

Часть 1

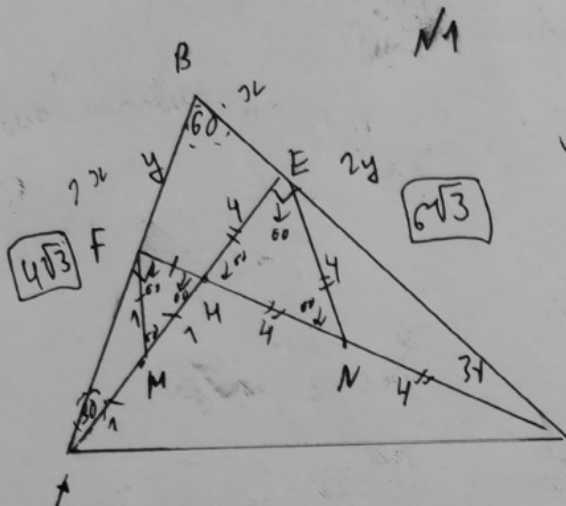
Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211007552**

ID профиля: **345016**

Вариант 16

Известно: $m \angle C = 1$ из 4



Доказать:

$\triangle AFM \cong \triangle NEC$

П.к. FM и EN - медианы в прямоугольных треугольниках, опущенные из вершины прямого угла, то

$$FM = MA = MH = 1; EN = HN = NC = 4$$

Поскольку $\angle FHM = \angle ENH$; $\triangle MFH$ равнобедрен ($FM = MH$) \Rightarrow
 $\angle MFH = \angle MHF = \angle ENH = \angle MHN = \angle MHE = \angle HNE$

(как вертикальные) $\triangle HNE$ - равнобедрен ($HN = EN$) \Rightarrow
 $\angle HEN = \angle HNE = \angle MHE = \angle MHN = \angle MHE = \angle HNE$

$\angle HEN = \angle MHE = \angle MHN = \angle MHE = \angle HNE$; $FM \parallel EN \Rightarrow \angle MFN = \angle FNE = \angle HNE$

(как накрест лежащие) при $FM \parallel EN$ и секущей FN

Угол в $\triangle NHE$ все углы равны \Rightarrow он равнобедрен

$\frac{180}{3} = 60^\circ$; $\angle C = 60^\circ$; $\triangle NHE$ - равносторонний. Аналогично, $\triangle MFH$

все углы по $60^\circ \Rightarrow$ они тоже равносторонние, т.е. углы $\triangle AFM$ и $\triangle NEC$ равны

Из $\triangle AFM$: $\angle FAM = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. Из $\triangle ABE$: $180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$

$$\angle ABE = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ; \angle ABC = \angle ABE = 60^\circ$$

Рассмотрим $\triangle ABE$. Его углы - $90^\circ, 30^\circ, 60^\circ$; $AE = 1 + 1 + 4 = 6$.

Из $\triangle ABE$, $BE = x$, тогда $AB = 2x$; из м. Пифагора: $6^2 + x^2 = (2x)^2$
 $36 + x^2 = 4x^2$; $36 = 3x^2$; $x^2 = 12$; $x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; $AB = 2x = 4\sqrt{3}$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{CF \cdot AB}{2} = \frac{9 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 9 \cdot 2\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

Из $\triangle BFC$, $BF = y$, тогда из $\triangle BFC$ с углами $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$: $BC = 2y$; $FC = 1 + 4 + 4 = 9$.

$$\text{Из м. Пифагора: } y^2 + 9^2 = (2y)^2; 81 = 3y^2; y^2 = 27; y = 3\sqrt{3}$$

$$BC = 2y = 6\sqrt{3} \quad \text{Из м. косинусов в } \triangle ABC: AC^2 = (4\sqrt{3})^2 + (6\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot \cos 60^\circ$$

$$\cos 60^\circ = 48 + 108 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 156 - 72 = 84; AC = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$$

$$\text{Из м. синусов в } \triangle ABC: \frac{AC}{\sin 60^\circ} = 2R; \frac{2\sqrt{21}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R; 4\sqrt{7} = 2R; R = 2\sqrt{7}$$

$$S_{\triangle ABC} = 18\sqrt{3}; R = 2\sqrt{7}$$

Условие лист 2 из 4

№2

Пусты, числа на доске (в порядке возрастания) - x_1, x_2, \dots, x_n .
Пусты сумма всех чисел - S . По условию: $35x_1 + x_2 + \dots + x_n = 592$

