

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

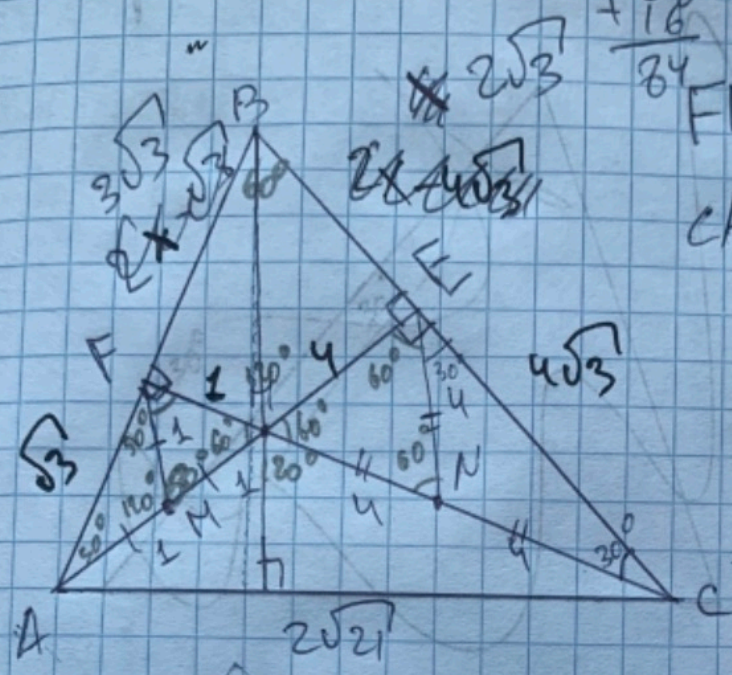
Шифр: **211005286**

ID профиля: **869217**

Вариант 16

Черновик

√1



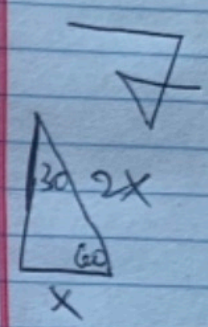
$$\begin{array}{r} +64 \\ +68 \\ +16 \\ \hline 84 \end{array}$$

FM I I EN

CA BC; S; R

u u

$$\sqrt{84} = 2\sqrt{21}$$



$$\angle ABC = 360 - 120 - 60 = 240 - 60 = 180$$

$$\angle ABC = 360 - 120 - 180 = 60^\circ$$

no t. cos:  $AC^2 = 4 \times 64$

$$AC^2 = 2^2 + 8^2 + 2 \cdot 2 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 + 64 + 16 = 84 = 2\sqrt{21}$$

$$64 - 16 = 48$$

$$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$36 + 48 = 84$$

$$\underline{24 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} =}$$

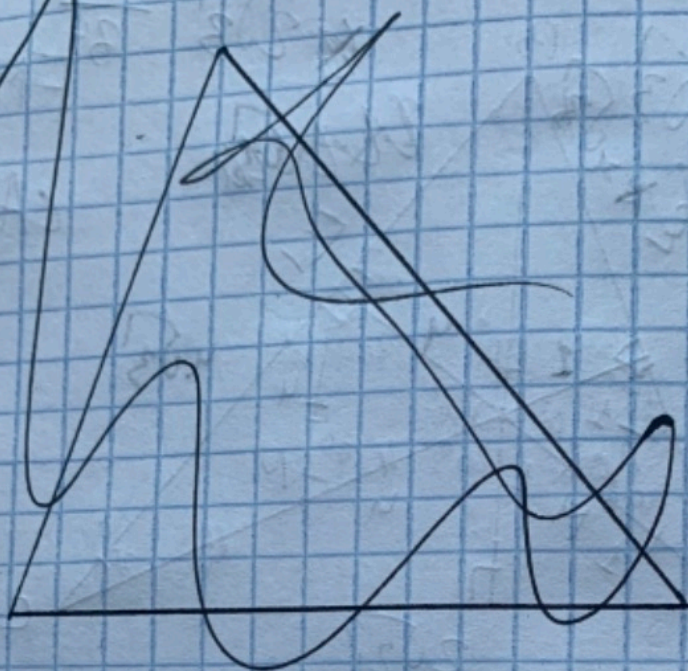
Γ=C no t. cos.

AF no t. cos.

$$= 6 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}$$

Упроблекен

Упроблекен  
 $\sqrt{1}$



$$6 + (2x - 4\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3} + x)^2$$

$$36 + 4x^2 - 16x\sqrt{3} + 48 = 3 + 2x\sqrt{3} + x^2$$

$$3x^2 + 81 - 18x\sqrt{3} = 0$$

$$x^2 - 6x\sqrt{3} + 27 = 0$$

$$D = 108 - 68 = 40$$

$$x_{1,2} = 6\sqrt{3} \pm 2\sqrt{10}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 3 \\ \hline 108 \\ - 68 \\ \hline 40 \\ 2\sqrt{10} \end{array}$$

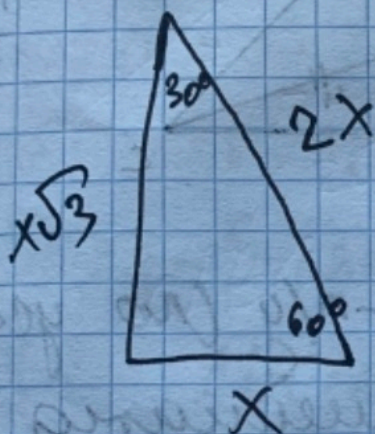
Черновик

$$36 + x^2 = 4x^2$$

$$3x^2 = 36$$

$$x^2 = 12$$

$$x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



$$4x^2 - x^2 = 3x^2$$

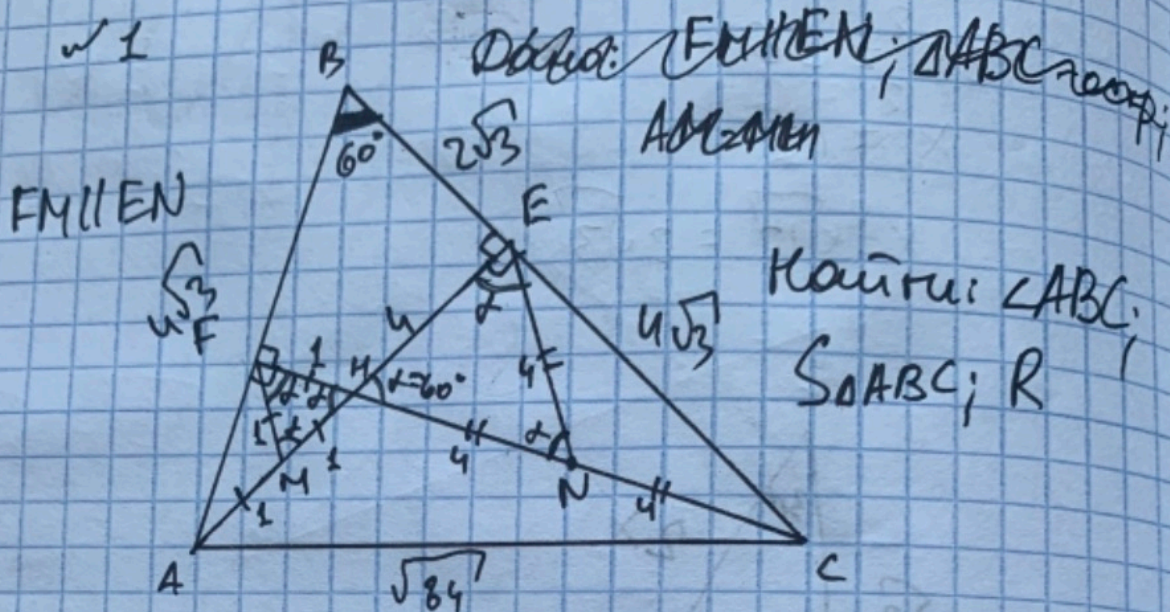
$$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{24}{24} \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

