Часть 1

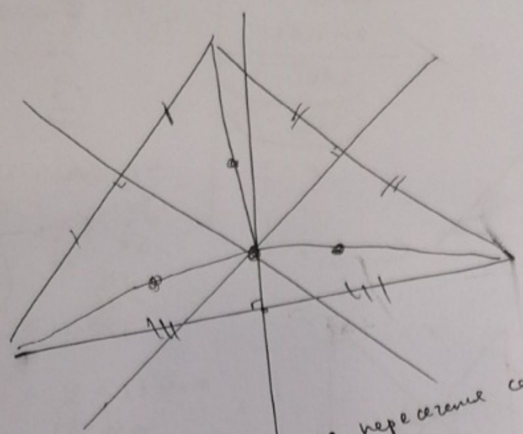
Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211006137**

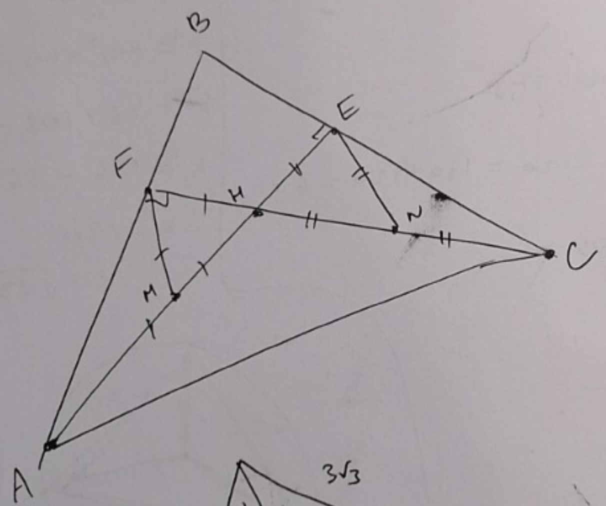
ID профиля: **173029**

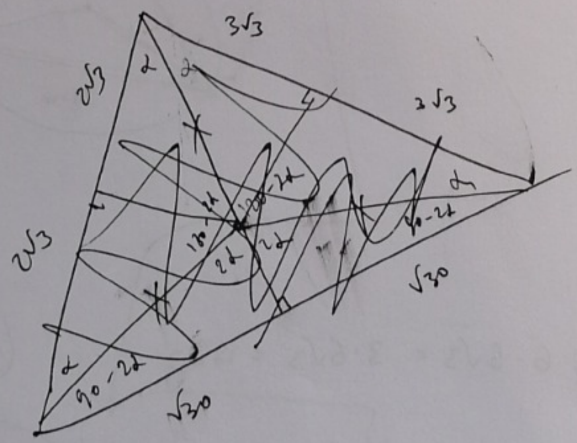
Вариант 16

Черновик

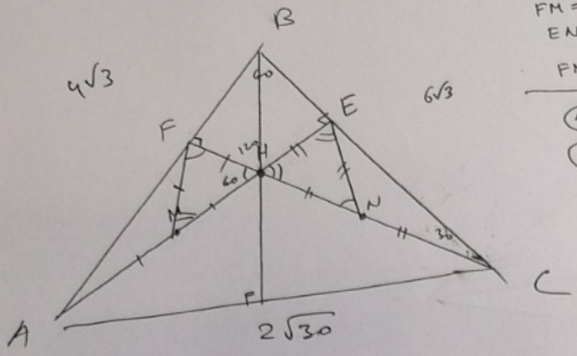


центр описанной окружности = точка пересечения сер. перпендикуляров.





Черновик

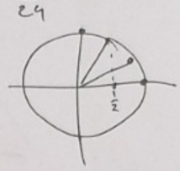


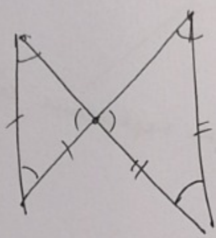
$FM = 1$
$EN = 4$
$FM \parallel EN$

$\angle ABC - ?$
$S_{ABC} - ?$
$r - ?$

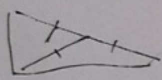
$4 \cdot 4 \cdot 3$
12
$6 \cdot 6 \cdot 3$
36
$\times 3$
108
48
108
156

$4\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} = 4 \cdot 6 \cdot 3$
$24 \times 3 = 72$
$72 : 2 = 36$
$156 - 36 = 120$





$FM = MH = AM = 1$
$EN = HN = NC = 4$



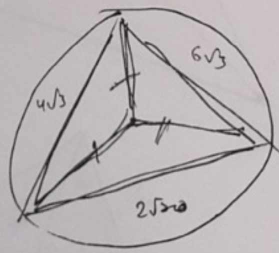
$4 + 4 + 1 = 9$
$9 \cdot 9 = 81$
$120 = 6 \cdot 20$
$4 \cdot 30$
$2\sqrt{30}$

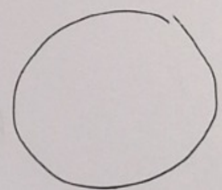
т. косинусов:
$x^2 = (4\sqrt{3})^2 + (6\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot \cos 60$
$x^2 = 48 + 108 - 72 \cdot \frac{1}{2}$
$x^2 = 156 - 36 = 120$
$x^2 = 120$
$x = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}$

FMH и MEN - равнобед. треуг.

