Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211007215**

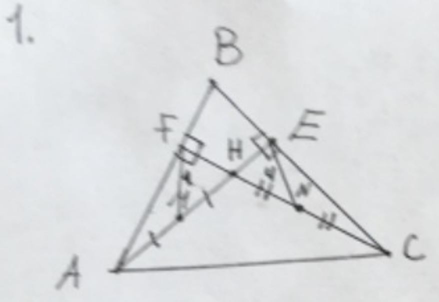
ID профиля: **373732**

Вариант 16

Вариант 16 Математика, 9 кл.

Чистовик

1.



Дано:
$\triangle ABC$
CF и AE – его высоты
H – пересеч. высот CF и AE
$FM = 1$ M – середина AH, N – середина CH
$EN = 4$
$FM \parallel EN$

Найти:
$\angle ABC$, $S_{\triangle}ABC$, R – радиус опис. около $\triangle ABC$ окр.

Решение:

Расм. $\triangle AFH$ и $\triangle HEC$, FM – медиана к стороне AH, FN – медиана к стороне CH (т.к. M – ~~середин~~ середина AH, а N – середина HC), $\angle AFH = 90°$, $\angle HEC = 90°$ (т.к. CF и AE – высоты по усл.) $\Rightarrow \triangle AFH$ и $\triangle HEC$ – прямоугольные треугольники $\Rightarrow$ AH – гипотенуза $\triangle AFH$, а CH – гипотенуза $\triangle HEC$ (т.к. лежат против угла $90°$)

$\Rightarrow FM = \frac{1}{2}AH = AM = MH$, $EN = \frac{1}{2}HC = EN = NC$ (т.к. медиана проведенная к гипотенузе, равна её половине

$\Rightarrow AH = 2$, ~~AM = MH = 1~~ $HC = 8$, $HN = NC = 4$
$AM = MH = 1$

Расм. $\triangle FMH$ и $\triangle HEN$, $\angle FHM = \angle EHN$ (т.к. вертик.), $\angle HFM = \angle HNE$ (т.к. накрест лежащие при $\parallel$ прямых)

$\Rightarrow \triangle FHM \sim \triangle HEN$ по I-му признаку подобия

$\Rightarrow \frac{FM}{EN} = \frac{FH}{HN} = \frac{MH}{HE} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{FH}{HN} = \frac{1}{4}$, $HN = 4$ (по доказ. выше) $\Rightarrow \frac{FH}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow FH = 1$

~~$\frac{NH}{NH}$~~ $\frac{MH}{HE} = \frac{1}{4}$, $MH = 1$ (по доказ. выше) $\Rightarrow \frac{1}{HE} = \frac{1}{4} \Rightarrow HE = 4$

Итого $FH = 1$, $AH = 2$ $\Rightarrow \angle FAH = 30°$ (т.к. $\triangle AFH$ – прямоуг. и катет лежащий против этого угла равен половине гипотенузы)

Аналогично $\angle HCE = 30°$, т.к. $HE = \frac{1}{2}HC = 4$

$\Rightarrow \angle FHA = 90° - \angle FAH = 90° - 30° = 60°$ (т.к. сумма острых углов в прямоугольном $\triangle$ равна $90°$)

$\Rightarrow \angle FHE = 120°$ (т.к. смежный с углом $60°$)

1

Вариант 16 Математика, 9кл

Чистовик

1. (продолжение)

сумма углов четырёхугольника равна $360°$

$\Rightarrow$ для ~~FBH~~ FBEH $\angle BFH + \angle BEH + \angle FBE + \angle FHE = 360°$

$\angle BFH = \angle BEH = 90°$, т.к. CF и AE – высоты

$\angle FHE = 120°$ (по доказ. выше

$\Rightarrow \angle FBE = \angle ABC = 60°$

~~Для $\triangle AB$~~ Для $\triangle AFH$

по т. Пифагора (т.к. AFH – прямоуг.)