Условие. Вариант 16. Часть 1

✓ 1



①

Решение: 1)  $\triangle HEC$  -  $n/y$  (по ус.);  
 т.к.  $HN = NC \Rightarrow EN$  - медиана в  $n/y$   
 $\triangle$ -це  $\Rightarrow EN = HN = NC = 4$

2)  $\triangle AFM$  -  $n/y$  (по ус.); т.к.  $AM = MH \Rightarrow FM$  -  
 медиана в  $n/y$   $\triangle$ -це  $\Rightarrow FM = AM = MH = 1$

3) т.к.  $FM = MH \Rightarrow \triangle FMH$  -  $p/d$   $\Rightarrow \angle MFH = \angle MHF$   
 т.к.  $\angle FHM = \angle EMN$  (как вертикальные)  
 $HN = EN \Rightarrow \triangle HEN$  -  $p/d$   $\Rightarrow \angle HEN = \angle EHN =$   
 $= \angle FHM = \angle MFH = \alpha$

4) т.к.  $FM \parallel EN$  (по ус.)  $\Rightarrow \angle ENH = \angle NFH$  (как  
 внутр.-н.л.)  $= \alpha$ ;  $\angle FHM = \angle HEN = \alpha$  (аналогично)  
 $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle FMH$  и  $\triangle HEN$  - равносторонние

(все углы равны  $\alpha$ )  $\Rightarrow 3\alpha = 180^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ; HE = HN = EN = 4; FM = MH = FH = 1$$

5)  $\angle FHE = 180^\circ - \angle EHN$  (как смежные) =  $120^\circ$

6) углы  $\angle FHE$  и  $\angle FBE$  =  $\angle ABC$  (т.к.  $F \in AB, E \in BC$ ) =  $360^\circ - \angle FHE - \angleBFM - \angleBEM = 360^\circ - 120^\circ - 180^\circ = 240^\circ - 180^\circ = 60^\circ \Rightarrow \boxed{\angle ABC = 60^\circ}$

7)  $\angle FHE = \angle AHC$  (как вертикальные) =  $120^\circ$

8) по т. кос и  $\triangle AHC: AC^2 = AH^2 + HC^2 - 2 \cdot AH \cdot HC \cdot \cos \angle AHC$   
 $AC^2 = 4 + 64 + 2 \cdot 2 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 + 64 + 16 = 84$   
 $AC = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$

9) по т. син:  $R = \frac{AC}{2 \sin \angle ABC} = \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{84}{3}} = \sqrt{28} \Rightarrow \boxed{R = \sqrt{28}}$

10) углы  $\triangle AFH: \sin \angle FAH = \frac{FH}{AH} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle FAH = 30^\circ$

2

10) ~~у~~ ~~н~~ ~~у~~  $\triangle ABE$

10) у н/у  $\triangle ABE$ :  $\angle BAE = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$   
пусть  $BE = x$ ; тогда  $AB = 2x$  (т.к.  $BE$  - катет  
против угла  $30^\circ \Rightarrow AB = 2BE = 2x$ )

3

$$AE = MA + MH + ME = 1 + 1 + 4 = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 6^2 = (2x)^2$$

$$3x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}; AB = 2x = 4\sqrt{3}$$

11) у н/у  $\triangle BFC$ :  $\angle BCF = 30^\circ \Rightarrow$  пусть  
 $BF = y$ ;  $BC = 2y$  (аналогично п.10);  
 $FC = FH + HN + NC = 9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y^2 + 81 = (2y)^2$$

$$3y^2 = 81$$

$$y = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \Rightarrow BC = 2y = 6\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} 12) S &= \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \\ &= \frac{6\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 18\sqrt{3}}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \angle ABC = 60^\circ; S = 18\sqrt{3}; R = \sqrt{28}}$$

№2.

Пусть сумма чисел, данных  
уникально (не увеличенных  
в  $k$  раз) равна  $\text{sum}$ ; минимальное  
число из набора =  $a$ ; максимальное  
равно  $n$ , тогда:

(4)

$$\begin{cases} \text{sum} - a + 35a = 592 \\ \text{sum} - n + 16n = 592 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{sum} + 34a = 592 \\ \text{sum} + 15a = 592 \end{cases}$$

$\rightarrow$  заметим,  
что т.п.

Все числа натуральные, и чисел  
как минимум два, и они различны  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{sum} \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} 34a \leq 592 - 3 \\ 15n \leq 592 - 3 \end{cases}$$



Черевека

$$A: 5a^2 - 4ax + 6ay + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$$

$$\begin{aligned} & x^2 - 4ax + 4a^2 \\ & + (2y)^2 + a^2 \end{aligned}$$

$$a^2 x^2 + a^2 y^2 - 4a^3 x - 2a^2 x + 2a^2 y + 5a^4 + 1$$

$\sqrt{2}$

~~sum: a; b; c; ...; n~~

число члн. сумма всех чисел = S  
min число - a; max число - n

$$84a - 15n = 0$$

$$34a + 15n = 592$$

$$84a - 15n = 0$$

$$34a = 15n$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 15 \\ \hline 170 \\ 340 \\ \hline 510 \end{array}$$

Делитель

$$a + b + \dots + n + 592 = a + b + \dots + 164$$

$$a + b + \dots + n = \text{sum}$$

$$1020 \overline{) 34} \\ \underline{30} \\ 40$$

$$a + b + \dots + 164$$

$$592 \overline{) 34} \\ \underline{252} \\ 340$$

$$\text{sum} + 15n = 592$$

$$\text{sum} + 34a = 592$$

$$1 \overline{) 34} \\ \underline{30} \\ 40$$

$$2 \overline{) 34} \\ \underline{15} \\ 190$$

$$34a = 15n$$

$$34 \cdot 30$$

$$34 \overline{) 510} \\ \underline{510} \\ 0$$

$$510 \overline{) 34} \\ \underline{34} \\ 140$$

$$1020 \overline{) 15} \\ \underline{120} \\ 0$$

$$a = 15$$

$$n = 34$$

$$82 \overline{) 49} \\ \underline{33} \\ 16$$

$$592 - 15n > 0$$

$$592 - 34a > 0$$

$$34a < 592$$

$$\text{all sum} = 592 - 15 \cdot 34 = 82$$

$$34 \cdot 30 = 15 \cdot 68$$

$$15 \overline{) 16} \quad 14 \overline{) 34} \\ \underline{0} \quad \underline{4} \\ 30 \quad 4 \quad 6 \quad 8$$