$\angle ABC = 360 - 90 - 90 - 120 = 180 - 120 = 60$
из 30°.
$FB = \frac{1}{2} BC \qquad BC = 2FB$

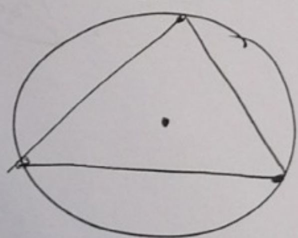
$FB^2 + FC^2 = BC^2$
$FB^2 + FC^2 = 4FB^2$
$FC^2 = 3FB^2$
$81 = 3FB^2$
$FB^2 = 27$
$FB = 3\sqrt{3}$
$BC = 2FB = 6\sqrt{3}$





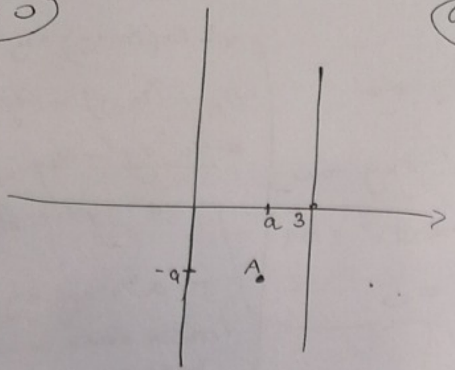
$S_{ABC} = \frac{1}{2} AE \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3} = 3 \cdot 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CF \cdot AB$
$18\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 9AB$
$36\sqrt{3} = 9AB$
$AB = 4\sqrt{3}$



Черновик

1) $a > 0$

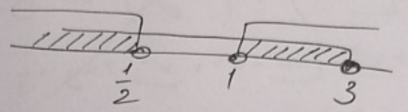


$a < 3$

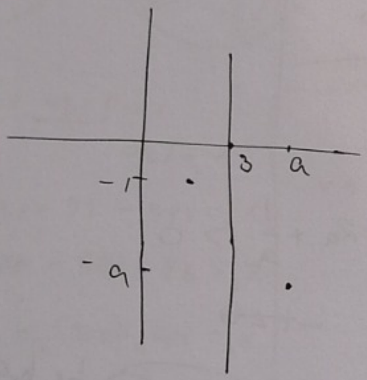
$$\begin{cases} a < 3 \\ 2a + \frac{1}{a} > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 3 \\ 2a^2 + 1 > 3a \\ 2a^2 - 3a + 1 > 0 \end{cases}$$

$$2(a-1)(a-\tfrac{1}{3}) > 0$$



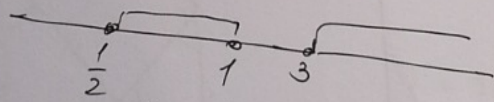
2) $a > 3$



$$\begin{cases} 2a + \frac{1}{a} < 3 \\ a > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a^2 - 3a + 1 < 0 \\ a > 3 \end{cases}$$

$$(a-1)(a-\tfrac{1}{2}) < 0$$
$$a > 3$$



нет решений

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1; 3)$

Черновик

$15 \cdot 34m = 34$ дбт

35x

Пронумеруем их в порядке возрастания

$x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n$

$$\begin{cases} 35x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = 592 \\ x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + 16x_n = 592 \end{cases}$$

$15x_n - 34x_1 = 0$

$15x_n = 34x_1$

$x_n \vdots 34$ $\quad x_n = 34k$

$x_1 \vdots 15$ $\quad x_1 = 15k$

$35 \cdot (15k)$ $\quad 35x_1 = 15k \cdot 35 = 525k$

Если $k > 1$, то $35x_1 + x_2 + \ldots + x_n > 592$

Значит, $k = 1$

$x_1 = 15$

$x_n = 34$

$35 \times 15 = 175 + 35 = 525$

$34 \times 16 = 204 + 34 = 544$

$525 + x_2 + \ldots + x_n = 592$

$525 + x_2 + \ldots + 34 = 592$

$525 + 34 = 559$

$x_2 + \ldots + x_{n-1} = 33$

$592 - 559 = 33$

$33 - 16 = 17$

~~$15 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + 16 \cdot 34$~~

$15 < x_2 < x_3 < x_4 < \ldots < x_{n-1} < 34$

$33 - 15 = 18$ $\quad$ ~~33-16~~ $\quad$ 16, 17

$< x_2 + x_3 + \ldots + x_{n-1} = 33$

$15 + x_3 + \ldots + x_{n-1}$

$x_3 + \ldots + x_{n-1} < 18$

не может быть 2 числа.

Значит, всего либо 4 числа, либо 3.

$\overset{15}{35x_1} + \overset{16}{x_2} + \overset{17}{x_3} + \overset{34}{x_4} = 592$

