Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211006303**

ID профиля: **836978**

Вариант 16

Черновик

$A(x;y)$

$5a^2-4ax+6ay+x^2-2xy+2y^2=0$

$a^2x^2+a^2y^2-4a^3x-2ax+2a^2y+4a^4+1=0$ ← окр-ть с ц. B

A и B по разные ст. от прямой $x=3$.

Т.е. $(x_A-3)(x_B-3)<0$

$\cancel{(ax-2a^2)^2+2ay+a}$

$a^2x^2-(4a^3+2a)x+a^2y^2+2a^2y+4a^4+1=0$

$a^2x^2-2a(1+2a^2)x+(1+2a^2)^2+a^2y^2+2a\cdot ay+a^2+4a^4+1=0$
$-(1+2a^2)^2$

$(ax-(1+2a^2))^2+(ay+a)^2+\cancel{4a^4}+\cancel{1}-\cancel{1}-\cancel{4a^4}-4a^2=0$

$(ax-(1+2a^2))^2+(ay+a)^2=4a^2=(2a)^2$

$2(-a)^2$

$\left(x-\frac{1+2a^2}{a}\right)^2+(y+1)^2=4$

$\left(\frac{1+2a^2}{a};-1\right)$

$(x_A-3)\left(\frac{1+2a^2}{a}-3\right)<0$

$5a^2-4ax+6ay^2+x^2-2xy+2y^2=0$.

$(4a^2-4ax+x^2)^2+a^2+6ay^2-2xy+2y^2=0$

≥ 0

$x^2-x(2y+4a)+4y^2+16a^2+16ay$

$\frac{1+2a^2}{a}-3>0$

$\frac{1+2a^2-3a}{a}>0$ $\quad \frac{2a^2-3a+1}{a}>0$ $\quad \frac{(a-1)(2a-1)}{a}$

$-\ +\ -\ +$; $0\quad \frac{1}{2}\quad 1$

211006303 (U836978 M1275787)

Задача 2

Обозначим написанные на доске числа как $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$
Пусть $a_1 < a_2 < \ldots < a_n$ (В условии сказано, что числа попарно различны, поэтому их можно так упорядочить).

Запишем уравнением первое условие:

$35a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + a_n = 592$ (1)

И второе условие:

$a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + 16a_n = 592$ (2)

(1)(2) $\Rightarrow 35a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + a_n = 592 = a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + 16a_n$

Сократим с обеих частей $a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1}$

Получится, что

$35a_1 + a_n = a_1 + 16a_n$

Сократим с обеих частей $a_1 + a_n$. Получим, что

$34a_1 = 15a_n$.

Мы знаем, что все числа $\in \mathbb{N}$ $\Rightarrow a_n \geq 1$

$$35a_1 + \underbrace{a_2 + \ldots + a_{n-1}}_{\geq 0} + \underbrace{a_n}_{\geq 1} = 592$$

$\Rightarrow 35a_1 \leq 591$

$a_1 \leq 591 : 35 = 16\frac{31}{35}$

$\Rightarrow a_1 \leq 16$, т.к. оно $\in \mathbb{N}$

Аналогично $a_1 \geq 1$

$$\underbrace{a_1}_{\geq 1} + \underbrace{a_2 + \ldots + a_{n-1}}_{\geq 0} + 16a_n = 592$$

$\Rightarrow 16a_n \leq 591$

$a_n \leq 591 : 16 = 36\frac{15}{16}$

$\Rightarrow a_n \leq 36$, т.к оно $\in \mathbb{N}$

$34a_1 = 15a_n$

$\Rightarrow 34a_1 \vdots 15$ 34 и 15 взаимно простые $\Rightarrow$ $\underbrace{a_1 \vdots 15 \quad a_1 \le 16}$

$\Downarrow$

$a_1 = 15$

$34a_1 = 15a_n$

$\Rightarrow 15a_n \vdots 34$ 34 и 15 взаимно простые $\Rightarrow$ $\underbrace{a_n \vdots 34 \quad a_n \le 36}$

$\Downarrow$

Либо $a_n = 34$

Либо $a_n = 17$

1 случ) $a_1 = 15$ $a_n = 17$

Есть 2 случая: 1) Всего 2 числа $n=2$: 15 и 17

$15 \cdot 35 + 17 = 542 \ne 592$?!

2) Всего 3 число $n=3$: 15, 16 и 17

$15 \cdot 35 + 16 + 17 = 558 \ne 592$?!

2 случ) $a_1 = 15$ $a_n = 34$

$15; a_2; a_3; \ldots; a_{n-1}; 34$

1) Если $n = 3$

$15 \quad a_2 \quad 34$

$15 \cdot 35 + a_2 + 34 = 592$

$\Rightarrow a_2 = 33$ $15 < 33 < 34$ – подходит.