Значит,

$$34x_1 + S = 15x_n + S$$

$$34x_1 = 15x_n. \text{ По условию } x_1 \text{ и } x_n \text{ - натуральные числа.}$$

34 и 15 - взаимно простые числа ($34 = 2 \cdot 17$; $15 = 3 \cdot 5$). \Rightarrow

Левая часть уравнения делится на $34 = 7$ правая тоже $\Rightarrow x_n : 34$; $x_n = 34t$; t - целое число.

Тогда, $34x_1 = 15 \cdot 34t$; $x_1 = 15t$

$$34x_1 + S = 592 \Rightarrow 34 \cdot 15t + S = 592; 510t + S = 592.$$

Заметим, что так как x_1 и x_n - натуральные числа $\Rightarrow t \geq 0$. Кроме того, $t \neq 0$, так как иначе $x_1 = x_n = 0$, а по условию все числа различны. Значит, $t > 0$.

Если $t \geq 2$, то $510t + S \geq 510t \geq 510 \cdot 2 = 1020 > 592$ - противоречие. Значит, $t = 1$. $x_1 = 15$; $x_n = 34$.

$$510 + S = 592; S = 82. \text{ Значит, } x_2 + \dots + x_{n-1} = 82 - 34 - 15 = 33.$$

Заметим, что все числа от x_2 до x_{n-1} не меньше, чем 16 и не больше, чем 33 .

Рассмотрим несколько случаев: 1) Если $n = 3$, тогда среди чисел x_2, \dots, x_{n-1} всего одно число, и оно равно 33 . Искомые числа - $15, 33, 34$.

2) Если $n = 4$, тогда, среди чисел x_2, \dots, x_{n-1} 2 числа. Так как они различны, то их сумма не превосходит $16 + 17 = 33$, и равна 33 только если $x_2 = 16$, $x_3 = 17$.

В этом случае искомые числа $15, 16, 17, 34$.

3) Если $n \geq 4$, то среди чисел x_2, \dots, x_{n-1} хотя бы 3 числа \Rightarrow их сумма не меньше, чем $16 + 17 + 18 = 51$, т.е. она не может быть равна 33 . В этом случае получим противоречие.

Ответ: $15, 33, 34$ или $15, 16, 17, 34$.

Третье из 3 из 4

№3 ~~мощ~~

Уравнение окружности: $a^2x^2 + a^2y^2 - 4a^3x - 2a^2y + 4a^4 + 1 = 0$

$$a^2x^2 - 2ax(2a^2+1) + a^2y^2 + 2a^2y + 4a^4 + 1 = 0$$

$$(ax - (2a^2+1))^2 - 4a^4 - 4a^2 - 1 + (ay + a)^2 - a^2 + 4a^4 + 1 = 0$$

$$(ax - (2a^2+1))^2 + (ay + a)^2 = 5a^2$$

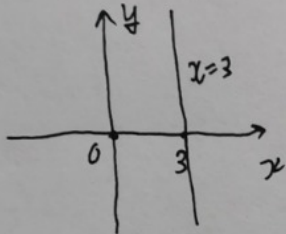
Если $a=0$, то исходное уравнение принимает вид $1=0$, что неверно $\Rightarrow a \neq 0$.