$x_2 + x_3 = 33$

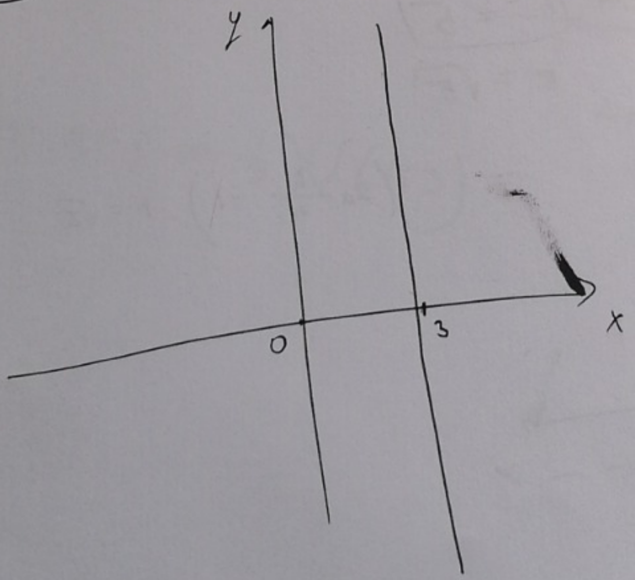
$16 + 17 = 33$

$x_2 = 33$

$\overset{15}{x_1}$ $\quad \overset{33}{x_2}$ $\quad \overset{34}{x_3}$

Ответ: 15; 16; 17; 34

15; 33; 34



$5a^2 - 4ax + 6ay + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$

$x^2 \cancel{- 2xy + y^2} = (x-y)^2$

$(x-y)^2 + 5a^2 \cancel{- 4ax + 6ay + y^2} = 0$

$(x-y)^2 + 9a^2 + 6ay + y^2 - 4a^2 - 4ax = 0$

$(x-y)^2 + (3a+y)^2 - \cancel{4a(a+x)} = 0$

$(x-y-2a)(x-y+2a) + (3a+y)^2 - 4ax = 0$

~~$(x-y-2a)(x-y+2a) + (3a+y)^2 = 4ax$~~

$16 + 17 + 18 - 16 = 25$

$17 + 16 = 35 - 16 = 17$

Черновик $\qquad 15\cdot 34m = 34\cdot 15m$

35x

Пронумеруем их в порядке возрастания

$x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n$

$$\begin{cases} 35x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = 592 \\ x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + 16x_n = 592 \end{cases}$$

$15x_n - 34x_1 = 0$

$15x_n = 34x_1$

$x_n \vdots 34 \qquad x_n = 34k$

$x_1 \vdots 15 \qquad x_1 = 15k$

$35\cdot(15k)$ $\qquad 35x_1 = 15k\cdot 35 = 525k$

Если $k > 1$, то $35x_1 + x_2 + \ldots + x_n > 592$

Значит, $k = 1$

$x_1 = 15$

$x_n = 34$

$35 \times 15 = 525$; $34 \times 16 = 544$

$525 + x_2 + \ldots + x_n = 592$

$525 + x_2 + \ldots + 34 = 592$

$525 + 34 = 559$; $592 - 559 = 33$

$x_2 + \ldots + x_{n-1} = 33$

$33 - 16 = 17$

~~$15 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + 16\cdot 34$~~

$15 < x_2 < x_3 < x_4 < \ldots < x_{n-1} < 34$

$33 - 15 = 18$ $\quad$ ~~$33 - 16$~~ $\quad$ $16, 17$

$< x_2 + x_3 + \ldots + x_{n-1} = 33$

$15 + x_3 + \ldots + x_{n-1}$

$x_3 + \ldots + x_{n-1} < 18$

не может быть 2 числа. Значит, всего либо 4 числа, либо 3.

$35x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 592$ $\quad (15, 16, 17, 34)$

$x_2 + x_3 = 33$

$16 + 17 = 33$

$x_2 = 33$

$15, 33, 34$ — x_1, x_2, x_3

Ответ: 15; 16; 17; 34

15; 33; 34

$5a^2 - 4ax + 6ay + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$

~~$x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$~~

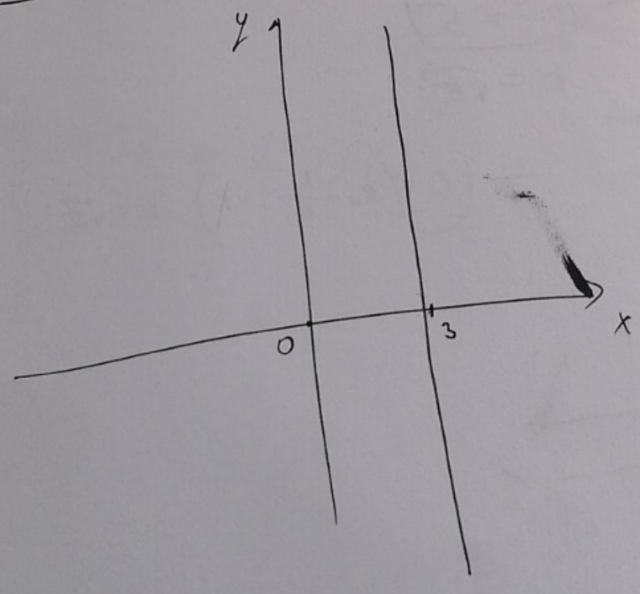
~~$(x-y)^2 + 5a^2 - 4ax + 6ay + y^2 = 0$~~

~~$(x-y)^2 + 9a^2 + 6ay + y^2 - 4a^2 - 4ax = 0$~~

$(x-y)^2 + (3a+y)^2 - \cancel{4a(a+x)} = 0$

$(x-y-2a)(x-y+2a) + (3a+y)^2 - 4ax = 0$

~~$(x-y-2a)(x-y+2a) + (3a+y)^2 = 4ax$~~



16, 17, 18; $16 + 16 = 25$ [?]