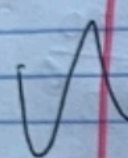
$$a \leq 17$$

Умножение.  
 1020  
 1020

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 68 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

$$1020$$



$$\begin{array}{r} 1020 \mid 34 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 15 \\ \hline 195 \\ 39 \\ \hline 585 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 15 \\ \hline 170 \\ 34 \\ \hline 510 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 590 \mid 34 \\ - 34 \quad 17 \\ \hline 250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 592 \\ \times 34 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 34 \\ \times 16 \\ \hline 204 \\ 34 \\ \hline 544 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 589 \mid 34 \\ - 249 \quad 17 \\ \hline 238 \\ 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 589 \mid 15 \\ - 139 \quad 38 \\ \hline 450 \\ 19 \end{array}$$

$$35a + b = 592$$

$$\text{или } 16b + a = 592$$

$$b = 592 - 35a$$

$$a = 592 - 16b$$

$$35(592 - 16b) + b = 592$$

$$35 \cdot 592 - 16 \cdot 35b + b = 592$$

$$\text{или } 592 \cdot 34 = b(16 \cdot 35 - 1)$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 15 \\ \hline 190 \\ 38 \\ \hline 570 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times 15 \\ \hline 340 \\ 68 \\ \hline 1020 \end{array}$$

Числовик

$$\begin{cases} 34a \leq 589 \\ 15n \leq 589 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \frac{589}{34} \\ n \leq \frac{589}{15} \end{cases}$$

$$17 < \frac{589}{34} < 18 \Rightarrow a < 18$$

~~$$\frac{589}{15} < 40$$~~

$$39 < \frac{589}{15} < 40 \Rightarrow n < 40; \text{вернёмся}$$

в первоначальной системе:

(5)

$$\begin{cases} \text{sum} + 34a = 592 \\ \text{sum} + 15n = 592 \end{cases} \ominus$$

$$34a - 15n = 0$$

$$34a = 15n$$

Общие кратные для 34 и 15: <sup>разделительный</sup> 510; 1020 и т.д. (ищем общие кратные для того, чтобы числа  $a, n$  были натуральными)  $\Rightarrow 34 \cdot a = 15 \cdot n =$  <sup>общее кратное</sup>

## Шитовские

1) Для 510:  $a=15; n=34 \Rightarrow \text{sum} = 592 - 15 \cdot 34$   
 $= 592 - 510 = 82 \Rightarrow \text{sum} - a - n =$

$= 82 - 15 - 34 = 82 - 49 = 33$ , т.к.  $a - \min$ ,  
 $n - \max \Rightarrow$  возможны

наборы

$\{15; 16; 14; 34\}; \{15; 33; 34\}$

6

2) Для 1020:  $a=30; n=68$  - не подходит по ограничениям, а при увелич. обычно кратного будут увеличиваться  $a, n \Rightarrow$  возможные наборы только 1) и 2).

Ответ: 1)  $15; 16; 14; 34$

2)  $15; 33; 34$

3)

1)  $9a^2 - 4ax + 6ay + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$

$(\sqrt{3}a + \sqrt{3}y)^2 + (\sqrt{2}a - \sqrt{2}x)^2 - (x+y)^2 = 0$

Черновик

$$5a^2 - uax + 6ay + x^2 - 2xy + 2y^2$$

$$-(x + x\sqrt{2}) = x(\sqrt{2}-1)$$

$$\downarrow$$

$$4a^2 + x^2$$

$$a^2 + 4x^2$$

$$2a^2 + 2x^2$$

$$\downarrow$$

$$9a^2 + y^2$$

$$a^2 + 9y^2$$

$$3a^2 + 3y^2$$

$$\downarrow$$

$$x^2 + y^2$$

$$\sqrt{2}a$$

$$4\sqrt{2}a(x(1-\sqrt{2}) + y - \sqrt{2}a)$$

$$9a^2 + 6ay + y^2 - 4a^2 - x^2 - uax + 2x^2$$

$$-(4a^2 + x^2 + uax)$$

$$(2a+x)^2$$

$$3a^2 + 6ay + 3y^2 + 2a^2 - uax + 2x^2 - x^2 - y^2 - 2xy = 0$$

$$\boxed{(\sqrt{3}a + \sqrt{3}y)^2 + (\sqrt{2}a - \sqrt{2}x)^2 - (x+y)^2 = 0}$$

$$+(x-y)^2 =$$

$$\sqrt{2}a -$$

Цепочка

$$\frac{a^2x^2 + a^2y^2 - 4a^3x - 2a^2y + 4a^4}{(2a^2)^2} + 1 = 0$$

$$\downarrow$$
$$(2ay)^2$$

$$a^2y$$

$$a^2y^2 + 2a^2y + 4a^4$$

$$a^2x^2 - 4a^3x + 4a^4 = (ax - 2a^2)^2$$

$$a^2y$$

$$a^2y(y+2) + ax$$

$$(a(x-2a))^2 = a^2(x-2a)^2$$

$$a^2y^2$$

$$2ax - a^2y^2$$

$$-4a^3 - 2ax + 1$$

a

$$a^2(x-2a)$$

$$a^2y(y+2)$$

$$4a^3x + 2ax + 4a^4$$



$$a^2x^2 - 2ax + 1 = (ax - 1)^2$$

$$a^2y^2 - ua^3x + 2a^2y + ua^4$$

$$a^2(x^2 + y^2 - uax - \frac{2x}{a})$$

$$-2ax(ua^2 + 1)$$

show

$$a^2x^2 - ua^3x + ua^4 = (ax - ua^2)^2 =$$

$$= a^2(x - ua)^2$$

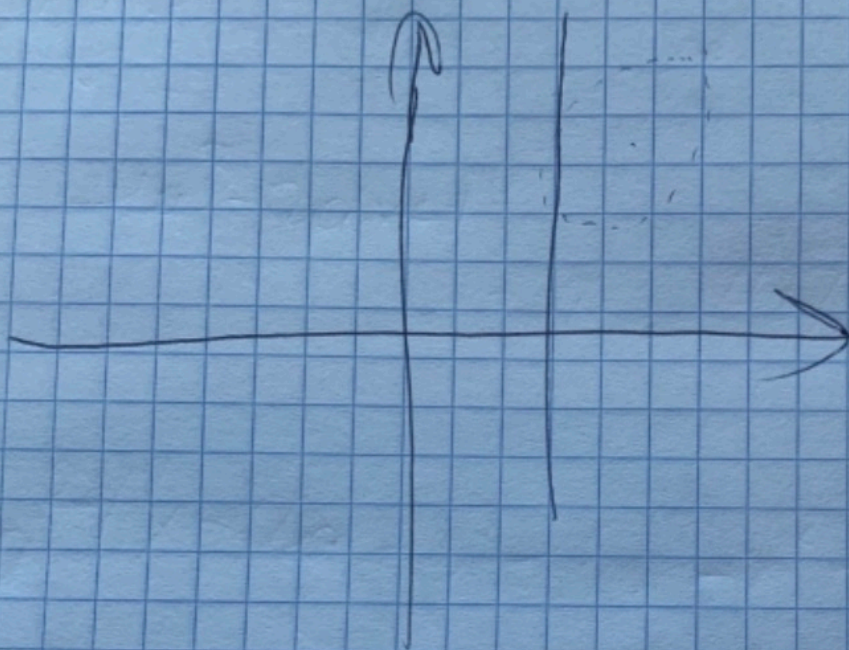
$$a^2y^2 + 2a^2y + 1$$

$$(ay + 1)^2 = a^2y^2 + 2ay + 1$$

a

$$-(4a^3x + 2ax)$$

$$4a^3x^2 + 2ax = 2a$$



# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211005286**

ID профиля: **869217**

Вариант 16

Черновик. Вариант 16. Часть 2

Черновик

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 - x^2y^2 = 2 \\ x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x^2y^2 = 19 \end{cases}$$