15; 33; 34 – один из ответов.

2) Если $n = 4$

$15 \quad a_2 \quad a_3 \quad 34$

$a_2 \ge 16$ $a_3 \ge 17$ (т.к $a_2 > 15$ $a_3 > a_2$ и при этом $a_2, a_3 \in \mathbb{N}$)

$\Rightarrow 15 \cdot 35 + a_2 + a_3 + 34 \ge 525 + 34 + a_2 + a_3 \ge 559 + 16 + 17 = 559 + 33 = 592$

Наша сумма ≥ 592 при этом она равно 592 $\Rightarrow$ Все неравенства обращаются

в равенства $a_2 = 16$ $a_3 = 17$

Проверим 2 условие $15 + 16 + 17 + 16 \cdot 34 = 48 + 544 = 592$ Действительно,

эти числа подходят.

3) Если $n \geq 5$

$a_2 \geq 16$ $a_3 \geq 17$ $a_4 \geq 18$

Если $\uparrow a_1$ в 35 раз, сумма получится не менее

$15 \cdot 35 + 16 + 17 + 18 + 34 = 525 + 33 + 18 + 34 = 610 > 592$?!

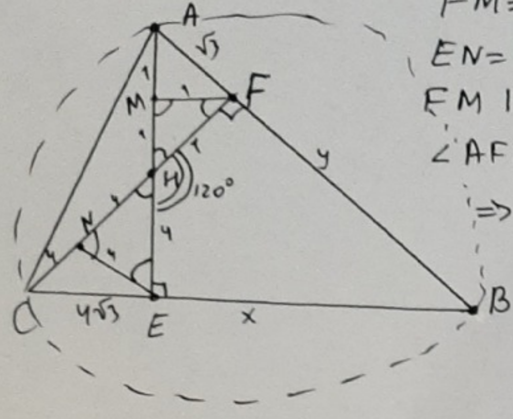
4) Если $n = 2$

$a_1 = 15$ $a_n = 34$

$15 \cdot 35 + 34 = 525 + 34 = 559 \neq 592$?! => Этот вариант не подходит.

Ответ: $\overbrace{15; 33; 34}^{\text{числа}}$ или $\overbrace{15; 16; 17; 34}^{\text{числа}}$.

Задача 1



$FM=1$

$EN=4$

$FM \parallel EN$

$\angle AFH=90° \Rightarrow \triangle AFH$ - прямоугольный

$\Rightarrow FM$ - медиана $2FM=AH$

$AM=MH=MF=1$

Аналогично т.к $\triangle CEH$ - прямоугольный $\Rightarrow$

$CN=NH=EN=4$

$\Rightarrow$ Т.к $MH=FM \Rightarrow \angle MHF=\angle MFH$

$\angle MHF=\angle NHE$ (т.к они вертикальные)

Т.к $NH=NE \Rightarrow \angle NHE=\angle NEH$

$\triangle AHF \sim \triangle CHE$ ($\angle AHF=\angle CHE$ (вертик)

$\angle AFH=\angle CEH=90°$ т.к AE и CF - высоты)

~~Все углы соответствующие элементы равны~~

~~Все углы медианой и стороной, к которой она проведена, равны соответствующим в другом треугольнике.~~

$FM \parallel EN = \angle MFH=\angle ENH$ } пары накрест лежащих углов.

также $\angle HMF=\angle HEN$

$\Rightarrow$ В $\triangle HMF$ и $\triangle NHE$ все углы равны $\Rightarrow$ $HM=MF=FH=1$

$NH=NE=HE=4$

Все углы в $\triangle MHF$ равны $\Rightarrow$ все углы $60°$

$\angle FHF=60° \Rightarrow \angle EHF=120°$ (Смежный с ним)

∡ $EHFB$. В нем известны 3 угла $120°; 90°; 90° \Rightarrow$ Ост. угол, т.е

$\angle B=60°$.

$\angle ABC=60°$.

∡ описанную окружность $\triangle ABC$.