Поделим получившееся уравнение на a^2 .

$$(x - 2a - \frac{1}{a})^2 + (y + 1)^2 = 5$$

Итак, данное уравнение задает окружность радиуса $\sqrt{5}$ с центром в точке

$$(2a + \frac{1}{a}; -1)$$



Заметим, что точки лежат по разные стороны от прямой $x=3$ тогда и только тогда, когда абсцисса одной из точек меньше, чем 3, а абсцисса второй больше, чем 3.

$$5a^2 - 4ax + 6ay + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$$

$$x^2 - 2x(y + 2a) + 5a^2 + 6ay + 2y^2 = 0$$

$$(x - (y + 2a))^2 - y^2 - 4ay - 4a^2 + 5a^2 + 6ay + 2y^2 = 0$$

$$(x - y - 2a)^2 + y^2 + 2ay + a^2 = 0$$

$$(x - y - 2a)^2 + (y + a)^2 = 0 \quad \text{Сумма двух квадратов равна нулю} \Rightarrow$$

$$x - y - 2a = 0 \quad \text{и} \quad y + a = 0 \quad \begin{matrix} x + a - 2a = 0 \\ x - a = 0 \end{matrix}$$

Подставим это в 1-е уравнение:

Итак, нужно, чтобы одна из чисел $2a + \frac{1}{a}$ и $a - 3$ была больше, чем 3, а другая - меньше. Не, тогда числа $(2a + \frac{1}{a} - 3)$ и $(a - 3)$ имеют разные знаки, т.е.:

$$(2a + \frac{1}{a} - 3) \cdot (a - 3) < 0; \quad 2a^2 + 1 - 3a - 6a^2 - \frac{3}{a} + 9 < 0$$

$$2a^2 - 9a - \frac{3}{a} + 10 < 0; \quad \frac{2a^3 - 9a^2 + 10a - 3}{a} < 0$$

Заметим, что при $a=1$: $2 \cdot 1^3 - 9 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1 - 3 = 2 - 9 + 10 - 3 = 12 - 12 = 0 \Rightarrow$

1-корень многочлена $2a^3 - 9a^2 + 10a - 3$.

Источники лист 4 из 4

№3 ~~xxxxx~~ (программное)

$$\begin{array}{r} 2a^3 - 9a^2 + 10a - 3 \quad | \quad a-1 \\ \underline{2a^3 - 2a^2} \\ -7a^2 + 10a - 3 \\ \underline{-7a^2 + 7a} \\ 3a - 3 \\ \underline{-3a + 3} \\ 0 \end{array}$$

$$-2a^3 - 9a^2 + 10a - 3 = (a-1)(2a^2 - 7a + 3).$$

Раскопруем множитель $2a^2 - 7a + 3$.
 $a \neq 0$ (указано выше)

$$D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 - 24 = 25 = 5^2$$

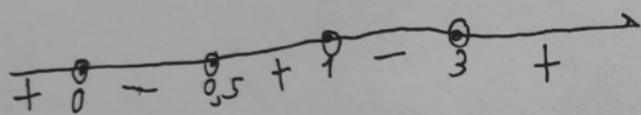
$$a_{1,2} = \frac{7 \pm 5}{4}; \quad a_1 = 3; \quad a_2 = 0,5$$

Итак $2a^3 - 9a^2 + 10a - 3 = 2(a-1)(a-3)(a-0,5)$.

Исходное неравенство принимает вид:

$$\frac{2(a-1)(a-3)(a-0,5)}{a} < 0.$$

Решим его методом интервалов.



Итак, его решение - это $(0; 0,5) \cup (1; 3)$

Ответ: $(0; 0,5) \cup (1; 3)$.

Задача

$x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n$

$$S + 34x_1 = S + 15x_n$$

$$34x_1 = 15x_n \quad ; \quad x_1 = \frac{15}{34}x_n$$

$$S + 34 \cdot 15t = 592$$

$$S + 510t = 592$$

$$S + 510 = 592$$

$$S = 82$$

Пытаюсь $t \geq 2$ найти
целое значение \Rightarrow
 $t=1$.

$$\begin{array}{r} -82 \\ -34 \\ \hline 48 \\ -15 \\ \hline 33 \end{array}$$

15t

....