$$2(x^2 + y^2) - x^2y^2 = 2$$

$$(x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 - \frac{1}{2}x^2y^2 = 19$$

$$2(x^2 + y^2)^2 - x^2y^2 = 2$$

$$(x^2 + y^2)^2 - 2,5x^2y^2 = 19$$

Пусть  $x^2 + y^2$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 = 4 - y^2$$

$$x^2y^2 = 12$$

$$y^2(4 - y^2) = 12$$

$$4y^2 - y^4 = 12$$

$$\begin{array}{r} 2,5 \\ \times 12 \\ \hline 50 \\ 25 \\ \hline 300 \\ 1 \end{array}$$

$$y^4 - 4y^2 + 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 56 \\ \hline 81 \end{array}$$

Условие Вариант 16. Часть 2.

$$\sqrt{4} \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 - x^2y^2 = 2 \\ x^4 + y^4 - \frac{1}{2}x^2y^2 = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x^2 + y^2) - x^2y^2 = 2 \\ (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 - \frac{1}{2}x^2y^2 = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x^2 + y^2) - x^2y^2 = 2 \\ (x^2 + y^2)^2 - 2,5x^2y^2 = 19 \end{cases}$$

(1)

Пусть  $x^2 + y^2 = a, a \geq 0; x^2y^2 = b, b \geq 0,$   
тогда:

$$\begin{cases} 2a - b = 2 \\ a^2 - 2,5b = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a - 2 \\ a^2 - 2,5(2a - 2) = 19 \end{cases} (1)$$

$$(1): a^2 - 5a + 5 = 19$$

$$a^2 - 5a - 14 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 81$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm 9}{2}$$

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = -2 - \text{н.к.}$$

$$\begin{cases} b = 2a - 2 \\ a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 \\ a = 4 \end{cases}$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 7 \\ x^2 y^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 7 - x^2 \\ x^2(7 - x^2) = 12 \end{cases} \quad (2)$$

$$(2): 7x^2 - x^4 = 12$$

$$x^4 - 7x^2 + 12 = 0$$

Пусть  $x^2 = t, t \geq 0$ , тогда:

$$t^2 - 7t + 12 = 0$$

$$D = 1$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$t_1 = 4$$

~~$$t_1 = 4$$~~ 
$$t_2 = 3$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 7 - x^2 \\ x = 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y^2 = 7 - x^2 \\ x = \sqrt{3} \end{cases}$$

Umschreiben

$$\begin{cases} y^2 = 4 - x^2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 4 - x^2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 4 - x^2 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

oder  $\begin{cases} y^2 = 3 \\ x = -2 \end{cases}$

oder  $\begin{cases} y^2 = 4 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

$$\begin{cases} y = \pm\sqrt{3} \\ x = 2 \end{cases}$$

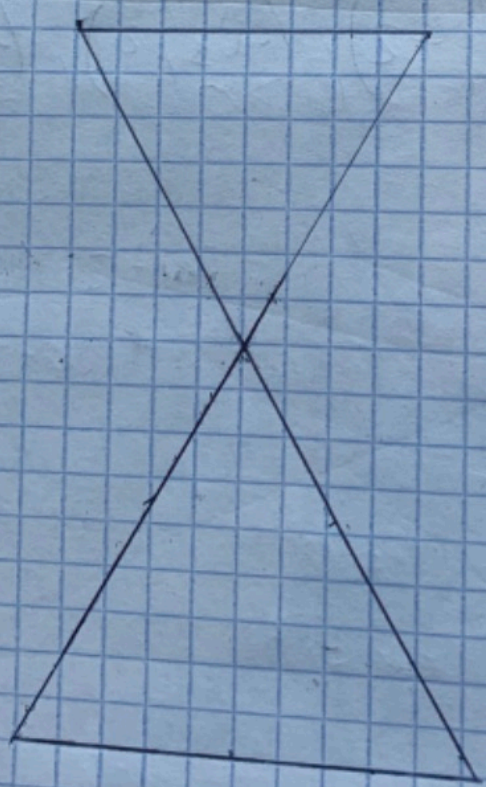
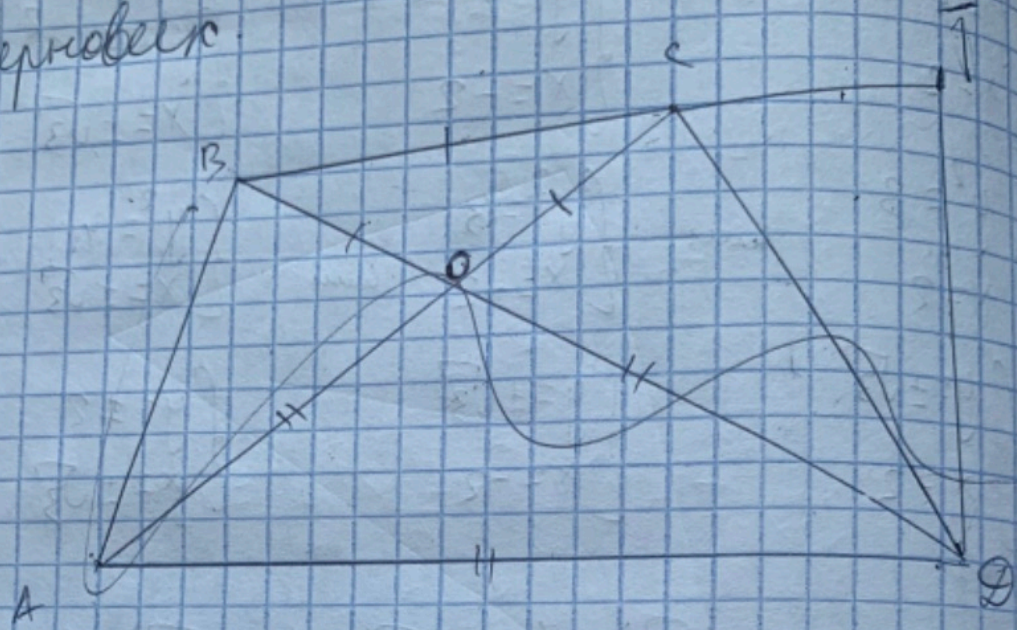
$$\begin{cases} y = \pm\sqrt{3} \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