Мы знаем, что $\frac{AC}{\sin\angle ABC}=2R$ $\quad R=\frac{AC}{2\cdot\sin 60°}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2}=\frac{AC}{\sqrt{3}}$

Рассм. $\triangle ACH$ в нем $CH=8$ $(CN=NH=4)$
$AH=2$ $(AM=MH=1)$

$\angle AHC=120^\circ$ (смежный с $\angle AHF=60^\circ$)

$\Rightarrow AC=\sqrt{64+4-2\cdot2\cdot8\cdot\cos120^\circ}=\sqrt{68+2\cdot\cancel{2}\cdot8\cdot\frac{1}{\cancel{2}}}=\sqrt{68+16}=\sqrt{84}$ (Теорема косинусов)

$R=\frac{\sqrt{84}}{\sqrt{3}}=\sqrt{28}$

$R=\sqrt{28}$

Рассм. $\triangle CEH$ Он прямоугольный $\Rightarrow CH^2=EH^2+CE^2$

$64=16+CE^2$

$CE^2=48$

$CE=4\sqrt{3}$

Рассм. $\triangle AHF$ Аналогично $AH^2=AF^2+FH^2$

$4=1+AF^2$

$AF^2=3$

$AF=\sqrt{3}$

$AFEC$ – впис. четырехуг., т.к $\angle CEA=\angle CFA=90^\circ$

$\Rightarrow BF\cdot BA=BE\cdot BC$

$\exists\ |BF|=y$ $|BE|=x$

$y\cdot(y+\sqrt{3})=x\cdot(x+4\sqrt{3})$ (*)

Рассм. $\triangle AHF$ $\angle H=60^\circ$ $\angle F=90^\circ\Rightarrow\angle A=30^\circ$

Рассм. $\triangle AEB$ $\angle A=30^\circ$ $\angle E=90^\circ\Rightarrow 2EB=AB$

$2x=y+\sqrt{3}$ (v)

(*)(v) $\Rightarrow y=2x-\sqrt{3}$

$(2x-\sqrt{3})\cdot2x=x(x+4\sqrt{3})$ $x\neq0$ (т.к остроуг. $\triangle$)

$2(2x-\sqrt{3})=x+4\sqrt{3}$

$4x-2\sqrt{3}=x+4\sqrt{3}$

$3x=6\sqrt{3}$

$x=2\sqrt{3}$

$AB = \sqrt{3} + y$

$y = 2x - \sqrt{3} = 4\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$AB = 4\sqrt{3}$

$S_{\triangle ABC} = AB \cdot CF \cdot \frac{1}{2} = \cancel{4}^{2}\sqrt{3} \cdot 9 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 18\sqrt{3}$

Ответ: $\angle ABC = 60°$ угол $R = \sqrt{26}$ радиус $S = 18\sqrt{3}$ - площадь.

Задача 3

∡ Окр-ть с центром в (·) B

$a^2x^2+a^2y^2-4a^3x-2ax+2a^2y+4a^4+1=0$

$(ax-(1+2a^2)^2)^2+(ay+a)^2+\cancel{4a^4}+\cancel{1}-\cancel{1}-\cancel{4a^4}-4a^2=0$

$(ax-(1+2a^2)^2)^2+(ay+a)^2=4a^2$

$\left(x-\frac{1+2a^2}{a}\right)^2+(y+1)^2=4$

Координаты (·) B $\underbrace{\frac{1+2a^2}{a}}_{x_B}$ и $\underbrace{-1}_{y_B}$

] Координаты (·) A x_A и y_A

чтобы (·) A и (·) B лежали по разные стороны от прямой $x=3$, нужно, чтобы $(x_A-3)(x_B-3)<0$ (т.е 1 множитель >0 1 множитель <0)

$(x_A-3)\left(\frac{1+2a^2}{a}-3\right)<0$

∡ a, когда $\frac{1+2a^2}{a}-3<0$

$\frac{1+2a^2-3a}{a}<0$

$- \circ + \circ - \circ +$ (0, $\frac{1}{2}$, 1)

0 выколот, т.к a есть в знаменателе
1 и $\frac{1}{2}$ выколоты, т.к. (·) B не лежит на $(x=3)$.

$\frac{(a-1)(2a-1)}{a}<0$

$a\in(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{2};1\right)$

$x_A-3>0 \quad x_A>3$

$5a^2-4ax+6ay+x^2-2xy+2y^2=0$

~~$(y^2+6ay+9a^2)+(y^2-2xy+x^2)+(x^2-4ax+4a^2)-x^2-8a^2=0$~~

∡ Данное ур-ие как квадратное отн-но x.

$x^2-x(2y+4a)+5a^2+6ay+2y^2=0$

$D=4y^2+16a^2+16ay-4(5a^2+6ay+2y^2)=$

$=4y^2+16a^2+16ay-20a^2-24ay-8y^2=$

$=-4a^2-8ay-4y^2=-4(a^2+2ay+y^2)$

Чистовик

Чтобы (.) A существовала, надо, чтобы D был ≥ 0

$-4(a^2+2ay+y^2) = -4(a+y)^2 \leq 0 \Rightarrow =0$

$$a=-y$$

$$x = \frac{2y+4a}{2} = \frac{2y+4(-y)}{2} = -\frac{2y}{2} = -y$$

Подставляем в исх. ур-ие.