34t

15

34

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 34 \\ \hline 60 \\ 150 \\ \hline 510 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82 - 49 \\ -49 \\ \hline 33 \end{array}$$

$$5a^2 - 4ax + 6ay + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$$

$$x^2 + x(-2y - 4a) + (5a^2 + 2y^2) = 0$$

$$x^2 - 2x(y + 2a) + (5a^2 + 2y^2) = 0$$

$$(x - y - 2a)^2 - y^2 - 4ya - 4a^2 + 5a^2 + 2y^2 = 0$$

$$(x - y - 2a)^2 + y^2 - 4ya + a^2 = 0$$

$$(x - y - 2a)^2$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 34 \\ \hline 68 \\ 170 \\ \hline 510 \end{array}$$

15

...

34

$$x \cdot (-4a^2 - 2a) = -x$$

33

$$-x - 2a(2a^2 + 1)$$

16

33

$$a^2x^2 + a^2y^2 - 4a^3x - 2ax + 2a^2y + 4a^4 + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ +35 \\ \hline 51 \end{array}$$

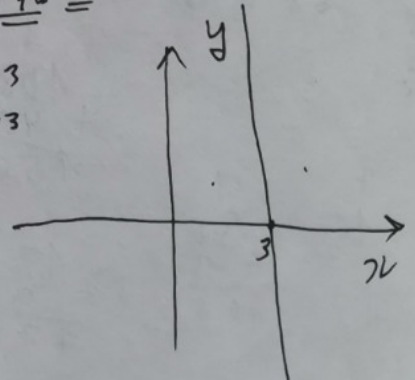
$$(a^2x^2 - 4a^3x - 2ax) + (a^2y^2 + 2a^2y) + 4a^4 + 1 = 0$$

$$(ax - (2a^2 + 1))^2 - 4a^4 - 4a^2 - 1 + (ay + a)^2 - a^2 + 4a^4 + 1 = 0$$

$$(ax - 2a^2 - 1)^2 + (ay + a)^2 = 5a^2$$

$$(x - 2a - \frac{1}{a})^2 + (y + 1)^2 = 5 \quad r = 5$$

$x_1 < 3$
 $x_2 > 3$



Теперь Теперь

$$5a^2 - 4ax$$

~~Теперь~~

$$\frac{49}{24} - \frac{1}{25}$$

$$(0; 95) \cap$$

$$\frac{2a^2 + 1 - 3a - 6a - \frac{3}{a} + 9}{2a^2 - 9a + 10 - \frac{3}{a} < 0}$$

$$\frac{2a^3 - 9a^2 + 10a - 3}{a} < 0$$

$$x - y - 2a = 0$$

$$x + a - 2a = 0$$

$$y + a = 0$$

$$y = -a$$

$$-y = a$$

$$(2a + \frac{1}{a} - 3) (a - 3) < 0$$

$$\frac{2a^3 - 9a^2 + 10a - 3}{2a^3 - 2a^2}$$

$$\frac{-7a^2 + 10a - 3}{-7a^2 + 7a}$$

$$\frac{-3a - 3}{-3a - 3}$$

$$D = 49 + 242 + 3$$

$$\frac{a-1}{2a^2 - 7a - 3}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 35 \\ \hline 75 \\ + 450 \\ \hline 525 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 15 \\ \hline 170 \\ + 340 \\ \hline 510 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 15 \\ \hline 170 \\ + 340 \\ \hline 510 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 15 \\ \hline 170 \\ + 340 \\ \hline 510 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 35 \\ \hline 75 \\ + 450 \\ \hline 525 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 15 \\ \hline 170 \\ + 340 \\ \hline 510 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 34 \\ \hline 68 \\ + 170 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 34 \\ \hline 68 \\ + 170 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 34 \\ \hline 68 \\ + 170 \\ \hline 238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 34 \\ \hline 68 \\ + 170 \\ \hline 238 \end{array}$$