$AF^2 = AH^2 - FH^2 = 3 \Rightarrow AF = \sqrt{3}$

Аналогично по т. Пифагора для $\triangle HEC$

$EC = 4\sqrt{3}$

По лемме о высотах для $\triangle ABC$

$\triangle FBE \sim \triangle CBA$ и $\angle BEF = \angle BAC$, $\angle BFE = \angle BCA$

$$\Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BA} = \frac{FE}{AC}$$

Рассм. ~~$\triangle BFE$~~ $\triangle FEH$ и $\triangle AHC$

$$\frac{HE}{AH} = \frac{FH}{HC} = \frac{1}{2}, \angle FHE = \angle AHC \text{ (т.к. вертик.)}$$

$\Rightarrow \triangle FHE \sim \triangle AHC$ по II-му признаку подобия

$$\Rightarrow \frac{FE}{AC} = \frac{FH}{HC} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ для подобных $\triangle FBE$ и $\triangle CBA$, коэф. подобия равен $\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{2}, \text{ т.к. } \frac{FE}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{BF}{BE + 4\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \\ \frac{BE}{BF + \sqrt{3}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BF = \frac{BE + 4\sqrt{3}}{2} \\ 2BE = \frac{BE + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2} \\ BE \neq -4\sqrt{3} \\ BF \neq -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BF = 3\sqrt{3} \\ BE = 2\sqrt{3} \\ BE \neq -4\sqrt{3} \\ BF \neq -\sqrt{3} \end{cases}$$

2

211007215 (U373732 M1276482)

Вариант 16 Математика, 9 кл.

Чистовик

1. (продолжение)

$\Rightarrow AB = AF + FB = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$BC = BE + EC = 6\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ по т. ~~ког~~ косинусов для $\triangle ABC$

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos 60^\circ} = \cancel{\sqrt{27 + 48 - 2 \cdot 36 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{39}} =$

$= \sqrt{48 + 108 - 2 \cdot 72 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$

$S_{\triangle}ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$

по т. ~~синуса~~ синусов для $\triangle ABC$

$\frac{AC}{\sin 60^\circ} = 2R$

$\Rightarrow \overset{2\sqrt{21}}{\cancel{\sqrt{39}}} = \sqrt{3}R$

$\Rightarrow R = \cancel{\sqrt{13}}\, 2\sqrt{7}$

$\Rightarrow$ Ответ: $\angle ABC = 60^\circ$, $S_{\triangle}ABC = \overset{18\sqrt{3}}{\cancel{18\sqrt{3}}}$, $R_{опис} = \overset{2\sqrt{7}}{\cancel{\sqrt{13}}}$

3

Математика, 9 кл

Решение: Вариант 16
Частович

3. Упрощаем ~~выражение~~ уравнение окружности, чтобы найти B

1) Делим на a^2, $a\neq 0$ $\Rightarrow x^2+y^2-4ax-\frac{2}{a}x+2y+4a^2+\frac{1}{a^2}=0$

2) Выделяем полный квадрат с x и y:

$$x^2-2\left(2a+\frac{1}{a}\right)x+\left(2a+\frac{1}{a}\right)^2-\left(2a+\frac{1}{a}\right)^2=\left(x-2a-\frac{1}{a}\right)^2-\left(2a+\frac{1}{a}\right)^2 \quad (2)$$

$$y^2+2y+1-1=(y+1)^2-1 \quad (1)$$

3) Подставим (1) в (2) и раскрываем $(a+\frac{1}{a})^2$:

$$\left(x-2a-\frac{1}{a}\right)^2+(y+1)^2-\left(4a^2+4+\frac{1}{a^2}\right)-1+4a^2+\frac{1}{a^2}=0$$

4) Получаем уравнение окр:

$$\left(x-2a-\frac{1}{a}\right)^2+(y+1)^2=5$$

Точка $B=\left(2a+\frac{1}{a};-1\right)$

Первое упрощается: $(x-2a-y)^2+(y+a)^2=0$

$$\begin{cases} x-2a-y=0 \\ y+a=0 \end{cases}$$

$A=(a;-a)$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2a+\frac{1}{a}>3 \\ a<3 \\ a\neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2a+\frac{1}{a}<3 \\ a>3 \end{cases} \end{array}\right. \text{ и } a\neq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2a^2+1-3a>0 \\ a<3 \\ a\neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2a^2+1-3a<0 \\ a>3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$\frac{1}{2}$, 1, 3 $\quad a\in\varnothing$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2a^2-3a+1>0 \\ a<3 \\ a\neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a>3 \\ a\in(\frac{1}{2};1) \end{cases} \Rightarrow a\in\varnothing \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2-3a+1>0 \\ a<3 \\ a\neq 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Рассм $a<0 \Rightarrow a\in\varnothing$