$5a^2 - 4a(-y) + 6ay + (-y)^2 - 2y(-y) + 2y^2 = 0$

$5a^2 + 4ay + 6ay + y^2 + 2y^2 + 2y^2 = 0$

$5a^2 + 10ay + 5y^2 = 0$

$a^2 + 2ay + y^2 = 0$

$a = -y$

$x_A > 3 \quad -y > 3$ ~~y~~

$\Rightarrow$ т.к. $a = -3 \quad a > 3$.

Не подх, т.к $a \in (-\infty; 0) \cup (\frac{1}{2}; 1)$.

$\nexists$ a, когда $\frac{1+2a^2}{a} - 3 > 0$

$a \in (0; \frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$

При этом $x_A - 3 < 0 \quad x_A < 3$

$-y < 3 \quad (y = -a)$

$\Downarrow$

$a < 3$

$a \in (0; \frac{1}{2}) \cup (1; 3)$.

Ответ: $a \in (0; \frac{1}{2}) \cup (1; 3)$.

Черновик

$5a^2-4ax+6ay+x^2-2xy+2y^2=0$

$5a^2-4ax+x^2$

$4a^2-4ax+x^2$

$(x-2a)^2+a^2+(x^2-2xy+y^2)+y^2+6ay=0$

$y^2+6ay+9a^2=9y^2$

$(x-2a)^2+a^2+(x-y)^2+(y+3a)^2=3y^2$

$(x-4a)^2$

$(y^2+6ay+9a^2)+(y^2-2xy+y^2)+$

$+(x^2-4ax+4a^2)+a^2-x^2-8a^2=0$

$(a-x)(a+x)$

$a^2-x^2<x^2-4ax+4a^2$

$-8a^2$

$0<2x^2-4ax+3a^2$

$16a^2-24a^2$

x^2-2xy

211006303 (U836978 M1275787)

$(x+\sqrt{3})^2 = 36+y^2$

Черновик

$(y+4\sqrt{3})^2 = x^2+81$

$\cancel{x^2}+3+2\sqrt{3}x = 36+\cancel{y^2}$

$\cancel{y^2}+48+8\sqrt{3}y = \cancel{x^2}+81$

$51+2\sqrt{3}x+8\sqrt{3}y=117$

$2\sqrt{3}x+8\sqrt{3}y=66$

$\sqrt{3}x+4\sqrt{3}y=33$

$$x = \left(\frac{33-4\sqrt{3}y}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}\right)^2=36+y^2$$

$$\left(\frac{33-4\sqrt{3}y+3}{\sqrt{3}}\right)^2=36+y^2$$

$$\left(\frac{36-4\sqrt{3}y}{\sqrt{3}}\right)^2=36+y^2$$

$(12\sqrt{3}-4y)^2=36+y^2$

$16(3\sqrt{3}-y)^2=36+y^2.$

$16\cdot(27+y^2-6\sqrt{3}y)=36+y^2$

$16\cdot 27+\cancel{16}^{15}y^2-96\sqrt{3}y=36+\cancel{y^2}$

$15y^2-96\sqrt{3}y+396=0$

$5y^2-32\sqrt{3}y+132=0$

21, 36, $117-51=66$

16×27: 112, 32, 432, -36

$$\frac{4\sqrt{3}\cdot 9}{2}=18\sqrt{3}=S$$

$$\frac{1}{x}=\frac{2}{4\sqrt{3}+y}$$

$4\sqrt{3}+y=2x$

$y=2x-4\sqrt{3}$

$x(x+\sqrt{3})=y(y+4\sqrt{3})$

$\cancel{x}(x+\sqrt{3})=(2x-4\sqrt{3})\cdot 2\cancel{x}$

$x+\sqrt{3}=4x-8\sqrt{3}$

$9\sqrt{3}=3x \quad x=3\sqrt{3}$

$a=-y$

$$x=\frac{2y+4a}{2}=\frac{2y+4(-y)}{2}=-\frac{2y}{2}=-y$$

Подставим в исх. ур-ие.