3) $9(6-9) + 30 - 3 =$
 $2 \cdot 3^3 - 9 \cdot 3^2 + 10 \cdot 3 - 3 = \dots$
 $2 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 + 10 - 1 =$
 $18 - 27 + 10 - 1 = 28 - 28 = 0$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211007552**

ID профиля: **345016**

Вариант 16

Умножив мнем 1 из 3

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 - x^2y^2 = 2 \\ x^4 + y^4 - \frac{1}{2}x^2y^2 = 19 \end{cases} \quad \begin{matrix} \sqrt{4} \\ \text{Пусть } x^2 = a \\ y^2 = b \end{matrix} \quad \begin{cases} 2a + 2b - ab = 2 \\ a^2 + b^2 - \frac{1}{2}ab = 19 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Пусть } a+b = m \\ ab = n \\ (a^2 + b^2) = \\ (a+b)^2 - 2ab = \\ m^2 - 2n \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 2m - n = 2 \\ m^2 - 2n - \frac{n}{2} = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 2m - 2 \\ 2m^2 - 5n = 38 \end{cases} \quad \begin{matrix} n = 2m - 2; \text{ подставим это во} \\ \text{2-е уравнение:} \end{matrix}$$

$$2m^2 - 10m + 10 = 38; \quad m^2 - 5m + 5 = 19; \quad m^2 - 5m - 14 = 0; \quad D = 5^2 + 4 \cdot 14 = 81 = 9^2$$

$$m_{1,2} = \frac{5 \pm 9}{2}; \quad m_1 = 7; \quad m_2 = -2$$

$$\text{В 1-м случае: } n_1 = 2 \cdot 7 - 2 = 12 \quad \begin{cases} a+b = 7 \\ ab = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 7-b \\ b(7-b) = 12 \\ 7b - b^2 = 12 \end{cases}$$

$$b^2 - 7b + 12 = 0; \quad D = 7^2 - 4 \cdot 12 = 49 - 48 = 1; \quad b_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2}; \quad b_1 = 4; \quad b_2 = 3$$

$$a_1 = 7 - 4 = 3; \quad a_2 = 7 - 3 = 4. \quad \text{Получили два решения где перем а; б}$$

$$\underline{(3; 4) \text{ и } (4; 3)}$$

$$\text{Во 2-м случае: } n_2 = 2 \cdot (-2) - 2 = -6 \quad \begin{cases} a+b = -2 \\ ab = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -2-b \\ a(-2-b) = -6 \\ b(-2-b) = -6 \end{cases}$$

$$b(-2-b) = -6; \quad b(b+2) = 6; \quad b^2 + 2b - 6 = 0; \quad D = 2^2 + 4 \cdot 6 = 24 + 4 = 28$$

$$b_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{7}}{2} = -1 \pm \sqrt{7}; \quad b_1 = \sqrt{7} - 1; \quad b_2 = -\sqrt{7} - 1$$

$$a_1 = -2 - \sqrt{7} + 1 = -1 - \sqrt{7}; \quad a_2 = -2 + \sqrt{7} + 1 = \sqrt{7} - 1$$

$$\text{Получили два решения где перем а; б} \quad (\sqrt{7}-1; -1-\sqrt{7}) \text{ и } (-1-\sqrt{7}; \sqrt{7}-1)$$

$$1) \quad x^2 = 3 \quad x = \pm\sqrt{3} \quad 2) \quad x^2 = 4 \quad x = \pm 2$$

$$y^2 = 4 \quad y = \pm 2 \quad y^2 = 3 \quad y = \pm\sqrt{3}$$

$$3) \quad x^2 = \sqrt{7} - 1 \quad y^2 = -1 - \sqrt{7} < 0 \Rightarrow \text{решений нет}$$

$$4) \quad x^2 = -1 - \sqrt{7} < 0 \Rightarrow \text{решений нет} \\ y^2 = \sqrt{7} - 1$$