Рассм $0<a<3$

$\Rightarrow (a-\frac{1}{2})(a-1)<0$

0, $\frac{1}{2}$, 1, 3

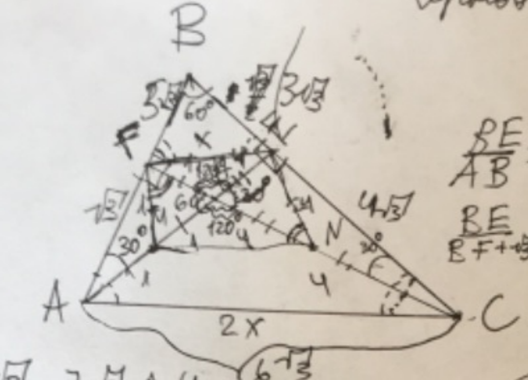
$\Rightarrow a\in(0;\frac{1}{2})\cup(1;3)$

Ответ: $a\in(0;\frac{1}{2})\cup(1;3)$

5

Черновик

1.



$\frac{BE}{AB} = \frac{1}{2}$ $(9\sqrt{3})^2 = 81 \cdot 3 = 243$

$\frac{BE}{BF+\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$ $2BE = \frac{BE+4\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} =$

$= 3BE = 6\sqrt{3}$

$BE = 3\sqrt{3}$

$2BE = 27 \cdot 3 = 81$

$\frac{BF}{BE+4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$ $2BF = BE + 4\sqrt{3}$

По т. кос.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos 60^\circ} =$

$= \sqrt{27 + \frac{243}{2} - 81 \cdot \frac{1}{2}} =$

$= \sqrt{27 + \frac{162}{2}} =$

$= \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

$108 = 4 \cdot 27 = 2^2 \cdot 3^3$

$6\sqrt{3}$ $7\sqrt{3} + 4 - 1 = 3$

$\Rightarrow AB = 6\sqrt{3}$ $64 - 16 = 48$

cos

$4\sqrt{3}$

$(4\sqrt{3})^2 = 16 \cdot 3 = 48$

$AB = 3\sqrt{3}$ $\frac{9\sqrt{3}}{2} = BC$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ = \frac{81\sqrt{3}}{8}$

$\frac{6\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R$

$6\sqrt{3} = \sqrt{3}R$

$3 \cdot 36 = 108$ $6 = R$

$\frac{BF}{BE+4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

$BF = \frac{BF+4\sqrt{3}}{2}$

$BE =$ $\frac{BE}{BF+\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

$27 + 48 - 2 \cdot 36 \cdot \frac{1}{2} =$

$= 27 + 12 = 39$

$BE = \frac{BF+\sqrt{3}}{2}$

$2BE = \frac{BE + 6\sqrt{3}}{2}$

$24 \cdot 3 = 72$

$156 - 72 = 84$

Черновик

Пусть M - наиб.
Тогда m - наим.
S-сумма ост.

$\Rightarrow$ 1) $\cancel{M+}35m + S + M = 592$
2) $m + S + 16M = 592$ вычит.

$34m - 15M = 0$

$34m = 15M$

Зам. $34 = 2 \cdot 17$ $15 = 3 \cdot 5$ взаимно просты
Тогда min возм. $m = 15$, $M = 34$
Тогда $S = 592 - (16 \cdot M + m) = 33$ сумма чисел между m и M

$715 = 2 \cdot 16$

$16 \cdot 34$ 30 64

$$\begin{array}{r} \times 34 \\ 16 \\ \hline 204 \\ 34 \\ \hline 544 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 64 \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 68 \\ 15 \\ \hline 340 \\ 68 \\ \hline 1220 \end{array}$$

$\sqrt{3} \approx \sqrt{13}$ $\sqrt{28}$
$4\sqrt{3} = \sqrt{48}$

$2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

2

Вариант 16 Математика, 9 кл.