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211006303**

ID профиля: **836978**

Вариант 16

Итого 4 решения системы:

1) $a=3$, $b=4$

2) $a=4$, $b=3$

3) $a=-1+\sqrt{5}$, $b=-1-\sqrt{5}$

4) $a=-1-\sqrt{5}$, $b=-1+\sqrt{5}$

1) $x^2=3$, $y^2=4$

$\begin{cases}x=\sqrt{3}\\y=2\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\y=2\end{cases}$ $\begin{cases}x=\sqrt{3}\\y=-2\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\y=-2\end{cases}$

2) $x^2=4$, $y^2=3$

$\begin{cases}x=2\\y=\sqrt{3}\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2\\y=\sqrt{3}\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=-\sqrt{3}\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2\\y=-\sqrt{3}\end{cases}$

3) $-1-\sqrt{5}=y^2$

$-1-\sqrt{5}<0$ $\quad y^2\geq 0$?!

4) $-1-\sqrt{5}=x^2$

$-1-\sqrt{5}<0$ $\quad x^2\geq 0$?!

Ответ: $\begin{cases}x=\sqrt{3}\\y=2\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\y=2\end{cases}$ $\begin{cases}x=\sqrt{3}\\y=-2\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\y=-2\end{cases}$

$\begin{cases}x=2\\y=\sqrt{3}\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2\\y=\sqrt{3}\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=-\sqrt{3}\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2\\y=-\sqrt{3}\end{cases}$ ← 8 ответов.

Задача 5

1) Сколько есть способов выбрать дубль?

16 т.к всего карточек-дублей 16 (с числом 1 по обеих сторонах, с числом 2, с числом 3 и т.д с числом 16)

2) Выбрали карту-дубль.

$\exists$ на ней число A с обеих сторон

$\boxed{A}$ Ск. способов выбрать 2-ю карту?

Всего способов выбрать карту 16^2-1 (т.к. 1 уже взята)

Но нам запрещено брать карты, на которых с 1 стороны написано A. ~~...~~ Есть 15 запретов, где A на красной стороне и 15 запретов, где A на синей стороне.

(Карта A X, где X - $\forall$ число $\neq$ A Их 15)

$\Rightarrow$ всего 30 запретов $\Rightarrow$ Можно брать 16^2-1-30 карт

$16^2-1-30 = 256-31 = 225$ (сп.)

Т.к. варианты независимы, работает правило произведения.

$225 \cdot 16 = 3600$ (сп.)

Ответ: 3600 способов.

Чистовик. 2 часть

ВАР 16

Задача 4

$$\begin{cases} 2x^2+2y^2-x^2y^2=2 \\ x^4+y^4-\frac{1}{2}x^2y^2=19 \end{cases}$$

$\exists\, x^2=a \quad y^2=b$

$$\begin{cases} 2a+2b-ab=2 \\ a^2+b^2-\frac{1}{2}ab=19 \end{cases}$$

$\exists\, a+b=s$

$ab=p$

$2(a+b)-ab=2 \Rightarrow \boxed{2s-p=2}$ (1)

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=s^2-2p$

$a^2+b^2-\frac{1}{2}ab=19 \Rightarrow s^2-2p-\frac{1}{2}p=19$

$s^2-\frac{5}{2}p=19$

$\boxed{2s^2-5p=38}$ (2)

(1) $\Rightarrow p=2s-2$

(2) : $2s^2-5(2s-2)=38$

$2s^2-10s+10-38=0$

$2s^2-10s-28=0$

$s^2-5s-14=0$

$(s-7)(s+2)=0$

1°) $s=7$

$p=12$

$a+b=7 \quad b=7-a$

$a(7-a)=12$

$a^2-7a+12=0$

$(a-3)(a-4)=0$

$a=3 \quad b=4$

$a=4 \quad b=3$

2°) $s=-2$

$p=-4$

$a+b=-2 \quad b=-2-a$

$a(-2-a)=-4$

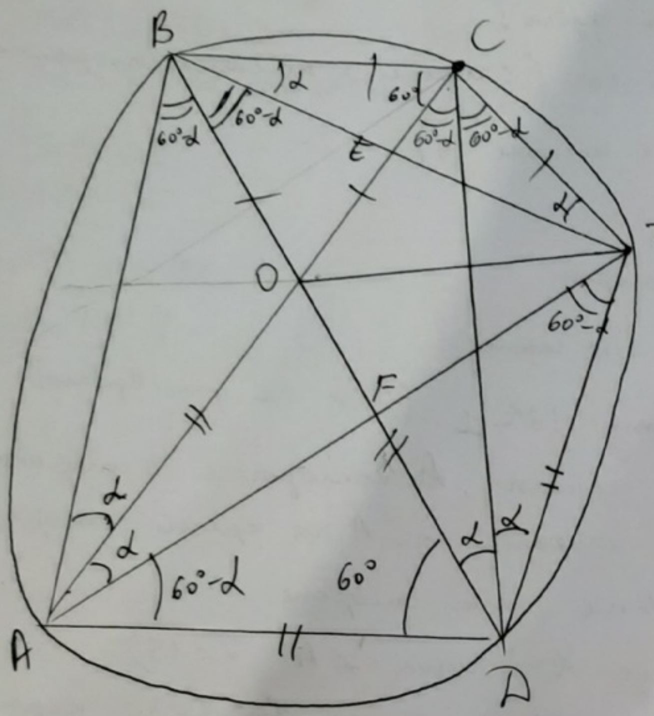
$a(2+a)=4$

$a^2+2a-4=0 \qquad a=\frac{-2\pm\sqrt{4+16}}{2}=\frac{-2\pm2\sqrt{5}}{2}=-1\pm\sqrt{5}$

