Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211006102**

ID профиля: **178849**

Вариант 16

Задача №2

$\exists$ числа: $a_1, a_2, \ldots, a_k$. Тк они различны $\Rightarrow$

пусть $a_1 < a_2 < \ldots < a_k$

По условию: $35a_1 + a_2 + \ldots + a_k = a_1 + a_2 + \ldots + 16a_k$

$\Rightarrow 34a_1 = 15a_k$

$\Rightarrow a_1 = \frac{15}{34}a_k$; $a_k = \frac{34}{15}a_1$

поскольку $a_1, a_k \in \mathbb{N}$; а также НОД$(15;34)=1$

$\Rightarrow$ тк $\frac{15}{34}a_k \in \mathbb{N} \Rightarrow a_k \vdots 34 \Rightarrow a_k \geq 34$

$\frac{34}{15}a_1 \in \mathbb{N} \Rightarrow a_1 \vdots 15 \Rightarrow a_1 \geq 15$

Если $a_1 = 15 \Rightarrow 35 \cdot 15 + a_2 + \ldots + a_k = 592$

$425 + a_2 + \ldots + a_k = 592$

Если $a_1 > 15 \Rightarrow a_1 \geq 30 \Rightarrow 35 \cdot 30 + a_2 + \ldots + a_k = 592$

$1050 + a_2 + \ldots + a_k = 592$

$\mathbb{N}$ числа

$\Rightarrow$ если $a_1 > 15$, то сумма $\mathbb{N}$ чисел < 0 (?!) $\Rightarrow a_1 = 15$

Если $a_k = 34 \Rightarrow a_1 + \ldots + a_{k-1} + 16 \cdot 34 = 592$

$\Rightarrow a_1 + \ldots + a_{k-1} + 544 = 592$

Если $a_k > 34 \Rightarrow a_k \geq 68 \Rightarrow a_1 + \ldots + a_{k-1} + 68 \cdot 16 = 592$

$a_1 + \ldots + a_{k-1} + 1088 = 592$. (?!)

$\Rightarrow$ если $a_k > 34$, то сумма $\mathbb{N}$ чисел $< 0 \Rightarrow a_k = 34$

Чистовик

Задача №2

Т.о. $a_1 = 15$; ~~a_{k}~~ $a_k = 34$

$\Rightarrow 15 + a_2 + .. + a_{k-1} + 16 \cdot 34 = 592$

$\Rightarrow a_2 + .. + a_{k-1} = 592 - 15 - 544 = 33$

если на доске всего написано 3 числа;

$a_1; a_2; a_3 \Rightarrow a_2 = 33$; $a_1 = 15$; $a_3 = 34$

если на доске всего написано 4 числа:

$a_1, a_2; a_3; a_4 \Rightarrow a_1 = 15; a_4 = 34$

$a_2 + a_3 = 33$

при этом $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 \Rightarrow a_2 \geq 16; a_3 \geq 17$

$16 + 17 = 33$

$\Rightarrow$ если на доске 4 числа: $a_1 = 15, a_2 = 16, a_3 = 17, a_4 = 34$

очевидно, что меньше 3 чисел на доске не м.б.

тк $a_1 + 16a_k \leq 592$

Также больше 4 чисел не м.б. тк $a_2 + a_3 + a_4 \geq$

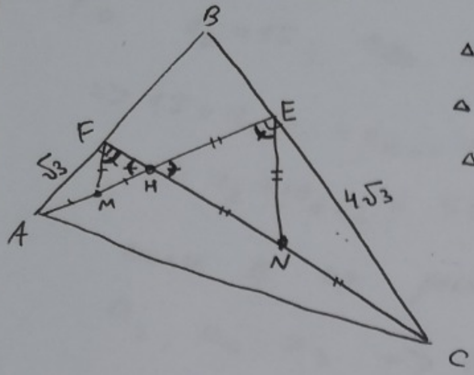
$\geq 16 + 17 + 18 > 33 \Rightarrow$ сумма будет слишком большая

Т.о.