Чистовик

Решение

2. Пусть m - наим., тогда M - наиб., S - сумма остальных чисел (без m и M)

$$\Rightarrow \begin{cases} 35m+S+M=592 \ (1) \\ m+S+16M=592 \ (2) \end{cases}$$

Вычтем из (1) - (2)

Получаем $34m-15M=0$

$\Rightarrow 34m=15M$

Заметим, что $34=2\cdot17$ и $15=3\cdot5$ взаимнопросты (*)

$\Rightarrow$ минимальновозможные $m=15$, $M=34$, если возьмём больше, а это ~~m = 2·15~~ числа в n раз больше т.к. (*)

$\Rightarrow$ n - натурально, т.к. m и M - натуральные по усл.

$\Rightarrow$ следующие минимально возм. числа - это 30 и 68, то $68\cdot15=1220>592$ $\Rightarrow$ если мы будем брать ещё больше то у нас M будет больше, чем 592, а т.к. все числа натуральные по усл. (это противоречие т.к. сумма не равна 592), то $\Rightarrow$ $n=1$ $\Rightarrow$ $m=15$ и $M=34$

$\Rightarrow S=592-(16M+m)=33$

$\Rightarrow$ т.к. числа суммы S, точно больше m по усл, то $S=16+17=33$ и только, т.к. числа различны и натуральные по усл.

$\Rightarrow$ только один набор чисел: 15, 16, 17, 33

Ответ: 15, 16, 17, 33

4

211007215 (U373732 M1276482)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211007215**

ID профиля: **373732**

Вариант 16

Математика, 9кл

Вариант 16, часть 2

Чистовик

4. ~~Дано:~~

Решить: $\begin{cases} 2x^2+2y^2-x^2y^2=2 \\ x^4+y^4-\frac{1}{2}x^2y^2=19 \end{cases}$

Решение: $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$

Замена: $x^2+y^2=a$
$x^2y^2=b$, заметим, что $a \geq 0$ и $b \geq 0$, т.к. ~~квадраты~~ произв и сумма квадратов всегда ~~больше~~ ≥ 0

$\Rightarrow \begin{cases} 2a-b=2 \\ a^2-2{,}5b=19 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2a-2 \\ a^2-5a+5=19 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b=2a-2 \\ a^2-5a-14=0 \; (1) \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=12 \\ a=7 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} b=-6 \\ a=-2 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \text{не подходит} \end{array} \right. \Leftrightarrow$

Решим (1)

$a^2-5a-14=0$

По т. Виета:

$\begin{cases} a_1+a_2=5 \\ a_1 \cdot a_2=-14 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a_1=7 \\ a_2=-2 \end{array} \right.$

$\begin{cases} x^2+y^2=7 \\ x^2y^2=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=7-y^2 \\ -y^4+7y^2-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=7-y^2 \\ y^4-7y^2+12=0 \; (2) \end{cases} \Leftrightarrow$

Решим (2)

$y^4-7y^2+12=0$

Пусть $y^2=t \Rightarrow t>0$

$\Rightarrow t^2-7t+12=0$

$\Rightarrow$ По т. Виета: $\left[\begin{array}{l} t_1=3 \\ t_2=4 \\ t>0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y^2=3 \\ y^2=4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\pm\sqrt{3} \\ y=\pm 2 \end{array} \right.$

1

Математика, 9 кл

Вариант 16, часть 2

Чистовик

4. (продолжение)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x^2 = 4 \\ y^2 = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 = 3 \\ y^2 = 4 \end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x = 2 \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -2 \end{cases}\end{array}\right.$$

Ответ: $(2; \sqrt{3})$; $(-2; \sqrt{3})$; $(2; -\sqrt{3})$; $(-2; -\sqrt{3})$; $(-\sqrt{3}; 2)$; $(-\sqrt{3}; 2)$; $(\sqrt{3}; -2)$; $(-\sqrt{3}; -2)$.

2

211007215 (U373732 M1276483)

Математика, 9 кл.

Вариант 16, часть 2
Чистовик

5. Решение:

~~16²~~ Посчитаем сколько карт всего: $16^2 = 256$

Заметим, что дублей всего 16, т.к. все карты различны.
дубли: 1:1, 2:2, ... 16:16.

Карт не дублей всего $16 \cdot 15 = 240$

~~Если у нас есть дубль, а Хотя бы один дубль = дубль~~

Посчитаем сколько карт не содержит, то число, которое на карте дубля.