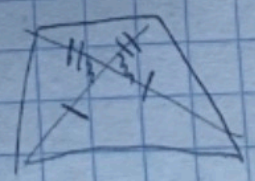
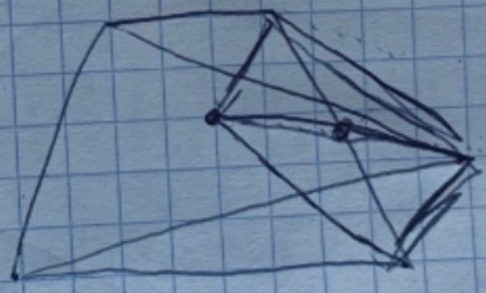
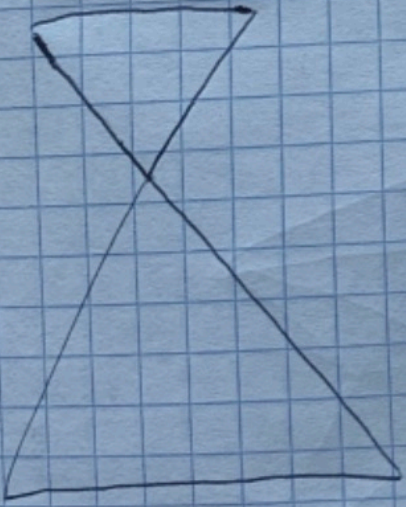
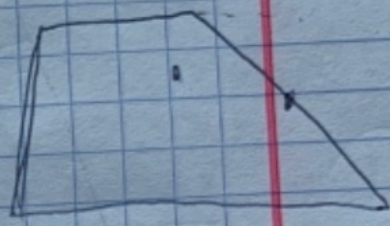
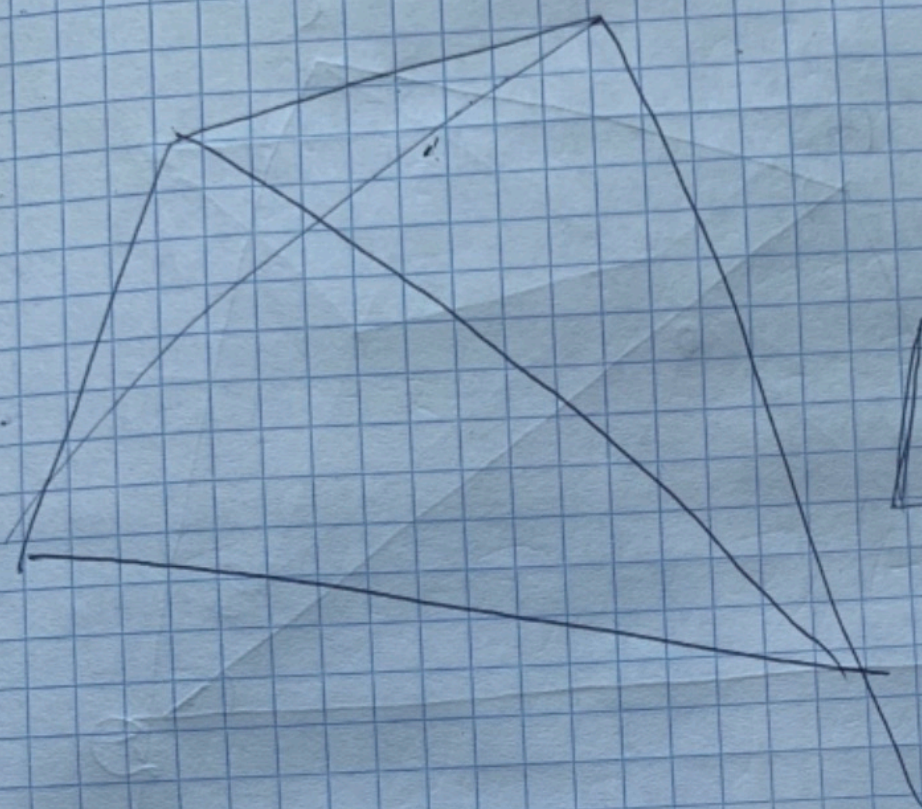
Answers:  $(2; \sqrt{3}); (2; -\sqrt{3}); (-2; \sqrt{3}); (-2; -\sqrt{3});$   
 $(\sqrt{3}; 2); (\sqrt{3}; -2); (-\sqrt{3}; 2); (-\sqrt{3}; -2)$