Ответ: $(\sqrt{3}; 2); (-\sqrt{3}; 2); (-\sqrt{3}; -2); (\sqrt{3}; -2); (2; \sqrt{3}); (2; -\sqrt{3}); (-2; \sqrt{3}); (-2; -\sqrt{3})$

Условие монт 433

№5

Посчитаем, сколько всего удовлетворяют условиям, удобным условиям.
На красной стороне может быть от 1 до 16 - 16 вариантов, аналогично, есть 16 вариантов для синей стороны. Значит, всего вариантов 16^2 .
Но условия все карточки у фокусника различны, значит, у него есть все возможные виды карточек. Среди карточек фокусника есть 16 букв гудей (от 1-1 до 16-16) \Rightarrow выберем гудей есть 16 способов. Пусть, мы выберем гудей $a-a$. Тогда, на второй выбранной карточке не должно быть числа a . Карточек с числом a есть 16 ~~на~~ 16 . Посчитаем число карточек с числом a . Если a выпадает на красной стороне, то на синей стороне может быть любое число от 1 до 16 - 16 вариантов; аналогично есть 16 вариантов, если a выпадает на синей стороне. Но мы посчитали 2 раза карточку $a-a \Rightarrow$ всего карточек с числом a $16+16-1=32-1=31$.
Значит, всего карточек без числа a 16^2-31 . Значит, способов выбрать карточки $16(16^2-31)$. Но мы два раза посчитали варианты, где обе карточки - гудей. Т.е. гудей всего 16, то таких вариантов $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 15 \cdot 8 = 120$. Итого, искомое число вариантов равно $16(16^2-31) - 120 = 16(256-31) - 120 = 16 \cdot 225 - 120 = 3600 - 120 = 3480$.

Ответ: 3480.

Умовне завдання 3 из 3

№6. а) Пряма, M-середина CD: по умову

Тангенсівна О отн. M ⇒ OM = MT.

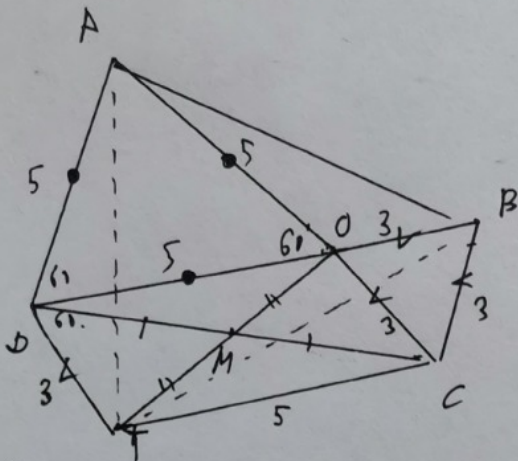
В 4-граннику TDOC гарантовано точкою

пересечения является параллельно ⇒

TDOC - параллелограмм.

Значит, OC = DT (= OB = BC) и

TC = DO (= AD = AB)



Дано:

Δ AOD, Δ BOC - рівносильні

а) D-м: ABT - рівносильний

б) BC=3; AD=5

$$\frac{S_{\Delta ABT}}{S_{ABCD}} = ?$$

Пл.к. Δ AOD - рівносильний: ∠ AOD = 60° ⇒

∠ DOC = 180 - 60 = 120°. TDOC - парал. (гор. боки) ⇒

∠ TDO = 180 - 120 = 60°. ∠ ADO = 60° (м.к. Δ ADO - рівносильний)

Значит, ∠ ADT = 60° + 60° = 120°.

Δ TDA = Δ BOA (по 2-м сторонам и углу между ними), м.к. AD=AO; DT=OB;

∠ ADT = ∠ AOB = 120°. Значит, AB = AT. Аналогічно, AB = BT. Значит, в Δ ABT

все стороны равны ⇒ она равносторонняя, т.е. г.

в) В 4-граннике ABCD AC = AO + OC = 5 + 3 = 8; BD = BO + OD = 3 + 5 = 8.