Ответ: 15; 33; 34 или 15; 16; 17; 34

Чистовик

Задача №1



$\triangle AFH$ - прямоуг. $\Rightarrow FM = AM = MH = 1$

$\triangle CEH$ - прямоуг. $\Rightarrow EN = HN = NC = 4$

$\triangle FMH$ - р/б $(FM = MH) \Rightarrow \angle MFH = \angle MHF$

$\angle MHF = \angle EHN$ (верт.)

$\triangle HEN$ - р/б $(HN = NE) \Rightarrow \angle EHN = \angle HEN$

$FM \parallel EN \Rightarrow \angle HFM = \angle HNE$

т.о. $\angle MFH = \angle MHF = \angle EHN = \angle HEN$
$\quad\quad \| \quad \angle HNE$

$\Rightarrow \angle HNE = \angle EHN = \angle HEN$

$\Rightarrow \triangle HNE$ - р/ст $\Rightarrow \angle EHN = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle FHE = 120^\circ \Rightarrow \angle ABC =$

$= 360^\circ - \angle BFH - \angle BEH - \angle FHE = 60^\circ$

$\boxed{\angle ABC = 60^\circ}$

$\Rightarrow \angle BCF = \angle BAE = 30^\circ$

Рассм. $\triangle AFH$. ~~Но т.~~ В нём $\angle FHM = 60^\circ \Rightarrow \triangle FHM$ - р/ст $\Rightarrow$ $FH = 1$; $AH = 2$. По т. Пифагора: $AF^2 + 1^2 = 2^2 \Rightarrow AF = \sqrt{3}$

Рассм. $\triangle CEH$. В нём $EH = 4$; $HC = 8$. По т. Пифагора $EC^2 + 4^2 = 8^2 \Rightarrow EC = 4\sqrt{3}$

Пусть $BF = a$. Тогда тк $\triangle BFC$ - с углами $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ \Rightarrow BC = 2a$
$\Rightarrow BE = 2a - 4\sqrt{3}$

Заметим, что $AFEC$ - впис. $(\angle AFC = \angle AEC) \Rightarrow BF \cdot BA = BE \cdot BC$
(ст. точки B отн-но опис. окр-ти)

$\Rightarrow a \cdot (a + \sqrt{3}) = (2a - 4\sqrt{3}) \cdot 2a$

$\Rightarrow$ ~~a≠0~~ $a + \sqrt{3} = 4a - 8\sqrt{3}$

$3a = 9\sqrt{3} \Rightarrow a = 3\sqrt{3} \Rightarrow BC = 6\sqrt{3}$

$AE = AH + HE = 2 + 4 = 6 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{AE \cdot BC}{2} = \frac{6 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$

Чистовик

Задача №1

Т.о. ~~?~~ площадь $\triangle ABC$ $= 18\sqrt{3}$

Найдём сторону AC, чтобы найти R через т. sin.

по формуле Герона $S^2 = p(p-AB)(p-AC)(p-BC)$

$\Rightarrow \cancel{(18\sqrt{3})^2}$

$AC = b$

$$\left.\begin{aligned} S &= 18\sqrt{3} \\ AB &= 4\sqrt{3} \\ BC &= 6\sqrt{3} \\ \Rightarrow p &= 5\sqrt{3}+\frac{b}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow (18\sqrt{3})^2 = \left(5\sqrt{3}+\frac{b}{2}\right)\left(\frac{b}{2}-\sqrt{3}\right)\left(5\sqrt{3}-\frac{b}{2}\right)\left(\sqrt{3}+\frac{b}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 972 = \left(75-\frac{b^2}{4}\right)\left(\frac{b^2}{4}-3\right)$$

$$\frac{b^2}{4} = x$$

$$\Rightarrow 972 = (75-x)(x-3)$$

$$\Rightarrow x^2 - 78x + 1197 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{78 \pm \sqrt{78^2 - 4\cdot 1197}}{2} = \frac{78 \pm 6\sqrt{36}}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{78+36}{2} = 57$$

$$x_2 = \frac{78-36}{2} = 21$$

1 случай: $\frac{b^2}{4} = 57 \Rightarrow b = \sqrt{228} = 2\sqrt{57} = 2\cdot\sqrt{19}\cdot\sqrt{3}$