$a=-1+\sqrt{5} \quad b=-2+1-\sqrt{5}=-1-\sqrt{5}$

$a=-1-\sqrt{5} \quad b=-2+1+\sqrt{5}=-1+\sqrt{5}$

Задача 6



ΔAOD, ΔBOC – правильные

$\Rightarrow \angle BOC = \angle BCO \Rightarrow \angle CBO = \angle AOD = \angle ADO = \angle OAD = 60^\circ$

$\exists\ \angle BDC = \alpha$

(·)O и T – симметр отн-но (CD) $\Rightarrow$

$\Rightarrow OC = CT$

$OD = DT$

$\angle BOC = 60^\circ \Rightarrow \angle COD = 120^\circ$ (смежный)

$\Delta COD = \Delta CTD \Rightarrow \angle CTD = 120^\circ$

$\angle CAD + \angle CTD = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow CTDA$ – впис. четырехуг.

$\angle BCA = \angle BDA = 60^\circ \Rightarrow ABCD$ – впис. четырехуг

$\Rightarrow ABCTD$ – впис. пятиугольник

$\angle CDB = \angle CAB = \alpha = \angle BTC$ (впис. углы опир на дугу $\overline{BC}$)

$BC = CT \Rightarrow \angle BAC = \underset{\alpha}{\angle TAC}$ (равные дуги стягивают равные хорды)

Аналогично $\angle ABD = \angle TBD$ (т.к $AD = AO = OD = TD$)

$\angle TAC = TBC = \alpha \Rightarrow \angle OBT = 60^\circ - \alpha = \angle OBA$

ΔAOB: $\angle AOB = 120^\circ$ (по сумме углов) $\angle AOB$ – центральный $\angle ATB$ – впис $\Rightarrow \angle ATB = 60^\circ$.

$\angle DBT = \angle TCD = 60^\circ - \alpha$

$\angle TCD = \angle OCD = 60^\circ - \alpha$

] $BO=OC=BC=CT=x$

$AO=AD=DO=DT=y$

$\angle ABD=\angle ATD=60°-\alpha$

$\angle ODC=\angle TDC$ $(\triangle OCD=\triangle TCD)$

$AC\cap BT=\odot E$

$BD\cap AT=\odot F$

$\triangle BEC: \angle BEC=120°-\alpha$

$$\frac{\sin 120°-\alpha}{x}=\frac{\sin 60°}{BE}$$

$$BE=\frac{\sin 60° x}{\sin 120°}$$

$\triangle CET: \angle CET=60°+\alpha$

$$\frac{\sin 60°+\alpha}{x}=\frac{\sin 120°-\alpha}{ET}$$

$$ET=\frac{\sin(120°-\alpha)\, x}{\sin(60°+\alpha)}$$

$\triangle AFD: \angle AFD=60°+\alpha$

$$\frac{\sin 60°+\alpha}{y}=\frac{\sin 60°}{AF}$$

$$AF=\frac{\sin 60°\cdot y}{\sin(60°+\alpha)}$$

$\triangle DFT: \angle DFT=60°-\alpha$

$$\cancel{\sin 60}\cdot\frac{\sin 2\alpha}{FT}=\frac{\sin 60°}{y}$$

$$FT=\frac{\sin 2\alpha\, y}{\sin 60°}$$

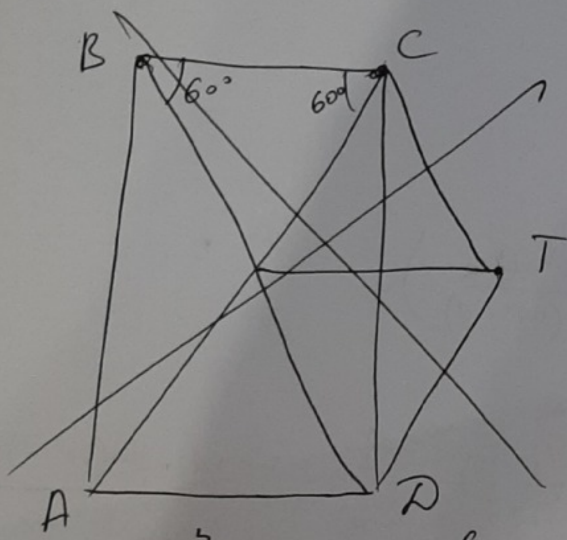
$\triangle DTC: \dfrac{\sin\alpha}{x}=\dfrac{\sin(60°-\alpha)}{y}$ (*)