$15 \cdot 15 = 225$

$\Rightarrow$ Всего способов вытянуть хотя бы один дубль и карту не содержащую число на, кот. на карте дубля $\rightarrow 16 \cdot 225 = 3600$

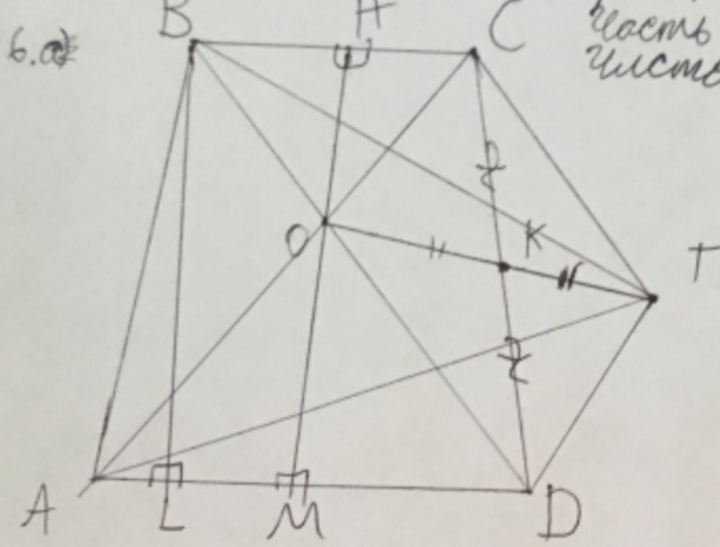
Ответ: 3600 способов

3

211007215 (U373732 M1276483)

Вариант 16, Математика, 9 кл.
Часть 2
Чистовик

№6.а)



Дано:

ABCD – 4-угольник

(·)O – точка пересеч. диаг. BD и AC

(·)K – центр CD

(·)T симметрична (·)O относительно (·)K.

△BOC – правильный

△AOD – правильный

а) Д-ть: △ABT – правильный

а)

Доказательство:

Раз △BOC и △AOD – правильные, то

$BO = OC = BC$, $\angle BOC = \angle OCB = \angle OBC = 60^\circ$,

$AO = OD = AD$, $\angle OAD = \angle ADO = \angle AOD = 60^\circ$

$\Rightarrow BC \parallel AD$, т.к. накр. лежащие углы равны

($\angle OBC = \angle ADO$) $\Rightarrow$ ABCD – трапеция

Раз (·)O симметрично (·)T относ. (·)K, то

$OK = KT$

$\Rightarrow$ OCTD – пар-м. по признаку (т.к. диаг. делятся пополам.) $OK = KT$, $CK = KD$ (по усл.)

Рассм. △BOA и △COD

$\angle BOA = \angle COD$, т.к. ~~смежн.~~ вертик.

$BO = OC$, $AO = OD$

$\Rightarrow$ △BOA = △COD по I-му признаку равенства треугольников

$\Rightarrow AB = CD$

$\Rightarrow$ ABCD – р/б трапеция

(4)

Вариант 16, часть 2 Математика, 9кл

Чистовик.

N 6 а) (продолжение а)

Раз $\triangle$ OCTD – пар-м

$\Rightarrow$ по св-ву пар-ма:

$\angle COD = \angle CTD$; $OC = TD$ (OB по усл.); $OD = CT$ (OD по усл.) (**); $CT \parallel OD$, $OC \parallel DT$ (*)

$\Rightarrow \triangle ABO = \triangle CDT$ по I-ому признаку р-ва треуг.

Заметим, что $DT = OC = BC$ (из доказ. по усл.)

$\Rightarrow$ BTCD – р/б трапеция (**)

$\Rightarrow BT = CD$ по св-ву р/б трап.

$CT = OD = AD$

$\Rightarrow$ ACTD – р/б трап. (*)

$\Rightarrow AT = CD$ (по св-ву р/б трап.)

$CD = AB$ (из р-ва $\triangle ABO$ и $\triangle CTD$)

$\Rightarrow CD = AB = BT = AT$

$\Rightarrow \triangle ABT$ – правильный т.к. его стороны между собой равны. ч.т.д.