Заметим, что $2\sqrt{19}\cdot\sqrt{3} > 2\sqrt{16}\cdot\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

$$8\sqrt{3} > \underset{BC}{\underset{\shortparallel}{6\sqrt{3}}} > \underset{AB}{\underset{\shortparallel}{4\sqrt{3}}}$$

$\Rightarrow AC$ - наиб. сторона в $\triangle ABC$. Но тк против большей стороны лежит бОльший угол, а напротив AC лежит угол $60°$ $\Rightarrow 60°$ - наиб. угол в $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \underset{60°}{\underset{\shortparallel}{\angle ABC}} + \underset{60°}{\underset{\wedge}{\angle ACB}} + \underset{60°}{\underset{\wedge}{\angle BAC}} < 180°. \ (?!)$$

Чистовик

2 случай: $\frac{b^2}{4} = 21 \Rightarrow b = 2\sqrt{21} = 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}$

тк 1 случай не подходит => 2 подходит, иначе такого $\triangle ABC$ не существует.

Тогда по т. sin для $\triangle ABC$:

$$\frac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R \Rightarrow \frac{2\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \Rightarrow 2\sqrt{7} = R$$

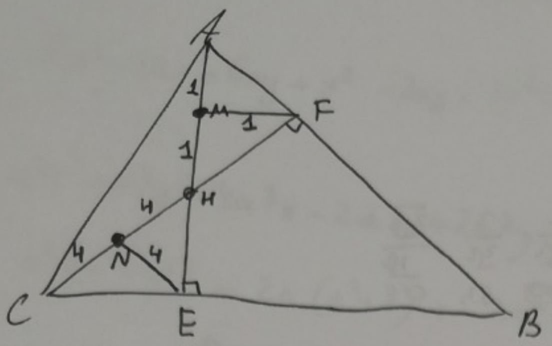
радиус опис. окр-ти $\triangle ABC$

Ответ: $\angle ABC = 60°$

$S_{\triangle ABC} = 18\sqrt{3}$

$R = 2\sqrt{7}$

Черновик



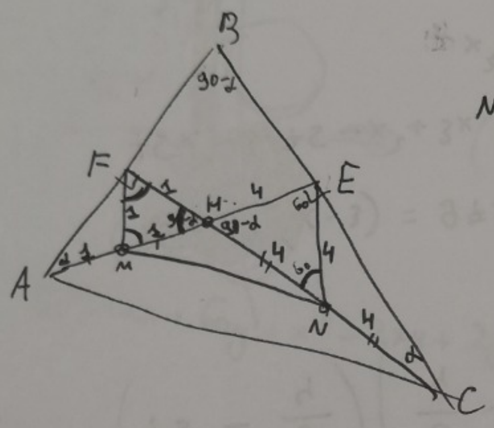
FM || EN

$3a^2 - 9\sqrt{3}a = 0$

$a(3a - 9\sqrt{3}) = 0$

$a = 3\sqrt{3}$

$a_1 \le \ldots \le a_k$



MFEN - впис.

$35a_1 + a_2 + \ldots + a_k = 592$

$a_1 + \ldots + a_{k-1} + 16a_k = 592$

$34a_1 = 15a_k$

$a_1 = \frac{15}{34}a_k$

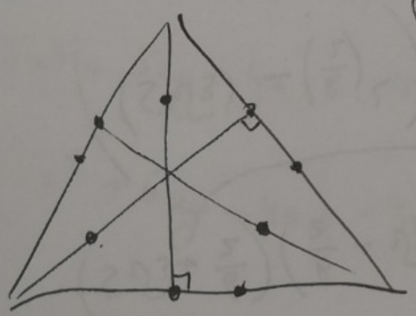
$(2a - 4\sqrt{3})\cdot 2a = a\cdot(a+\sqrt{3})$

$4a^2 - 8\sqrt{3}a = a^2 + \sqrt{3}a$

$a_k \vdots 34$

$a_1 \vdots 15$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times\ 15 \\ \hline 175 \\ 35 \\ \hline 425 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 68 \\ \times\ 16 \\ \hline 408 \\ 68 \\ \hline 1088 \end{array}$$