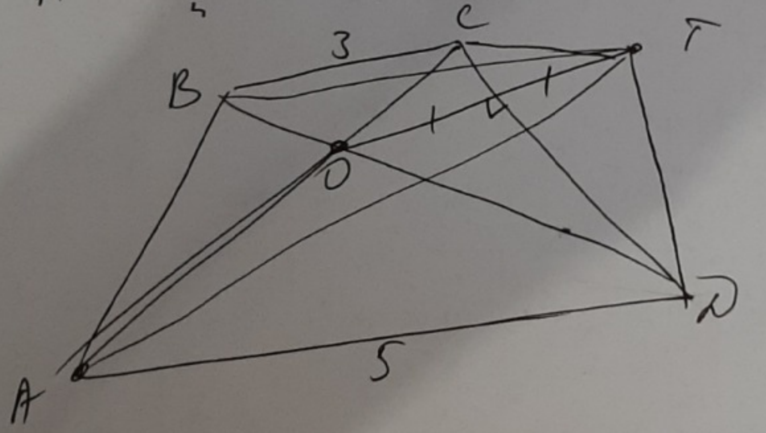
(!) $BEFA$-впис (!) $TE\cdot BT=TF\cdot TA$

Если мы это д-м $\Rightarrow \angle FAE = \angle FBE \Rightarrow 60^\circ - \alpha = \alpha \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

$\Rightarrow \angle BAT = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABT$ – правильный

(Оказется, что (·) O – центр окр-ти)





Черновик

$2b^4 - 10b^3 - 3b^2 + 56b - 68 = 0$

$76 - 8 = 68$

~~$b = 2 \; 2 \; 10 - 3 + 56 - 68$~~

$2 \cdot 2^4 - 10 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 56 \cdot 2 - 68$

$32 - 80 - 12 + 112 - 68$

20 132

$a + b = S$

$ab = p$

$2S - p = 2$

$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = S^2 - 2p$

$S^2 - 2p - \frac{1}{2}p = 19$

$S^2 - \frac{5}{2}p = 19$

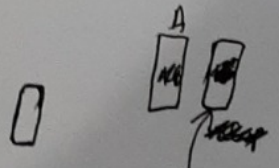
$\begin{cases} 2S^2 - 5p = 38 \\ 2S - p = 2 \end{cases}$

$p = 2S - 2$

$2S^2 - 10S + 10 = 38$

$2S^2 - 10S - 28 = 0$

$S^2 - 5S - 14 = 0$



16 вар выбрать
карту-дубль

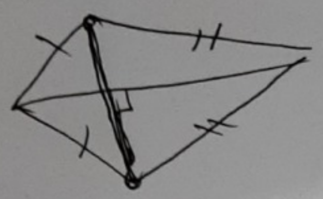
другая кроме $\underbrace{A\ X}_{\text{таких}}$ 15, когда А-син
15, когда А-красн.