$17 + 18 = 35$; $35 - 16 = 17$

Черновик

черновик

$$\underbrace{a^2x^2}+\underbrace{a^2y^2}-4a^3x-2ax+2a^2y+4a^4+1=0$$

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

$$\underbrace{x^2}-2xx_0+\underbrace{x_0^2}+\underbrace{y^2}-2yy_0+y_0^2=r^2$$

$$\underbrace{x^2-2xx_0+y^2-2yy_0}=\underbrace{r^2-x_0^2-y_0^2}$$

$$\cancel{(ax-x_0)^2+(ay-y_0)^2=r^2}$$

$$\underbrace{a^2x^2}+\underbrace{a^2y^2}-2a^2xx_0-2a^2yy_0=a^2(r^2-x_0^2-y_0^2)$$

$$\begin{cases} -4a^3x-2ax=-2a^2xx_0 \\ 2a^2y=-2a^2yy_0 \\ a^2(r^2-x_0^2-y_0^2)=-1-4a^4 \end{cases}$$

1) $-4a^3-2a=-2a^2x_0$

$\cancel{-4a^2-2=}$

$4a^2+2=2ax_0$

$2a^2+1=ax_0$

$x_0=\frac{2a^2+1}{a}=2a+\frac{1}{a}$

2) $\cancel{y_0=0}$

$y_0=\frac{-2a^2y}{2a^2y}=-1$ $\qquad y_0^2=1$

3) $r^2-x_0^2-y_0^2=-\frac{1}{a^2}-4a^2$

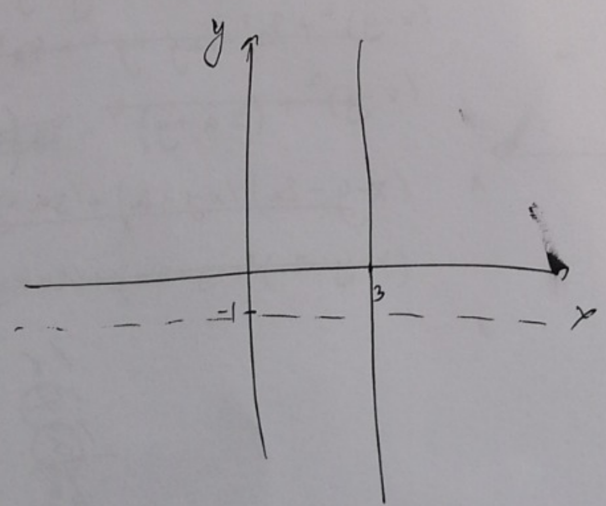
$r^2-4a^2-\frac{1}{a^2}-4-1=-\frac{1}{a^2}-4a^2$

$\boxed{r^2=5}$

$r=\sqrt{5}$

$x_0^2=4a^2+\frac{1}{a^2}+4$

$\left(2a+\frac{1}{a};\ -1\right)$ $r=\sqrt{5}$



Черновик

$5a^2 - 4ax + 6ay + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$

$x^2 - 4ax + 4a^2 + a^2 + 6ay + 2y^2 - 2xy = 0$

$(x-2a)^2 + a^2 + 2a\cdot 3y + 9y^2 - 7y^2 - 2xy = 0$

$\cancel{(x-2a)^2 + (a+3y)^2 - y(7y+2x) = 0}$

$x^2 + 2y^2 - 4ax + 6ay + 5a^2 - 2xy = 0$

$(3y - a)^2 + (x-a)^2 + (x-y)^2 = 0$

$y^2 + 2ay + a^2 + x^2 - 2ax + a^2 + x^2 - 2xy + y^2 = 0$

$\cancel{2y^2 + 2ay + 2ax - 2xy + 2x^2 + 2a^2 = 0}$

$x^2 - 2x(2a+y) + 2y^2 + 5a^2 + 6ay = 0$

$D_1 = (2a+y)^2 - (2y^2 + 5a^2 + 6ay) =$

$= 4a^2 + y^2 + 4ay - 2y^2 - 5a^2 - 6ay =$

$= -a^2 - y^2 - 2ay$

$= -(a^2 + 2ay + y^2) = -(a+y)^2$

Чтобы было такое x нужно

$D \geq 0$

$-(a+y)^2 \geq 0 \Rightarrow a + y = 0$

$y = -a$

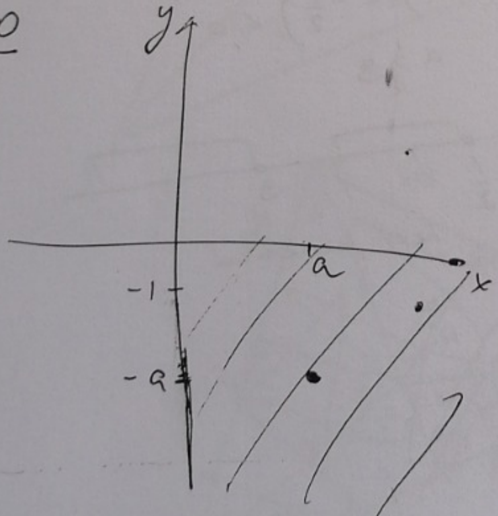
$x_{1,2} = \frac{2a+y}{1} = 2a + y = 2a - a = a$

$(x;y) = (a;-a)$

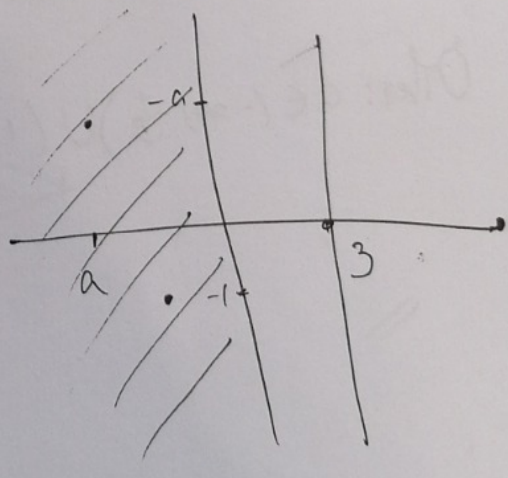
$2a + \frac{1}{a} > 0$

$- + < 0$

Если $a > 0$



Если $a < 0$ не подходит!



211006137 (U173029 M1276342)

Чистовик

№2

Пусть всего n чисел.

