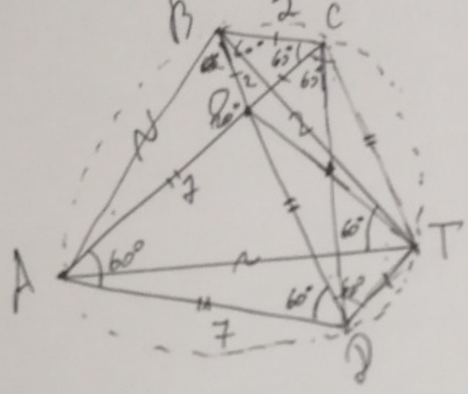


$$\begin{array}{r|l} -115 & 5 \\ \underline{10} & \overline{23} \\ -15 & \\ \underline{15} & \\ 0 & \end{array}$$

$115 =$

$= 5\cdot 23$

Трапеция $65 = 5\cdot 13$



а) изч. $5\sqrt{23\cdot 17}\cdot\frac{9}{2}$

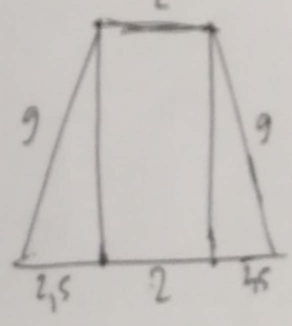
$\Delta AOB = \angle ADT$

$\angle T = 360° - 4\cdot 60° = 120°$

$AB = \sqrt{49+4+2\cdot 7\cdot 4\cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{53+28} =$

$= \sqrt{81} = 9$

$AB = CD = 9$ п $\Rightarrow S_{ADT} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4}$

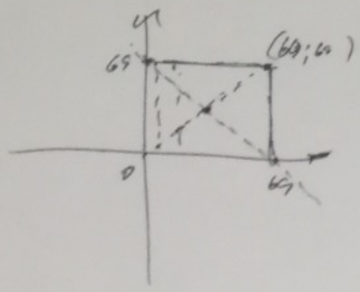


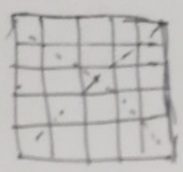
$(9-2,5)(9+2,5) =$
$= 6,5\cdot 11,5$

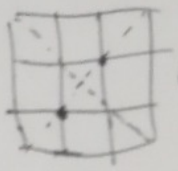
$S = \frac{2+7}{2}\cdot\sqrt{81-6,25}$

3

Черновик.
№5.







2

2

211005239 (U872192 M1273904)

Черновик.

$$\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$(x^2+y^2)^2 + 5x^2y^2 = 81$

Пусть $x^2+y^2 = a$

$x^2y^2 = b$

$$\begin{cases} \frac{6}{a} + b = 10 \Rightarrow b = 10 - \frac{6}{a} \\ a^2 + 5b = 81 \end{cases}$$

$a^2 + 5\left(10 - \frac{6}{a}\right) = 81$

$a^2 - \frac{30}{a} + \underbrace{50-81}_{-31} = 0$

$-125+155-30$

$a^3 - 31a - 30 = 0$

$a = -1$

$$\begin{array}{r|l} a^3 - 31a - 30 & a+1 \\ \hline -\ a^3 + a^2 & a^2 - a - 30 \\ -a^2 - 31a - 30 & \\ -\ -a^2 - a & \\ -30a - 30 & \\ -\ -30a - 30 & \\ 0 & \end{array}$$

$(a+1)(a^2-a-30) = 0$

$(a+1)(a-6)(a+5) = 0$

$10 + \frac{6}{5} = 11\frac{1}{5}$

$$\left[\begin{array}{l} a=-1 \Rightarrow b = 16 \\ a = 6 \Rightarrow b = 9 \\ a = -5 \Rightarrow b = 11\frac{1}{5} = 11{,}2 \end{array}\right.$$

$\{$

...

1.

211005239 (U872192 M1273904)