30 - нельзя

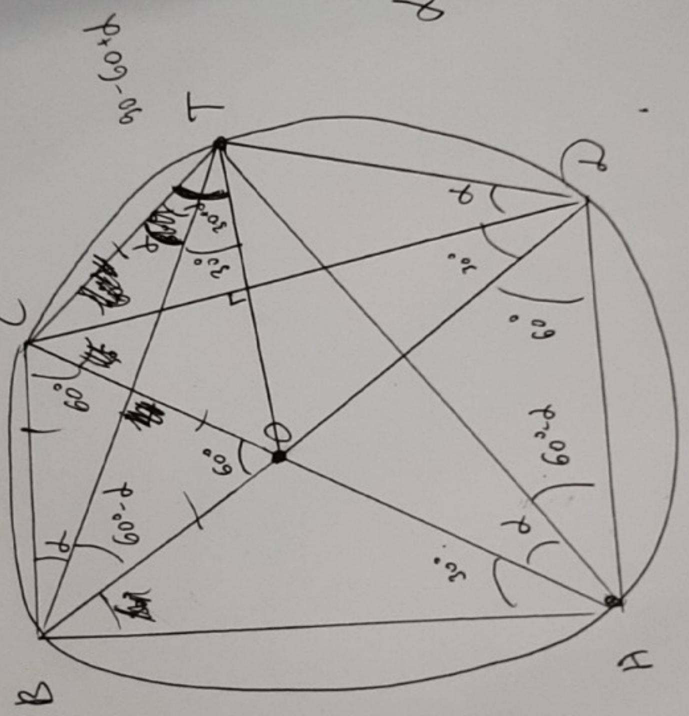
$$\frac{16\cdot(16^2-30)}{\cancel{2}}$$

$16\cdot(256-30)$

$16\cdot226$

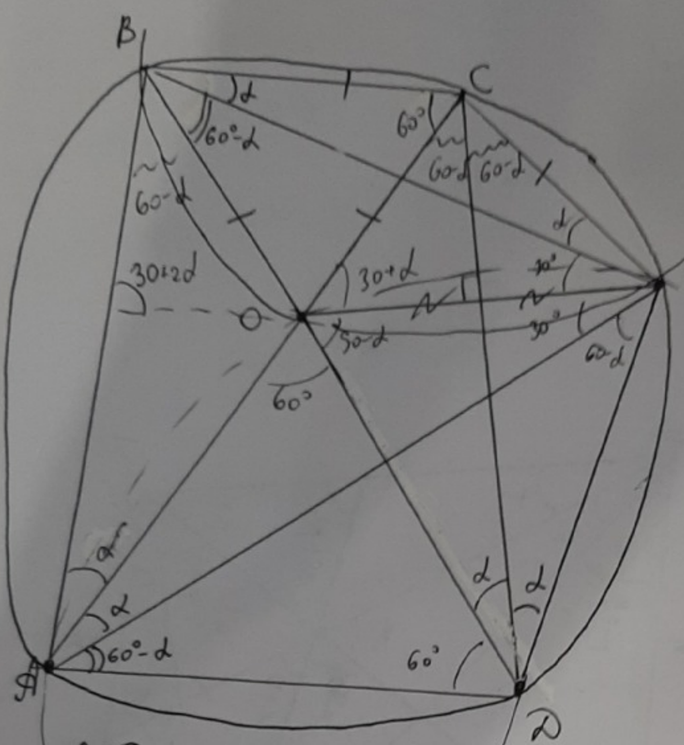


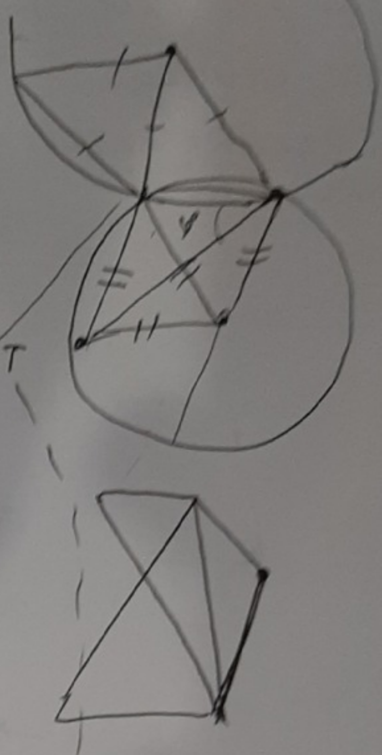
$\alpha = 30°$



Задача 7

а)





$\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ – правильные $\Rightarrow \angle BOC = \angle OBC = \angle OCB = 60° = \angle AOD = \angle OAD =$
$= \angle ODA$.

$\angle OCB = \angle OAD \Rightarrow BC \parallel AD$

$\angle OCB = \angle ODA \Rightarrow ABCD$ – впис. четырехуг.

$\exists\ \angle OAT = \alpha$

$\Rightarrow \angle DAT = 60° - \alpha$ $(\angle OAD = 60°)$

$\angle BOC = 60° \Rightarrow \angle DOC = 120°$ (смежный)

$\triangle COD = \triangle CTD$ ($CO = CT$ $OD = DT$ CD – общ. т.к. (·)T и (·)O симметричны отн-но (CD))

$\Rightarrow \angle COD = \angle CTD = 120°$

$\angle CTD + \angle CAD = 120° + 60° = 180° \Rightarrow$ (·)T лежит на окр-ти $(ACD) \Rightarrow$

$(ABCTD)$ – вписанный пятиугольник.

$\Rightarrow \angle CAT = \angle CDT = \alpha$ (опир. на дугу $\smile CT$)

$\angle CDT = \angle CBT = \alpha$ (опир. на дугу $\smile CT$) $\Rightarrow \angle OBT = 60° - \alpha$ $(\angle CBO = 60°)$