Пронумеруем их в порядке возрастания

$x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n$

$$\begin{cases} 35x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = 592 \\ x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + 16x_n = 592 \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнения первое

$15x_n - 34x_1 = 0$

$15x_n = 34x_1$

15 и 34 - взаимнопростые числа, значит x_n кратно 34, а x_1 кратно 15.

Обозначим x_1 как $15m$, тогда $x_n = 34m$.

$35 \cdot 15m + x_2 + x_3 + \ldots + 34m = 592$

$559m + x_2 + x_3 + \ldots + x_{n-1} = 592$

$x_2 + x_3 + \ldots + x_{n-1} = 592 - 559m$

По условию все числа натуральные.

Если $m > 1$, то $x_2 + x_3 + \ldots + x_{n-1} < 0$, что невозможно, т.к. все числа натуральные.

$x_1 > 0$, следовательно $m > 0$.

Значит, $m = 1$. $\Rightarrow x_1 = 15$

$x_n = 34$

$35 \cdot 15 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + 34 = 592$

$x_2 + \ldots + x_{n-1} = 33$

~~Если чисел~~ Если $n \geqslant 5$, то $x_2 + x_3 + \ldots + x_{n-1} \geqslant 16 + 17 + 18$ (миним. числа после 15)

Следовательно ~~33~~ $33 \geqslant 51$. Противоречие. Значит $n < 5$.

Если $n = 3$, то $x_2 + \ldots + x_{n-1} = x_2 = 33$

Если $n = 4$, то $x_2 + \ldots + x_{n-1} = x_2 + x_3 = 33$

№2

$15 < x_2 < x_3$ - по условию

Таким образом x_2 не менее 16, а x_3 не менее 17.

А $16+17=33$. ~~Если~~ Значит это единственный подходящий вариант.

$x_2 = 16$

$x_3 = 17$

Ответ: на доске записаны либо 15, 33 и 34; либо 15, 16, 17 и 34.

211006137 (U173029 M1276342)

Чистовик

№3

Рассмотрим уравнение окружности

$a \neq 0$
т.к. в ином случае уравнение не имеет смысла

$$\begin{cases} a^2x^2+a^2y^2-4a^3x-2ax+2a^2y+4a^4+1=0 \\ (x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2 \end{cases}$$

x_0 и y_0 – координаты центра окружности, а r – радиус.

$$\begin{cases} a^2x^2+a^2y^2-4a^3x-2ax+2a^2y+4a^4+1=0 \\ x^2-2xx_0+x_0^2+y^2-2yy_0+y_0^2=r^2 \end{cases}$$

Домножим второе уравнение на a^2.

$$\begin{cases} a^2x^2+x(-4a^3-2a)+a^2y^2+y\cdot 2a^2=-4a^4-1 \\ a^2x^2+x(-2a^2x_0)+a^2y^2+y(-2a^2y_0)=a^2(r^2-x_0^2-y_0^2) \end{cases}$$

Коэффициенты при соответствующих степенях равны

$$\begin{cases} -4a^3-2a=-2a^2x_0 \\ 2a^2=-2a^2y_0 \\ -4a^4-1=a^2(r^2-x_0^2-y_0^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0=2a+\frac{1}{a} \\ y_0=-1 \end{cases}$$

Теперь рассмотрим уравнение для т. A.

$$5a^2-4ax+6ay+x^2-2xy+2y^2=0$$

$$x^2-2x(2a+y)+2y^2+5a^2+6ay=0$$

$$D_1=(2a+y)^2-(2y^2+5a^2+6ay)=4a^2+y^2+4ay-2y^2-5a^2-6ay=$$

$$=-a^2-y^2-2ay=-(a+y)^2$$

Чтобы x существовало $D\geq 0$.

$$-(a+y)^2\geq 0 \Rightarrow a+y=0$$

$$y=-a$$

211006137 (U173029 M1276342)

Чистовик

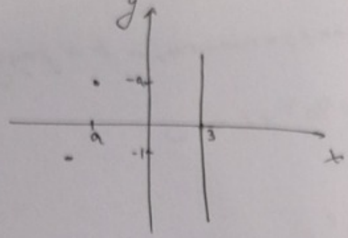
$$x = \frac{2a + y \pm \sqrt{0}}{1} = 2a + y = 2a - a = a$$

Координаты т. A $(a; -a)$

координаты т. B $\left(2a + \frac{1}{a}; -1\right)$

Теперь рассмотрим ~~первую~~ ситуацию: $a < 0$.

тогда $2a + \frac{1}{a} < 0$

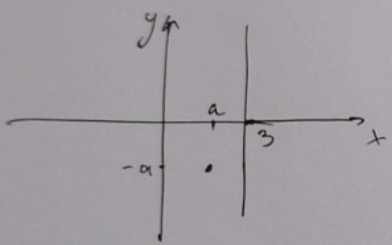


Значит, обе точки будут находится левее прямой $x = 3$.

Следовательно, $a > 0$

Рассмотрим две ситуации:

1) $a < 3$.



Точка A находится левее прямой, значит т B должна быть правее.

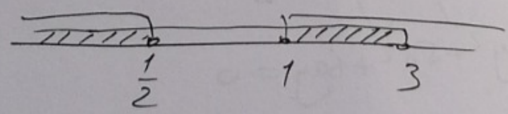
Следовательно, $2a + \frac{1}{a} > 3$

Т.к. $a > 0$, то домножим обе части неравенства на a.