5

Вариант 16, Математика, 9кл
часть 2
Чистовик.

№ 26) Дополнительно к усл. „Дано": $BC=3$; $AD=5$

Найти: $\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{\triangle ABCD}}$ Решение:

$\triangle BOC$ проведём высоту OH

$\triangle BOC$ - правильный со ст. 3 $\Rightarrow$

$OH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\triangle AOD$ - проведём высоту OM

$\triangle AOD$ - равносторонний со ст. 5

$\Rightarrow OM = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

HM - высота трапеции $ABCD$

$(HM = 4\sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

Проведём высоту BL на основание OD

$\Rightarrow BL = HM$

Рассм. $\triangle ABL$ - прямоуг

$AL = (5-3):2 = 1$

$\Rightarrow AB = \sqrt{BL^2+1^2} = \sqrt{16\cdot 3+1} = 7$

Площадь трапеции $S\,ABCD = \frac{1}{2}(BC+AD)\cdot HM = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$

Площадь р/с треуг. $S\,ABT$ - равностор. $= \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(AB)^2 = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

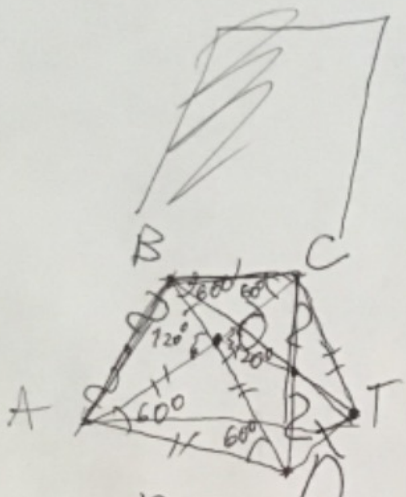
$\Rightarrow \frac{SABT}{SABCD} = \frac{49\sqrt{3}}{4\cdot 16\sqrt{3}} = \frac{49}{64}$

$\Rightarrow$ Ответ: ~~SABC~~ $\frac{SABT}{SABCD} = \frac{49}{64}$

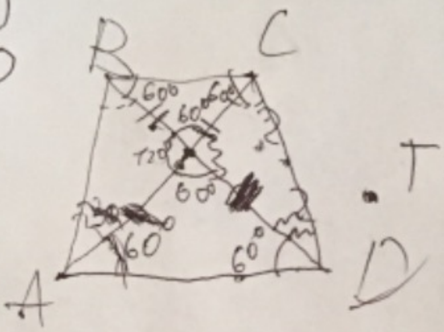
6

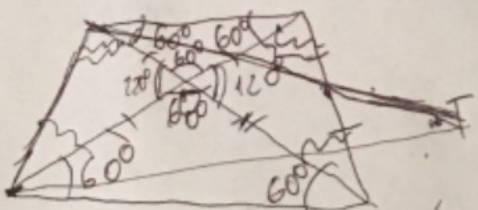
211007215 (U373732-M1276483)