$15\cdot 35$

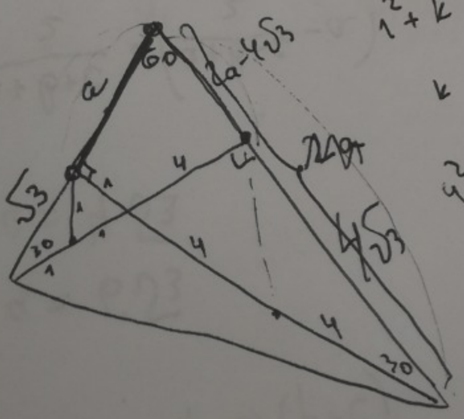
$$\begin{array}{r} 34 \\ \times\ 16 \\ \hline 204 \\ 34 \\ \hline 544 \end{array}$$

$1^2 + k^2 = 4$

k

$64 - 16 = 48$

$a_1 = 15$



$4^2 + k^2 = 64$

$k^2 = 4\sqrt{3}$

$a_1 = 15 \qquad a_k = 34$

$544 + 15 =$

$= 559$

$15;\ 33;\ 34$

$15;\ 16;\ 17;\ 34$

$$\begin{array}{r} 592 \\ -\ 559 \\ \hline 33 \end{array}$$

$S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$ Черновик

$a = 6\sqrt{3}$

$c = 4\sqrt{3}$

$a+b+c = 10\sqrt{3}+b$

$\Rightarrow p = 5\sqrt{3}+\frac{b}{2}$

$\frac{a+b+c}{2}\cdot\left(\frac{a+b+c}{2}-a\right)$

$\left(5\sqrt{3}+\frac{b}{2}\right)\left(\frac{b}{2}-\sqrt{3}\right)\left(5\sqrt{3}-\frac{b}{2}\right)\left(\sqrt{3}+\frac{b}{2}\right) = (18\sqrt{3})^2$

$\left((5\sqrt{3})^2-\left(\frac{b}{2}\right)^2\right)\left(\left(\frac{b}{2}\right)^2-(\sqrt{3})^2\right) =$

$=\left(75-\frac{b^2}{4}\right)\left(\frac{b^2}{4}-3\right) = 972$

$$\begin{array}{r} {}_{6}18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +972 \\ 225 \\ \hline 1197 \end{array}$$

324

$(75-x)(x-3) = 972$

$75x - 3\cdot 75 - x^2 + 3x = 972$

$\frac{b^2}{4} = \cancel{x}$

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 78 \\ \hline \end{array}$$

$x^2 - 78x + 1197 = 0$

$x = \frac{78 \pm \sqrt{78^2 - 4\cdot 1197}}{2}$

$78 = 3\cdot 26$

30	45	60	90
$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	

$78 \pm 3\sqrt{26^2 - 4\cdot 133}$

$$\begin{array}{r} {}^{2}13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 13 \end{array}$$

$78 \pm 6\sqrt{13^2 - 133}$

$\frac{78 \pm 6\cdot 6}{2}$

$$\begin{array}{r} -169 \\ 133 \\ \hline 36 \end{array}$$

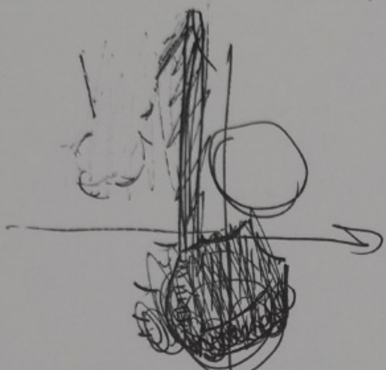
211006102 (U178849 M1276066)