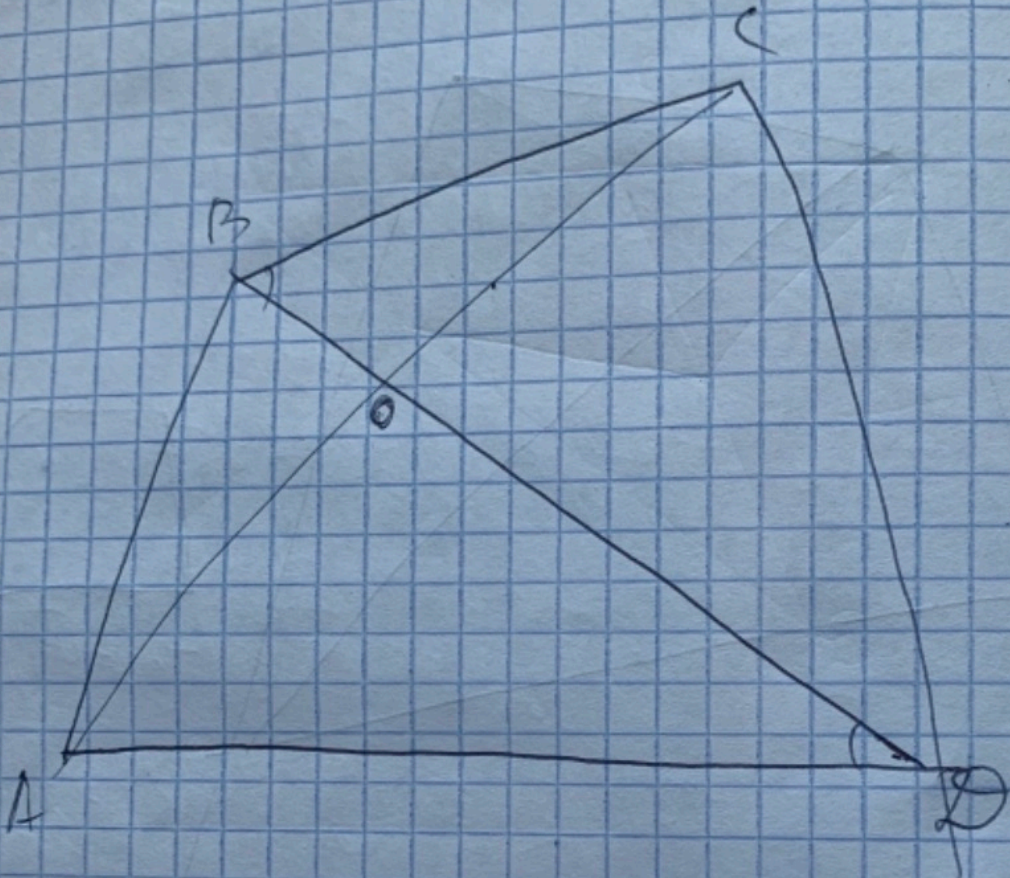
③

Черновик

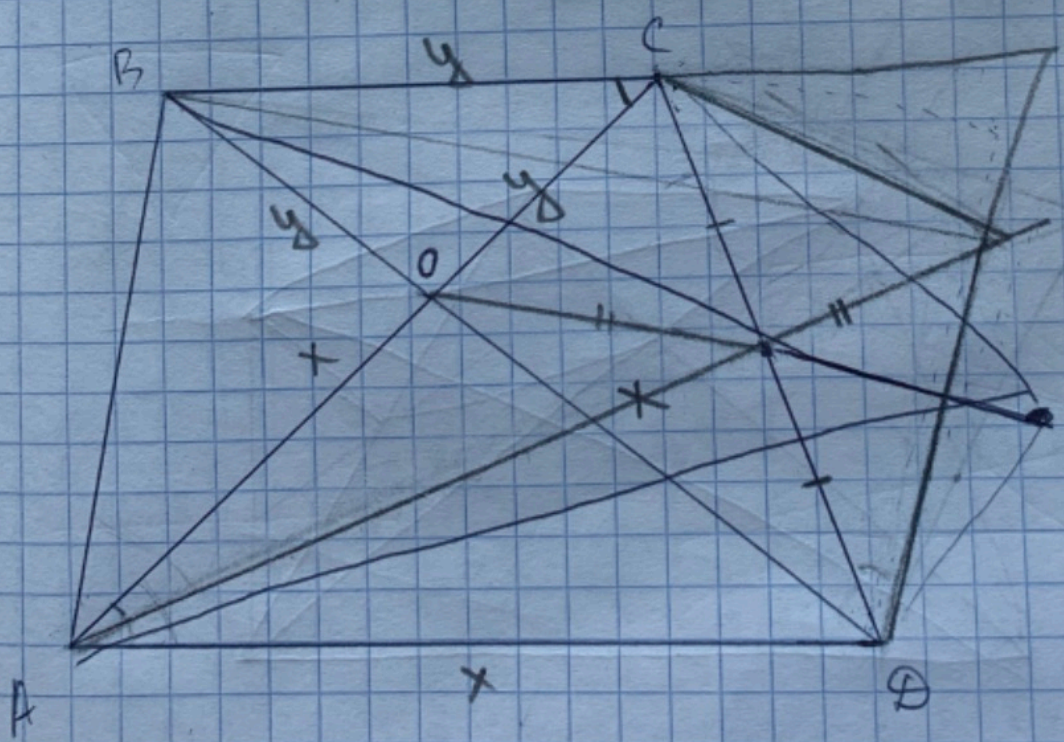
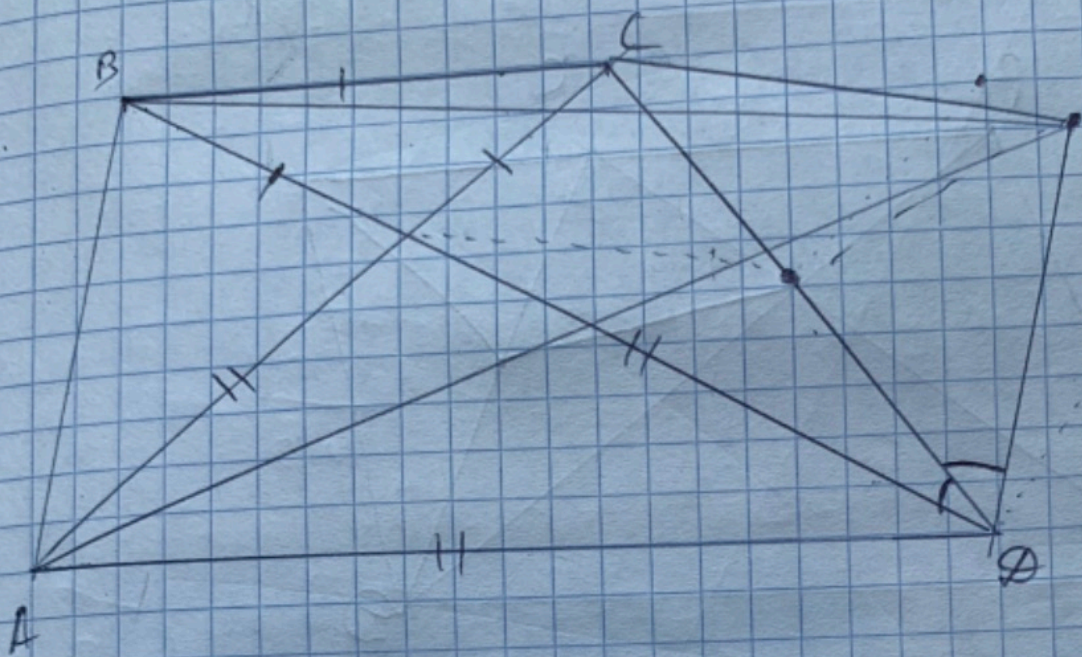


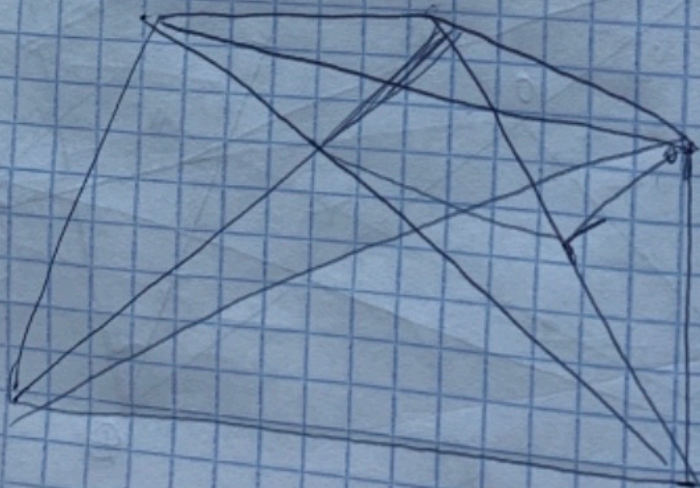
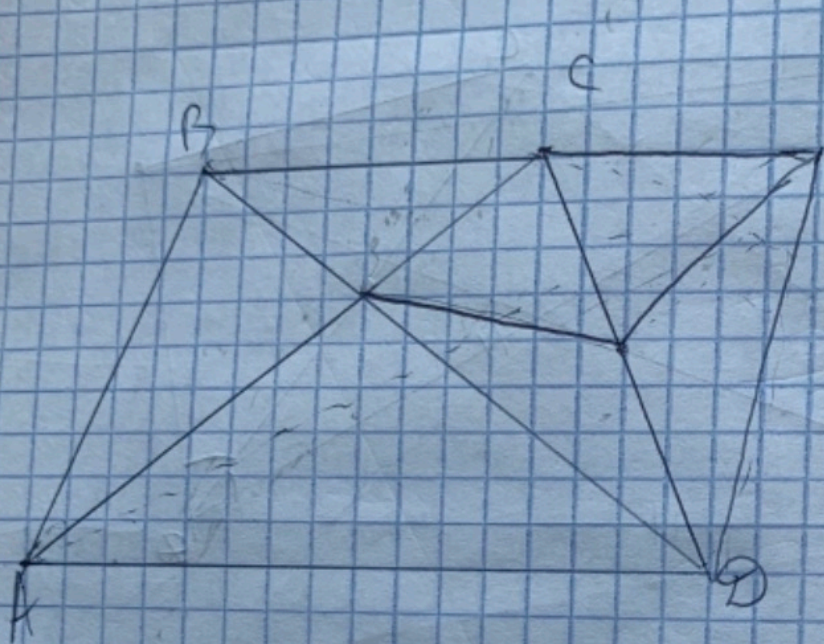