$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin \angle DOA}{2} = \frac{8 \cdot 8 \cdot \sin 60}{2}$$

$$= \frac{8 \cdot 8 \cdot \sin 60}{2} = \frac{8 \cdot 8 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = 8 \cdot \sqrt{3} = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

по м. косинусов в Δ ADB: AB² = 5² + 8² - 2 · 5 · 8 · cos 60 =

$$25 + 64 - \frac{80}{2} = 89 - 40 = 49 \Rightarrow AB = 7.$$

$$S_{\Delta ABT} = \frac{AB \cdot AT \cdot \sin \angle TAB}{2} = \frac{7 \cdot 7 \cdot \sin 60}{2} = \frac{7 \cdot 7 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2}$$

$$\frac{S_{\Delta ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{7 \cdot 7 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} \cdot \frac{16}{\sqrt{3}}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 7 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2 \cdot \frac{16}{\sqrt{3}}} = \frac{7^2}{2^2 \cdot \frac{16}{\sqrt{3}}} = \frac{49}{128} \cdot \frac{49}{64} = \frac{49}{64}$$

Відповідь: а) показано

Зерновик

$$2x^2 + 2y^2 - x^2y^2 = 2$$

$$x^4 + y^4 - \frac{1}{2}x^2y^2 = 19$$

$$\begin{aligned} x^2 &= a \\ y^2 &= b \end{aligned}$$

$$a^2 - a = \frac{7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5}{2}$$

$$2a + 2b - ab = 2$$

$$2a + 2b - ab = 2$$

$$a + b - \frac{1}{2}ab = 19 \quad \sim \quad 2a + 2b - ab$$

$$2a + 2b - ab = 2$$

$$a^2 + b^2 - \frac{1}{2}ab = 19$$

$$-2a^2 - 2a + 2b^2 - 2b = 21$$

$$2a + 2b - ab = 2 \quad -2a - 2b + ab = 2$$

$$2a^2 + 2b^2 - ab = 19$$

$$a^2 - a + b^2 - b - \frac{21}{2} = 0$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = m^2 - 2n$$

$$1c^2$$

$$2a + 2b - ab = 2$$

$$a^2 + b^2 - \frac{1}{2}ab = 19$$

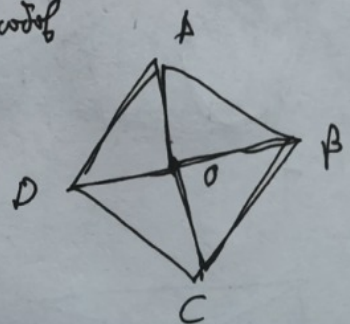
$$2m - 2n = 2$$

$$m^2 - 2n - \frac{1}{2}n = 19$$

$$2m^2 - 5n = 38$$

$1c^2$ - выражение бер

Вотпуск вышло - 16 часов



Умножим:
Еще два раза:

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix} \quad \text{Еще } 15 \text{ часовых сумми}$$

$$16 \cdot (16^2 - 16) = 16^2 \cdot (16 - 1) = 16^2 \cdot 15$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 16 \\ \hline 48 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ \hline 16 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 31 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 225 \\ \hline 39 \\ \times 225 \\ \hline 1350 \\ \times 225 \\ \hline 3600 \\ \hline 1200 \\ \hline 3480 \end{array}$$



D → A B → C

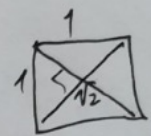
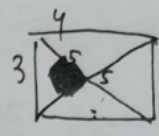
Leptobica

$$2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 - 4 \cdot 3 = 6 + 8 - 12 = 2$$