Черновик

$5a^2-4ax+6ay+x^2-2xy+2y^2=0$

$a^2x^2+a^2y^2-4a^3x-2ax+2a^2y+4a^4+1=0$

$a^2(x^2+y^2)-2a(a^2+1)+2a^2(y+a^2)+1=0$



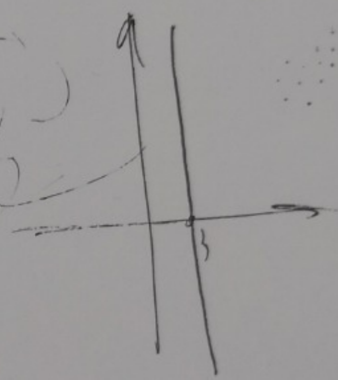
$5a^2-4ax+6ay+x^2-2xy+2y^2=0$

$4a^2-4ax+x^2+a^2+6ay+2y^2-2xy=0$

$(2a-x)^2+(a+3y)^2-7y^2-2xy$

$5a^2-4ax+6ay+x^2-2xy+2y^2=0$

$(5a-4x+y)(a+y)$



$5a^2+5ay-4ax-4xy+ay+y^2$

$(5a^2+6ay-4ax)-4xy+y^2$ $\qquad +2xy+y^2+x^2$

$(a+y)(5a+y-4x)+(x+y)^2=0$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

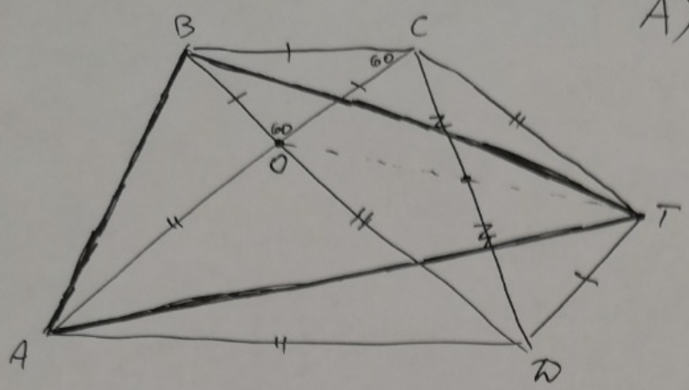
Шифр: **211006102**

ID профиля: **178849**

Вариант 16

Чистовик

Задача №6



А) Заметим, что $OCTD$ – параллелограмм (тк диаг. точкой пересеч. делятся пополам)

$\Rightarrow OD = CT$

$OC = DT$

тк $\triangle BOC$ – р/ст

$\Rightarrow \angle BCO = \angle BOC = 60°$

$\angle COD = 180° - \angle BOC = 120°$

тк $OCTD$ – параллелогр.

$\Rightarrow \angle CTD = \angle COD = 120°$

тк $OCTD$ – паралл-мм $\Rightarrow CT \parallel OD \Rightarrow \angle COD + \angle OCT = 180°$

$\Rightarrow \angle OCT = 60°$

Тогда $\triangle BCT = \triangle DTC$ ($BC = OC = DT$; CT – общ., $\angle BCT = \angle DTC = 120°$)

$\Rightarrow \boxed{BT = CD}$

Аналогично, $\triangle ADT = \triangle CTD$ ($AD = OD = CT$; DT – общ., $\angle ADT = \angle CTD = 120°$)

$\Rightarrow \boxed{CD = AT}$

Заметим, что $\angle COD = \angle BDA = 60° \Rightarrow BC \parallel AD$

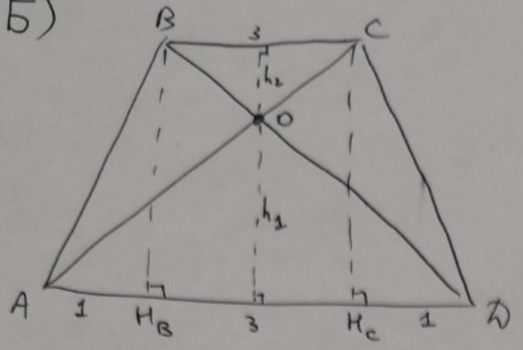
$\triangle AOB = \triangle DOC$ по 2м сторонам и углу между ними $\Rightarrow \boxed{AB = CD}$

Т.О. $\begin{cases} BT = CD \\ CD = AT \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow AB = AT = BT \Rightarrow \triangle ABT$ – правильный.