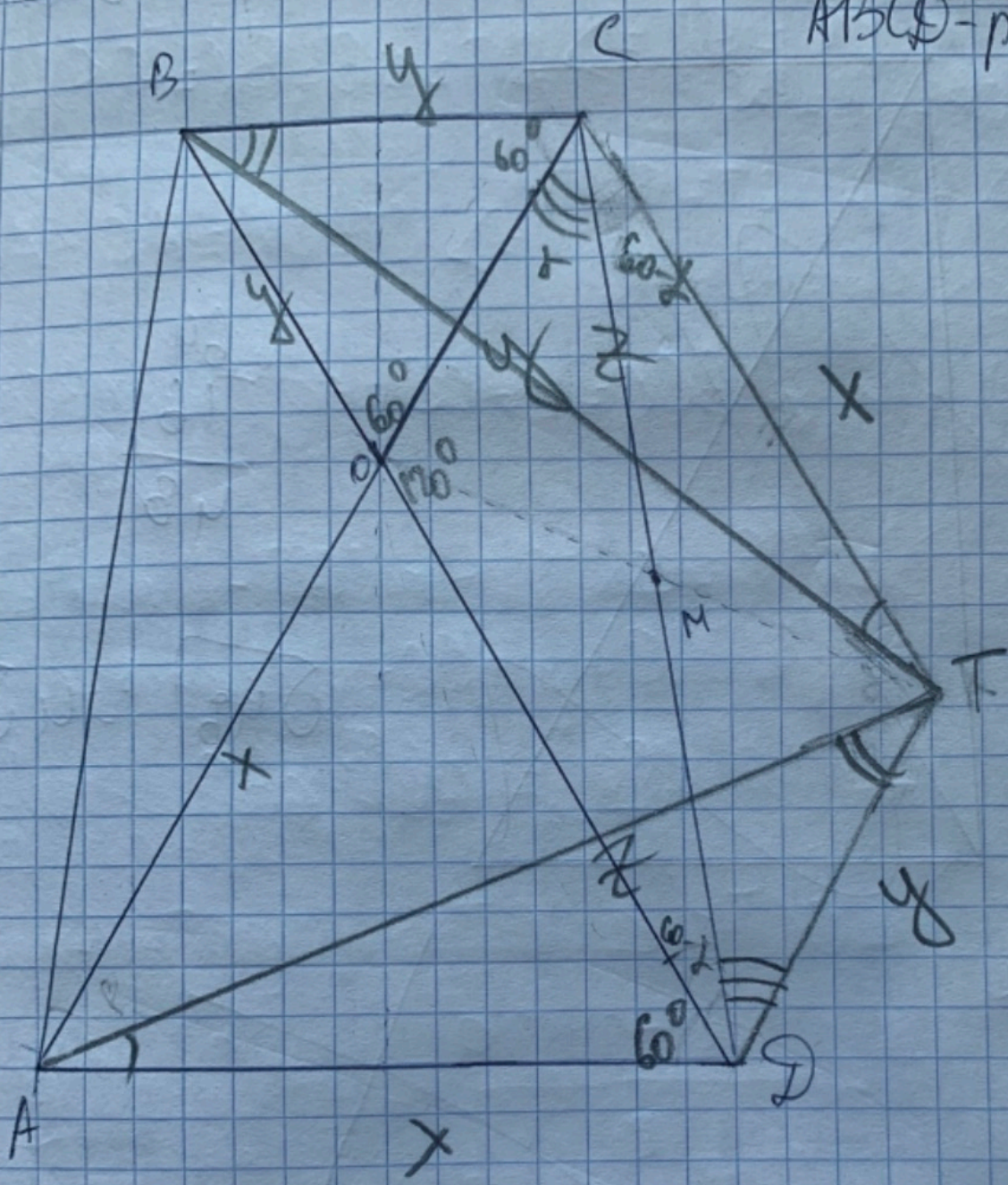


$$\frac{16 \cdot 16}{2} = 8 \cdot 16$$





ABCD - p18 ▢



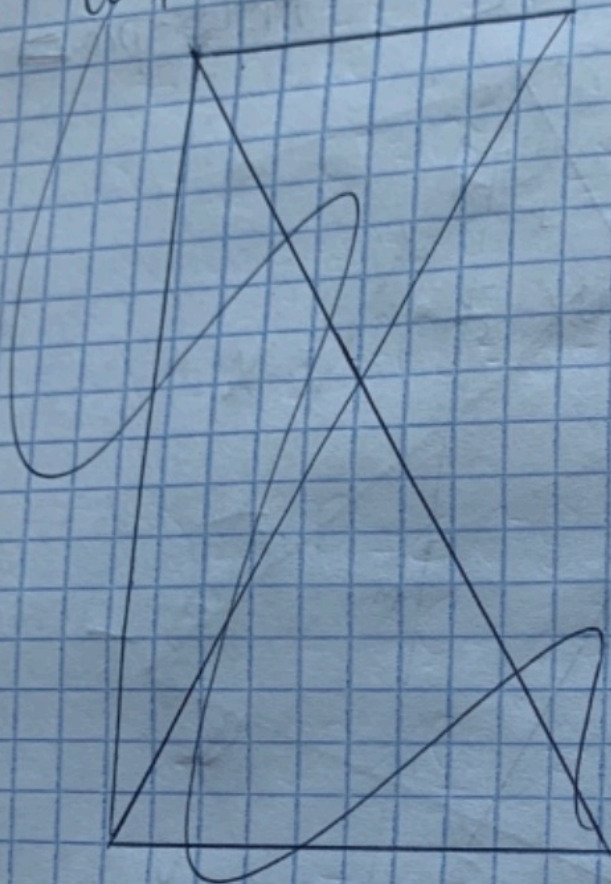
$$\triangle BCT = \triangle ADT \Rightarrow \angle AT = \angle BT$$

$$\triangle ABO = \triangle CDO$$

Числовик.

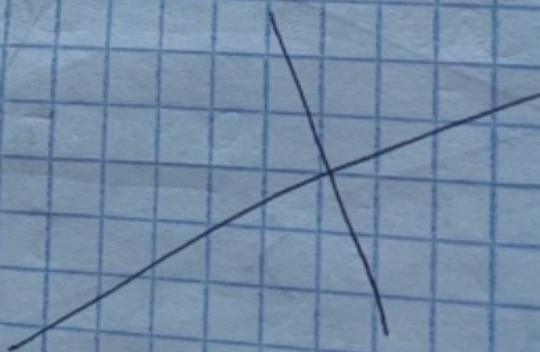
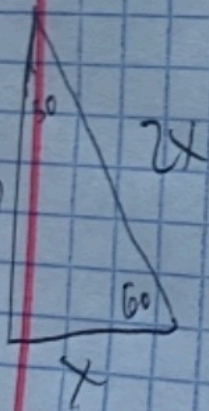
ч. 7.