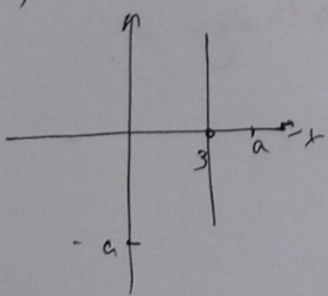
$2a^2 + 1 > 3a$

$2a^2 - 3a + 1 > 0$

$2(a-1)\left(a - \frac{1}{2}\right) > 0$



2) $a > 3$

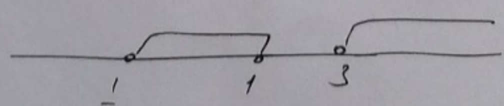


т.A правее, значит т B должна быть левее.

$2a + \frac{1}{a} < 3$

$2a^2 - 3a + 1 < 0$

$2(a-1)\left(a - \frac{1}{2}\right) < 0$



нет решений

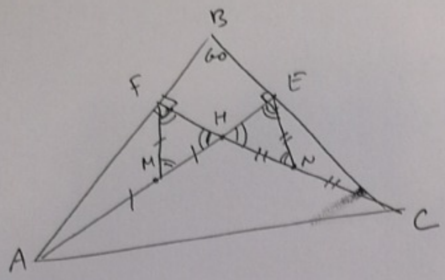
Чистовик

Ответ: $a \in (-\infty; \frac{1}{2}) \cup (1; 3)$

211006137 (U173029 M1276342)

Чистовик

№1



FM и EN – медианы в прямоуг. треуг. Следовательно, $FM = \frac{1}{2} AH$; $EN = \frac{1}{2} HC$

$\triangle FMH$ и $\triangle HNE$ равнобед.

$\angle FHM = \angle EHN$ (вертикальные)

$\angle MFH = \angle ENH$ (т.к. $FM \parallel EN$)

Следовательно $\triangle FHM$ и $\triangle HEN$ – равносторон.

$\angle FHM = 60^\circ \Rightarrow \angle FHE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\angle ABC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 60$ (сумма углов в четырёхугольнике FBEH)

$\angle BCF = 30^\circ$ (т.к. $\angle BFC = 90$, а $\angle ABC = 60$)

Сторона в прямоуг. треуг., лежащая против угла в 30° равна половине гипотенузы.

$FB = \frac{1}{2} BC \Rightarrow BC = 2FB$

$FB^2 + FC^2 = BC^2$ – т. пифагора для $\triangle BFC$.

$FB^2 + FC^2 = 4FB^2$

$FC^2 = 3FB^2$

$FC = 4 + 4 + 1 = 9$

$9^2 = 3FB^2$

$FB = 3\sqrt{3}$

$BC = 2FB = 6\sqrt{3}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AE \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$

~~Отв.~~ Ответ: $\angle ABC = 60^\circ$, $S_{ABC} = 18\sqrt{3}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211006137**

ID профиля: **173029**

Вариант 16

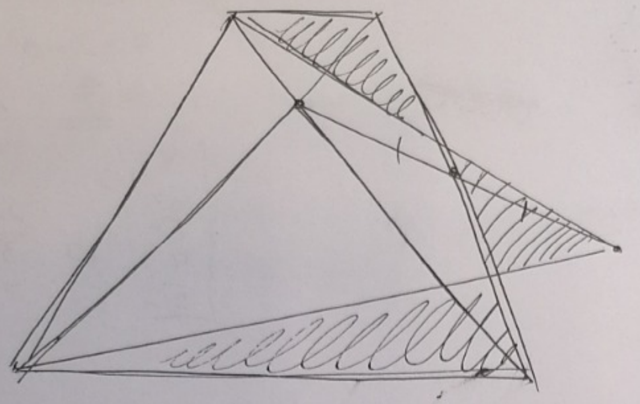
~~Чистовик~~ Черновик

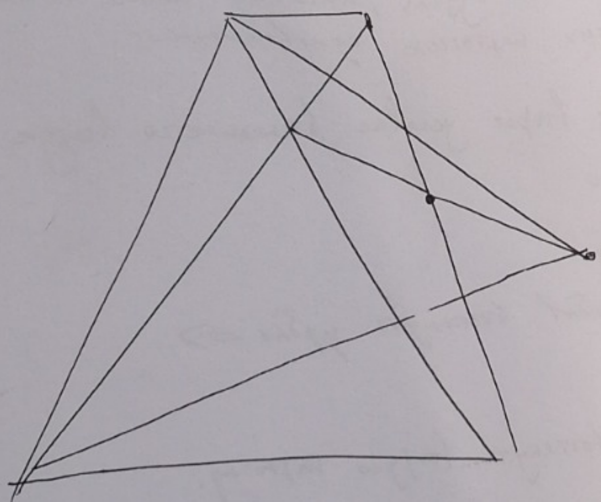
№5

Всего различных карточек существует 16^2, так как на одной стороне может быть одна из 16 цифр (то есть 16 различных вариантов) и на другой стороне тоже. У Фокусника всего 16^2 различных карточек (по условию). То есть у него есть все возможные комбинации

211006137 (U173029 M1276343)