Чистовик

Задача №6

Б)



На предыдущ. стр. мы получили:

$BC \parallel AD$; $AB = CD$

тк $BC \neq AD \Rightarrow ABCD$ – р/б трапеция.

Если $AB = a$, то

$S_{\triangle ABT} = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 60$ (тк $\triangle ABT$ – р/ст)
$= \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

Опустим перпенд. из B;C на AD: BH_B и CH_C

Тогда $S_{ABCD} = \frac{(3+5)}{2} \cdot BH_B = 4BH_B$.

Давайте найдем BH_B; через BH_B по т. Пифагора выразим AB и найдём искомое отн-ие.

$\exists$ h_1 – длина ~~пер~~ высоты в $\triangle AOD$; h_2 – длина высоты в $\triangle BOC$

$\Rightarrow h_1 + h_2 = BH_B$ (это верно, тк если провести прямую, перпенд-ую BC и AD через (·)O; то отрезок заключенный между BC и AD будет равен BH_B тк $BC \parallel AD$ и будет равен $h_1 + h_2$)

В р/ст Δ-ке со стороной x ~~высота z $\frac{S}{}$~~ $S = \frac{xh}{2} = \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \sin 60°$

$\Rightarrow \overset{\text{высота}}{h} = x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

Т.о. $h_1 = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$; $h_2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow BH_B = h_1 + h_2 = 4\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{ABCD} = 4BH_B = 16\sqrt{3}$

Заметим, что $H_B BCH_C$ – прямоуг. $\Rightarrow H_B H_C = 3$. Тк трапеция ABCD – р/б

$\Rightarrow AH_B = H_C D = \frac{5-3}{2} = 1$

$\Rightarrow$ в $\triangle ABH_B$ по т. Пифагора $AB^2 = AH_B^2 + BH_B^2 = 1 + 48 = 49$

$\Rightarrow AB = 7 \Rightarrow S_{\triangle ABT} = \frac{7^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{49\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{49\cancel{\sqrt{3}}}{4 \cdot 16\cancel{\sqrt{3}}} =$

$= \frac{49}{64}$

Ответ: $\frac{49}{64}$

Задача №5

Всего карточек - 256

Всего способов вытащить 2 карточки - C_{256}^{2}

Всего дублей - 16

=> кол-во способов вытащить 2 карточки бз дублей - C_{240}^{2}

Посчитаем кол-во способов вытащить дубль и карточку-не-дубль, чтобы хоть какие-то 2 цифры повторялись

16 способов вытащить дубль.

Пусть мы вытащили дубль с числом k. Всего карточек с числом k $16 + 15 = 31$

k на синей стороне

k на красн. стороне (дубль 2ой раз не считаем)

=> вторую карточку (чтоб цифра совпала) можно вытащить 30 способами => всего $16 \cdot 30$ способов.

Тогда подходящих способов

$$C_{256}^{2} - C_{240}^{2} - 16 \cdot 30 = \frac{256 \cdot 255}{2} - \frac{240 \cdot 239}{2} - 16 \cdot 30 =$$

$$= 128 \cdot 255 - 120 \cdot 239 - 16 \cdot 30 = 128 \cdot 255 - 120 \cdot 243 =$$

$$= 32640 - 29160 = 3480$$

Ответ: 3480 способами

211006102 (U178849 M1276067)