$$9 + 16 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 25 - 6 = 19$$

5 5 6 4 5 7

$$20 + 12 = 32$$



$$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 1}{2}$$

1-1
1-2
1-3
1-...-16
2-1
2-3
2-16

15:30

$$\frac{7 \cdot 7 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2}$$

$$\frac{16}{2} = 8$$

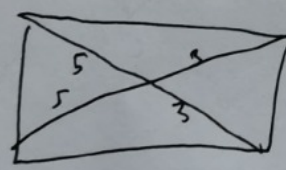
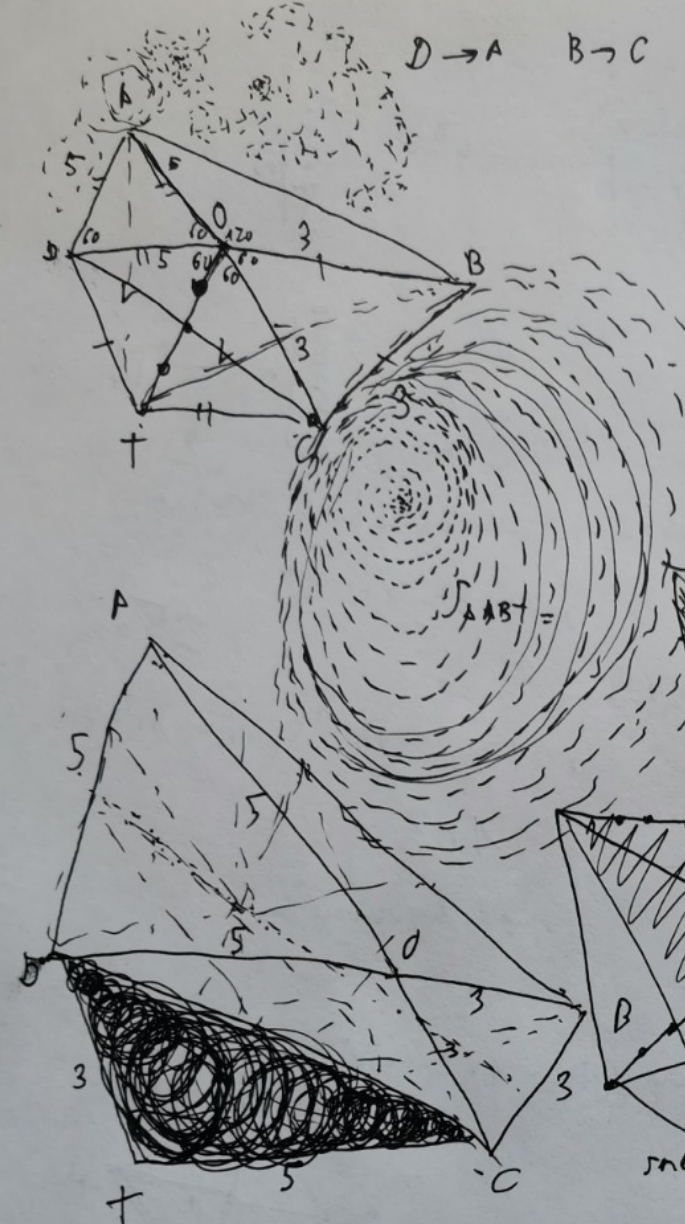
$$\frac{3 \cdot 16}{8} = 6$$

16

$$\frac{120}{8} = 15$$

$$a^2 \cdot \sqrt{3}$$

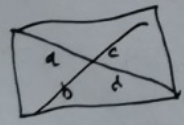
$$8(16^2 - 31)$$



$$\cos 120 = -\frac{1}{2}$$

$$5 \cdot 5 \cdot \cos 60 + 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 60 + 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 60 + 3 \cdot 3 \cdot \cos 60 = \frac{5 \cdot 60}{2} \cdot (5+3)^2 - 5 \cdot 60$$

$$8(2 \cdot (16^2 - 31) - 15)$$



$$\frac{\sin 2}{2} (ab + cd + ac + bd) = \frac{\sin 2}{2} (a+b)(c+d) =$$

$\frac{\sin 2}{2}$	$\frac{30}{2}$	$\frac{45}{2}$	$\frac{60}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{255}{2}$	$\frac{24}{2}$
$\frac{\cos 2}{2}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{450}{2}$	$\frac{435}{2}$