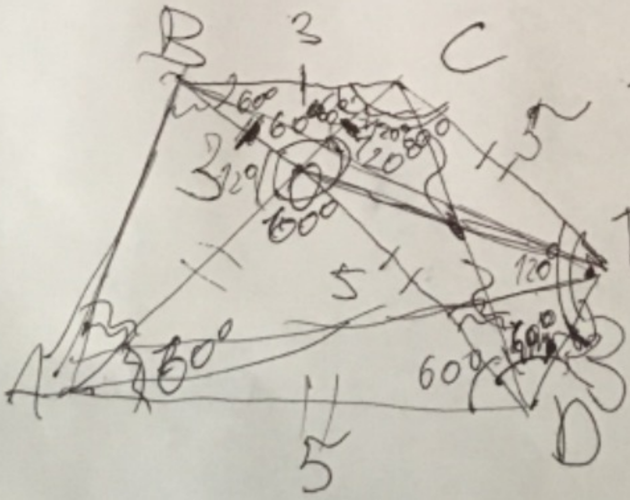
Черновик



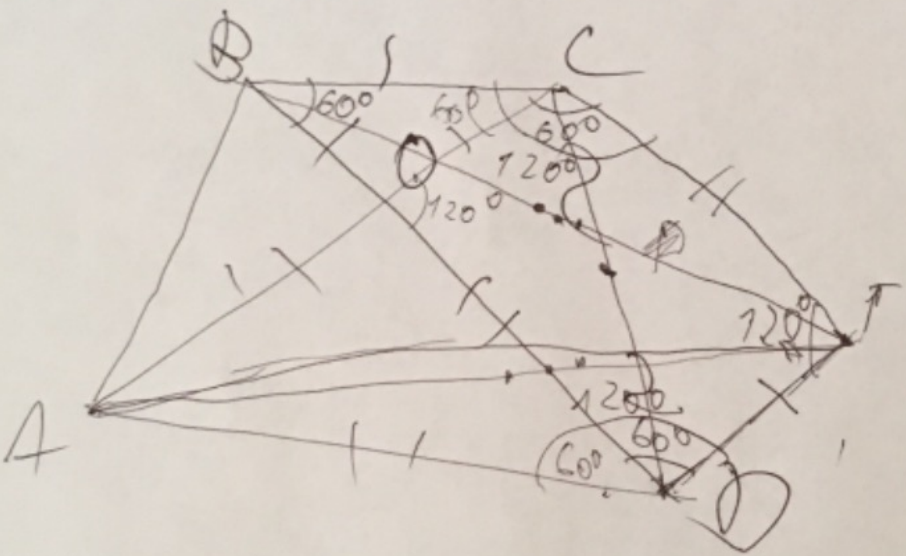
BC||AD







Черновик



Черновик.

$16 \cdot 15$

5

$AB = BA$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 16 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

256 – карточек

$16 \cdot 15 =$

$C_{16}^{1} \cdot C_{240}^{1}$

$16 \cdot 240 =$

$$\begin{array}{r} \times 240 \\ 16 \\ \hline 1440 \end{array}$$

32

3

$16 \cdot 225 = 1$

$$\begin{array}{r} \times 225 \\ 16 \\ \hline 1350 \\ 225 \\ \hline 3600 \end{array}$$

4. черновик

№1

$$\begin{cases} 2x^2+2y^2-x^2y^2=2 \\ x^4+y^4-\frac{1}{2}x^2y^2=19 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} y^2=4 \\ x^2=3 \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} y^2=3 \\ x^2=4 \end{array} \right. \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} y=\pm 2 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array} \right. \\ \left[\begin{array}{l} y=\pm\sqrt{3} \\ x=\pm 2 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$-x^2y^2$

$2(x^2+y^2 \cancel{2}((x+y)^2-2xy)=2$

$2((x+y)^2-2xy)-x^2y^2=2$

$y^2=3$ или $y^2=4$

$y=\pm\sqrt{3}$ $y=\pm 2$

$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2 \cancel{-2}x^2y^2 - \frac{1}{2}x^2y^2 = xg =$

$(t-3)(t-4)=$

$=((x+y)^2-2xy)^2-2{,}5x^2y^2=19$

Пусть $x+y=a$

$xy=b$

$y^2=t$

$t^2-7t+12=0$

$2(a^2-2b)-b^2=2$

$y^4-7y^2+12=0$

$2a^2-4b-b^2=2$

$x^2=7-y^2$

$(a^2-2b)^2-2{,}5b^2=19$

$7y^2-y^4=12$

$a^4-2a^2b+4b^2-2{,}5b^2=19$

$a^4-2a^2b-1{,}5b^2=19$

$(x+y)^2=7+4\sqrt{3}$

$xy=2\sqrt{3}$

$2(a^2+1)=(4-b)^2$

$a^2+1=\frac{(4-b)^2}{2}-1$

$x^2+y^2=7$

$x^2y^2=12$

$\Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=7 \\ b=12 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-2 \\ b=-6 \end{cases} \text{ нет} \end{array} \right.$$

Пусть $x^2+y^2=a$

Тогда $x^2y^2=b$

$\Rightarrow 2a-b=2$

$(x^2+y^2)^2-2x^2y^2-\frac{1}{2}$

$a^2-2{,}5b=19$

$$\begin{cases} b=2a-2 \\ a^2-5a+5=19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=2a-2 \\ a^2-5a-14=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=2a-2 \\ (a-7)(a+2)=0 \end{cases}$$

211007215 (U373732 M1276483)