Черновик

$\frac{(1-b)(4-4b-2b+b^2)}{(2-b)^2}+b^2=19$

$b^2(4+b^2-4b)$

$\frac{(1-b)(4-6b+b^2)+b^2(2-b)^2}{(2-b)^2}=19$

$19 \times 4 = 76$

$4-6b+b^2-4b+6b^2-b^3+4b^2+b^4-4b^3=19\cdot4+19b^2-19\cdot4b$

$b^4-5b^3-8b^2+66b-72=0$

~~1-5-8+66-72~~

~~1-5-8-66-72~~

16 ·

255×128: 2040, 510, 255, 32640

① .... ⑦

32640 − 29160 = 3480

243×120: 486, 243, 29160

$a+b-\frac{1}{2}ab=1$

Черновик

$a^2+b^2-\frac{1}{2}ab=19$

$\cancel{a=\frac{1}{2}b\pm\sqrt{\frac{1}{4}a^2b^2+4\cdot 19\cdot b^2}}$

$a+b-1=a^2+b^2-19$

$\cancel{1}-\frac{b}{2-b}+b-\cancel{1}=a^2+b^2-19$

$a^2=b-\frac{b}{2-b}-b^2+19$

$a\left(1-\frac{1}{2}b\right)=1-b$

$\frac{b^2}{(2-b)^2}-\frac{2b}{2-b}=b-\frac{b}{2-b}-b^2+18$

$a=\frac{2-2b}{2-b}=1-\frac{b}{2-b}$

$\frac{b^2-2b+b^2}{(2-b)^2}=b-b^2+18$

$\left(1-\frac{b}{2-b}\right)^2+b^2-\frac{1}{2}\left(1-\frac{b}{2-b}\right)b=19$

$\frac{2(b^2-b)}{(2-b)^2}=(b^2-b)\cdot(-1)+18$

$\frac{b^2}{(2-b)^2}-\frac{2b}{2-b}+b^2-\frac{1}{2}b+\frac{b^2}{(2-b)}=18$

$(b^2-b)\left(\frac{2}{(2-b)^2}+1\right)=18$

$b\left(\frac{b}{(2-b)^2}-\frac{2}{2-b}+b-\frac{1}{2}+\frac{b}{2-b}\right)=18$

$b(b-1)\cdot(2+(2-b)^2)=18(2-b)^2$

$\cancel{b+b(4-4b+b^2)}$

$b\left(\frac{b}{(2-b)^2}+b+\frac{b-2}{2-b}-\frac{1}{2}\right)=18$

$(b^2-b)(6-4b+b^2)=18(4-4b+b^2)$

$b\left(\frac{b+b(2-b)^2}{(2-b)^2}-1\frac{1}{2}\right)=18$

6

$b\left(\frac{b(5-4b+b^2)}{(2-b)^2}-\right.$

$a^2+b^2+\frac{1}{4}a^2b^2+$

$+2\left(ab-\frac{1}{2}a^2b-\frac{1}{2}ab^2\right)$

$(2x^2+2y^2-x^2y^2)(x^2)+$

$2x^4+2x^2y^2-x^4y^2$

$a^2+b^2-\frac{1}{4}a^2b^2-2ab-ab(a+b)=1$

$a^2+b^2-\frac{1}{2}ab=1+ab(a+b)+$