Черновик





$$\begin{cases} 2x^2+2y^2-x^2y^2=2 \\ x^4+y^4-\frac{1}{2}x^2y^2=19 \end{cases}$$

$-2x^2y^2 = 4-4x^2-4y^2$

$2\cdot 3\cdot 3+2\cdot 4\cdot 4-3\cdot 3\cdot 4\cdot 4=2$

$\cancel{18+32-144}=2$

$\frac{1}{2}x^2y^2=\frac{1}{2}(2x^2+2y^2-2)=x^2+y^2-1$

$x^4+y^4-x^2-y^2+1=19$

$x^4+y^4-x^2-y^2=18$

$x^4+y^4=x^2+y^2+18$

$(x^2+y^2)^2=x^4+y^4+2x^2y^2$

$(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=x^2+y^2+18$

$t^2-2x^2y^2=t+18$

$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$

$(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=x^2+y^2+18$

$(x^2+y^2)^2+4-4x^2-4y^2=x^2+y^2+18$

$4-18=-14$

$(x^2+y^2)^2-5(x^2+y^2)-14=0$

$t^2-5t-14=0$

$(t-7)(t+2)=0$

$(x^2+y^2-7)\cancel{(x^2+y^2+2)}$

$x^2+y^2=7$

$(3;4)(4;3)$

$14-x^2y^2=2$

$x^2y^2=12$

$\begin{cases} x^2+y^2=7 \\ x^2y^2=12 \end{cases}$

$a=7-b$

$(7-b)b=12$

$7b-b^2=12$

$\begin{cases} ab=12 \\ a+b=7 \end{cases}$

3
4

$b^2-7b+12=0$

$(b-3)(b-4)=0$

$x^2+y^2 = 1 - \frac{1}{2}x^2y^2$ $\frac{1}{2}x^2y^2 = 1 - x^2 - y^2$

$x^4+y^4 = 19 + \frac{1}{2}x^2y^2$ $-2x^2y^2 = \cancel{4} - \cancel{4}x^2 - 4y^2$

$x^4+y^4 = 19 + 1 - x^2 - y^2$ 15+

$x^4+y^4 = 20 - x^2 - y^2$

$(x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2 = 20 - x^2 - y^2$ $x^2=3$

$(x^2+y^2)^2 + 4 - 4x^2 - 4y^2 = 20 - x^2 - y^2$ $\pm\sqrt{3}$ ± 2

$t^2(x^2+y^2) - 5(x^2+y^2) - 16 = 0$ $(\sqrt{3}; 2)$

$\cancel{4-20=-16}$ $(\sqrt{3}; -2)$

$16 = 4\cdot 4$ $(-\sqrt{3}; 2)$ 80

$2\cdot 8$ 40

$t^2 - 5t - 16 = 0$ 16 16 32 32 64 $(-\sqrt{3}; -2)$ 120

$D = 5^2 - 4\cdot(-16) = 25 + 64 = \sqrt{89}$

25 89 16 сном

$\frac{5 \pm \sqrt{89}}{2}$ ~~25 $\sqrt{89}$~~

$\frac{5+\sqrt{89}}{2} = x^2+y^2$ $5 + \sqrt{89} = 2 + x^2y^2$ 15·15-15

15(15-1)

$\cancel{x^2+y^2} =$ $x^2y^2 = 3 + \sqrt{89}$ 15·14

$x^2+y^2 = \frac{5+\sqrt{89}}{2}$

$y^2 = \frac{5+\sqrt{89}}{2} - \cancel{x}^2$

$2a^2 - a(5+\sqrt{89}) + 6 + 2\sqrt{89} = 0$ $\left(\frac{5+\sqrt{89}}{2} - a^2\right)a^2 = 3 + \sqrt{89}$ 4·2·6 12 48

$D = (5+\sqrt{89})^2 - 4\cdot 2\cdot(6+2\sqrt{89}) =$

$= 25 + 10\sqrt{89} + 89 - 48 - 16\sqrt{89} =$ $((5+\sqrt{89}) - 2a)a = 6 + 2\sqrt{89}$ 4·2·2 4

$= 66 - 6\sqrt{89}$

$5a + a\sqrt{89} - 2a^2 = 6 + 2\sqrt{89}$

3 16 ×15 80 16 240 (240)

240 ×14 96 24 3360

25 + 89 48 41 41 25 66

211006137 (U173029 M1276343)