$+\frac{1}{4}a^2b^2+1\frac{1}{2}ab$

$a^2+b^2-\frac{1}{2}ab=19$

$1+ab(a+b)+\frac{1}{4}a^2b^2+1\frac{1}{2}ab=19$

$ab\left(a+b+\frac{1}{4}ab+\frac{3}{2}\right)=18$

Черновик

$$\begin{cases} 2x^2+2y^2-x^2y^2=2 \\ x^4+y^4-\frac{1}{2}x^2y^2=19 \end{cases}$$

$\cancel{2(x^2+y^2+2xy}$

$\cancel{x^4+y^4+2x^2y^2-2,5x^2y^2=19}$

$x^2y^2 = 2x^2+2y^2-2$

$x^2y^2 = 2x^4+2y^4-38$

$x^2+y^2-\frac{1}{2}x^2y^2=1$

$x^4+y^4-\frac{1}{2}x^2y^2=19$

$2x^2+2y^2-2 = 2x^4+2y^4-38$

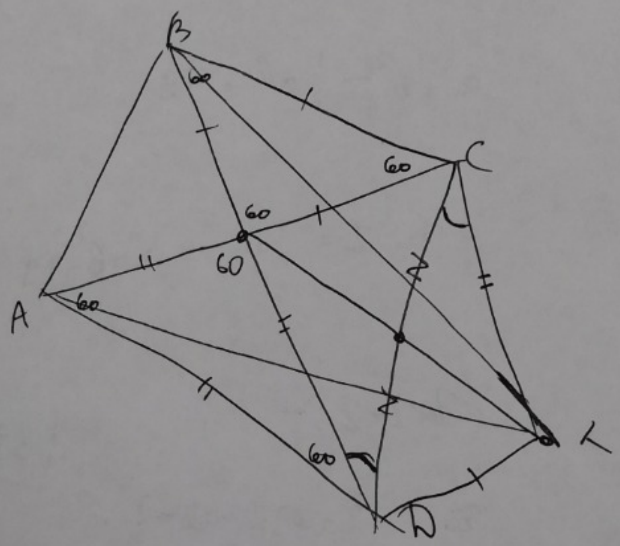
$x^2+y^2 = x^4+y^4-18$

$x^4+y^4-x^2-y^2-18=0$

$x^2(x-1)(x+1)+y^2(y-1)(y+1)-18=0$

$x^2+y^2 = x^4+y^4-18$

$(x^2+y^2)^2 = x^4+y^4+2x^2y^2$



$x^2+y^2 = (x^2+y^2)^2-2x^2y^2-18$

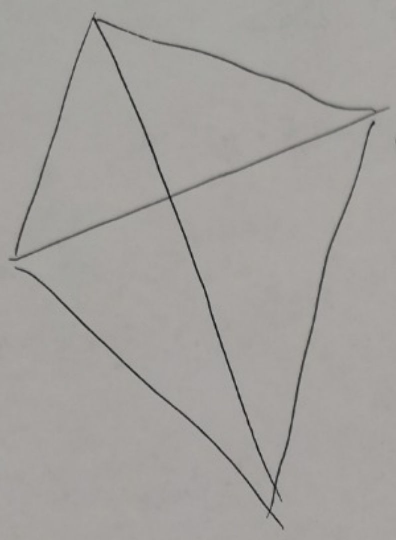
a^2-a

$a = a^2-b$

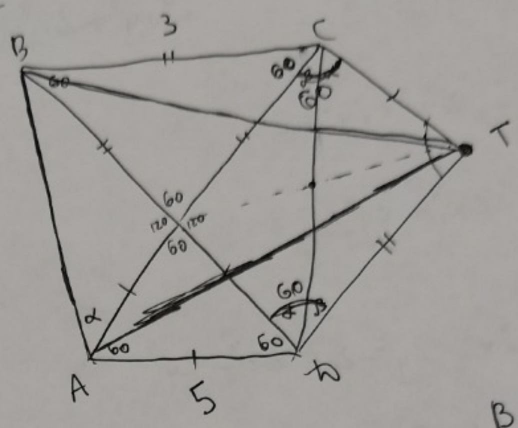
$b = a^2-a$

$2x^2y^2+18 = (x^2+y^2)(x^2+y^2-1)$

Черновик



S_{ABCD} - умеем

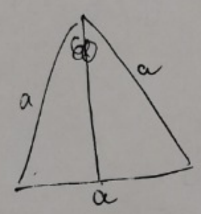


$\triangle BCT = \triangle DTC$

$BC = DT$

$CT = CT$

$\angle BCT = \angle DTC = 120$

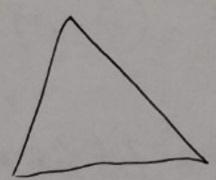


$\frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 60^\circ$

C_{16}^{2}

$2(a+b) - ab = 2$

$a^2 + b^2 - \frac{1}{2}ab = 19$



$a = x^2; \; b = y^2$ $\qquad b \neq 2$

$a + b - 1 = \frac{1}{2}ab = a^2 + b^2 - 19$

$$\begin{cases} 2a + 2b - ab = 2 \\ a^2 + b^2 - \frac{1}{2}ab = 19 \end{cases}$$

$\boxed{b \neq 2}$

$2a + 2b - ab = 2$

$a(2-b) + 2b = 2$

$a = \frac{2-2b}{2-b}$

$$a = \frac{2-2b}{2-b} = 2\,\frac{1-b}{2-b}$$

$$4\frac{(1-b)^2}{(2-b)^2} + b^2 - \frac{1-b}{2-b} \cdot b = 19$$

$$\frac{(4b^2 - 8b + 4) - (1-b)(2-b) \cdot b}{(2-b)^2} + b^2 = 19$$