$x^4+y^4+2x^2y^2-2x^2y^2-\frac{1}{2}x^2y^2=19$

$(x^2+y^2)^2-2{,}5x^2y^2=19$

$-2{,}5x^2y^2=5-5x^2-5y^2$

$5-5(x^2+y^2)=5-5t$

$t^2+5-5t=19$

$t^2-5t-14$

$5-19=-14$

$(t-7)(t+2)$

$x^2+y^2=7$

$x^2y^2=12$

$14-x^2y^2=2$

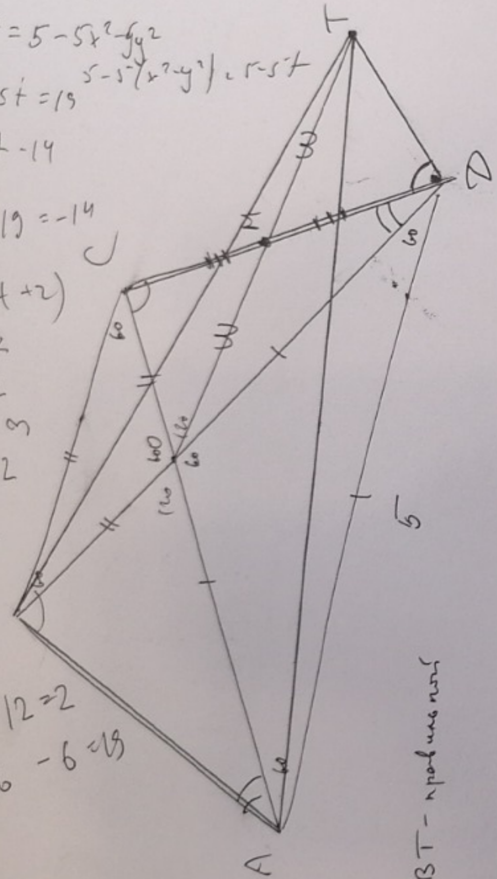
$x^2y^2=12$

$x^2=3$

$y^2=4$

$6+8-12=2$

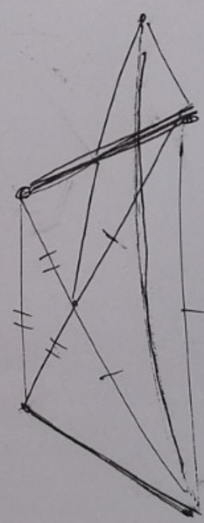
$9+16-6=19$

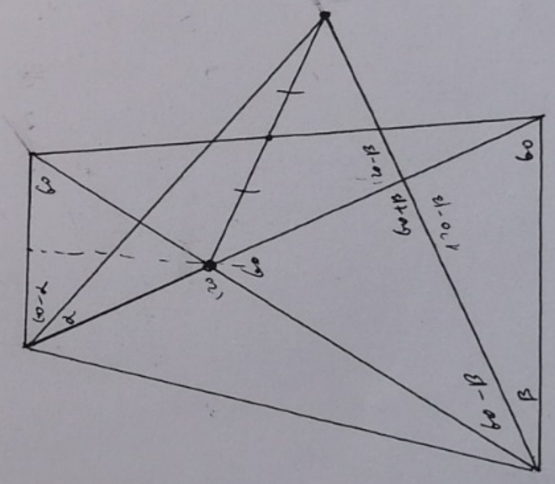


ΔABT − правильный

1) BC || AD

AB = CD

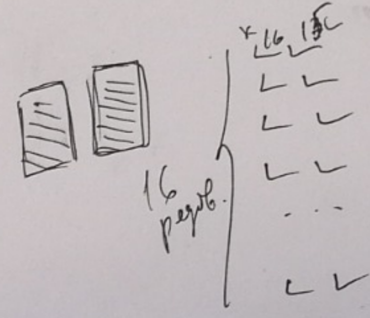




16^2
разл. карточек.

K C

от 1 до 16
на каждой стороне 1 число
дубль − совпадают числа



без дублей

Чистовик.

№5

Есть 16 способов написать цифру от 1 до 16 на одной стороне карточки и 16 способов на другой. Значит, всего 16^2 способов. Следовательно, всего существует 16^2 различных карточек. По условию задачи у фокусника 16^2 карточек. Значит, у него есть карточки со всеми возможными комбинациями цифр.

Теперь посчитаем кол-во способов вытащить 2 дубля. Эта ситуация будет ~~подходить~~ соответствовать желанием фокусника, так как на двух дублях нет одинаковых цифр.

Всего 16 дублей. Первый дубль можно вытащить 16 способами, а второй - пятнадцатью. Но нужно ещё поделить на 2, так как не важно какую карточку мы вытащим первой.

$$\frac{16\cdot 15}{2} = 8\cdot 15 = 120 \text{ способов.}$$

Далее посчитаем кол-во способов вытащить 1 дубль и ещё карточку, на которой нет цифры, которая есть на дубле

Вытащить дубль можно 16 способами. На дубле задействуется одна цифра с обеих сторон. Посчитаем кол-во карточек, на которых нет этой цифры.

Тогда там может быть 15 различных вариантов цифр на одной стороне и 14 вариантов на другой (т.к. эта карточка не дубль)

Получается таких карточек $15\cdot 14 = 210$

Вытащить дубль и такую карточку можно $16\cdot 210 = 3360$ способами

Значит всего $3360 + 120 = 3480$ способов

Ответ: 3480 способов.

чистовик

№4

Ответ: $(\sqrt{3}; 2)$; $(\sqrt{3}; -2)$; $(-\sqrt{3}; 2)$; $(-\sqrt{3}; -2)$; $(2; \sqrt{3})$; $(2; -\sqrt{3})$ $(-2; \sqrt{3})$ $(-2; -\sqrt{3})$

211006137 (U173029 M1276343)

Чистовик

№4

$$\begin{cases} 2x^2+2y^2-x^2y^2=2 \\ x^4+y^4-\frac{1}{2}x^2y^2=19 \end{cases}$$

$$x^4+y^4+2x^2y^2-2x^2y^2-0{,}5x^2y^2=19$$

$$(x^2+y^2)^2-2{,}5x^2y^2=19$$

Выразим $-2{,}5x^2y^2$ из первого уравнения

$$-2{,}5x^2y^2=5-5x^2-5y^2$$

Подставляем.

$$(x^2+y^2)^2+5-5x^2-5y^2=19$$

$$(x^2+y^2)^2-5(x^2+y^2)-14=0$$

$$x^2+y^2=t,\ t\geqslant 0$$

$$t^2-5t-14=0$$

$$(t-7)(t+2)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} t=7 \\ t=-2,\ \text{но } t\geqslant 0 \end{array}\right.$$

$$x^2+y^2=7$$

Подставляем в первое уравнение

$$14-x^2y^2=2$$

$$\begin{cases} x^2y^2=12 \\ x^2+y^2=7 \end{cases}$$

$$y^2=7-x^2$$

$$(7-x^2)x^2=12$$

$$-x^4+7x^2=12$$

$$x^4-7x^2+12=0$$

$$(x^2-3)(x^2-4)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2=3 \\ x^2=4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y^2=4 \\ y^2=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\pm\sqrt{3} \\ y=\pm 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\pm 2 \\ y=\pm\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$$