Черновик



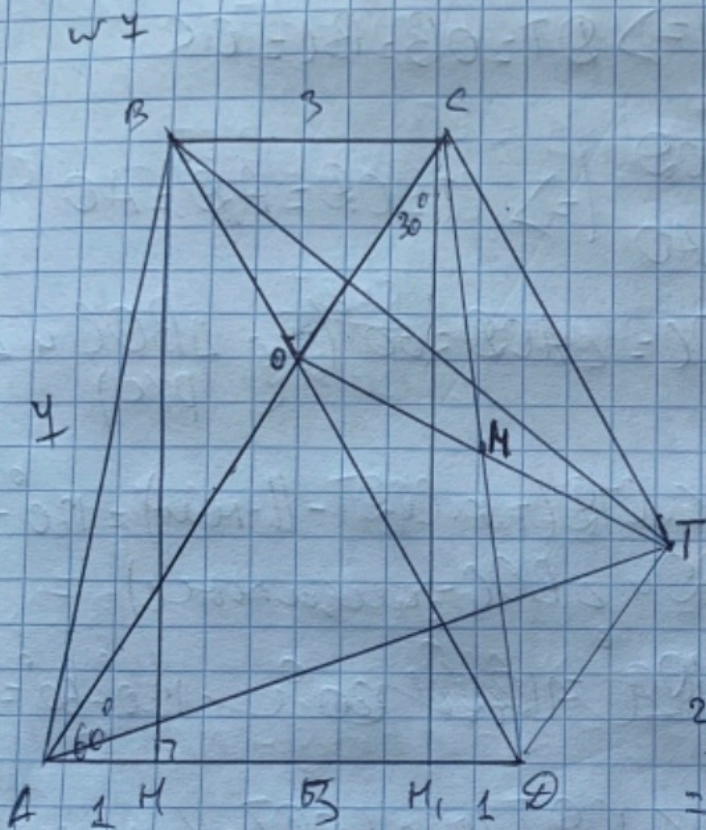
$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 16 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$



Условие.

4



а) Доказ-ть:  $\triangle ABT$  - равнобедренный  
Доказ-во:

1) Рассмотрим четырехугольник  $COBT$ :  
т.к.  $CM = MD$  (по ус.),  
 $OM = MT$  (из симметрии)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow COBT$  - II-мн  $\Rightarrow \angle C = \angle T$ ;  
 $\angle CT = \angle OB$

2) т.к.  $\triangle BOC$  - р/с (по ус.)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle OBC = \angle BCO = \angle COB = 60^\circ$ ;

т.к.  $\triangle AOD$  - р/с  $\Rightarrow \angle AOD = \angle ODA = \angle OAD = 60^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$  т.к.  $\angle BCO = \angle OAD = 60^\circ \Rightarrow BC \parallel AD$

( $\angle BCO$  и  $\angle OAD$  - вн. м. л.)  $\Rightarrow ABCD$  - трапеция.

3) Рассмотрим  $\triangle BOA$  и  $\triangle COD$ :

$BO = OC$  (по ус.)

$AO = OD$  (по ус.)

$\angle BOA = \angle COD$  (как верт.)

$\Rightarrow \triangle BOA = \triangle COD$

(по 2 ст. и с между  
линии)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = CD \Rightarrow ABCD$  - р/б  $\square$

Умова 4)  $\triangle AOT$  и  $\triangle BCT$

$$\begin{aligned} \text{Т.к. } OC = OT &\Rightarrow OT = OB = BC = OC \\ OB = OC = BC & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5) Т.к. } CT = OD & \Rightarrow CT = OD = AT = AO \\ OD = AD = AO & \end{aligned}$$

5

$$\text{6) Т.к. } \angle BOC = \angle AOD = 60^\circ \text{ (из } \triangle BOC \text{ и } \triangle AOD \text{ - р/к)}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \angle COA &= \angle COT \text{ (Т.к. } CO \parallel OT \text{ - параллельно)} = 180^\circ - \angle BOC \\ \text{Т.к. } \angle COA \text{ и } \angle BOC & \text{ - смежные} \\ &= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{7) } \angle OCT &= \angle OAT \text{ (Т.к. } CO \parallel OT \text{ - параллельно)} = \\ &= \frac{360 - 2 \cdot 120}{2} = 60^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8) } \angle AOT &= \angle OAT + \angle ADO = 60^\circ + 60^\circ = \\ & \triangle AOD \text{ - р/к } 60^\circ \text{ из} \\ &= 120^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{9) } \angle BCT &= \angle OCT + \angle BCO = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \\ & \triangle BOC \text{ - р/к } 60^\circ \text{ из} \end{aligned}$$



10) Расс-м  $\triangle BCT$  и  $\triangle AOT$ :

$$BC = OT \text{ (см. п. 4)}$$

$$AO = CT \text{ (см. п. 5)}$$

$$\angle AOT = \angle BCT = 120^\circ \text{ (см. п. 9)}$$

$$\Rightarrow \triangle BCT = \triangle AOT \Rightarrow$$

(по 2 ст.  
и  $\angle$  между ними)

$$\Rightarrow AT = BT$$

11)  $\angle BOA = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$   
(как смежные)

6

~~12) Расс-м  $\triangle ABO$  и  $\triangle COT$ :~~

~~$$\angle BOA = \angle COT = 120^\circ$$
  
(см. п. 11 и п. 6)~~

~~$$AO = CT \text{ (см. п. 5)}$$~~

~~$$BO = OT \text{ (см. п. 4)}$$~~

~~$$\Rightarrow \triangle ABO = \triangle COT$$~~

~~(по 2 ст. и  
 $\angle$  между ними)~~

12) Расс-м  $\triangle ABO$  и  $\triangle AOT$ :

$$\angle BOA = \angle AOT = 120^\circ$$
  
(см. п. 11 и п. 8)

$$AO = AO \text{ (см. п. 5)}$$

$$BO = OT \text{ (см. п. 4)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABO = \triangle AOT \text{ (по 2 ст. и } \angle \text{ между ними)}$$

Условие

$$\Rightarrow AT=AB \Rightarrow \text{т.к. } \begin{cases} AT=AB \\ AT=BT \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AT=AB=BT \Rightarrow \triangle ABT - \text{р/с}$$

8)  $BC=3$  Найти:  $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCO}}$   
 $AD=5$

1) Опустим  $\perp$ -ры  $BH$  и  $CH_1$ :

$$BCH_1M - \text{н/уз-к} \Rightarrow BC=MH_1=3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\text{т.к. } AM=MH_1, \text{т.к. } ABCO - \text{р/с } \square)$$

$$AM=MH_1 = \frac{5-3}{2} = 1$$

2) Рассмотрим  $\triangle ACH_1$  - н/у:  ~~$\square$~~   
 $\angle CAH_1 = 60^\circ$  (т.к.  $\triangle ACO$  - р/с)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{AM+MH_1}{AC} =$$

$$= \frac{4}{AC} \Rightarrow AC=8$$

3) по т. Пифагора в  $\triangle ACH_1$ :

$$CH_1 = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$4) S_{ABCO} = CH_1 \cdot \frac{(BC+AD)}{2} = 4\sqrt{3} \cdot 4 = 16\sqrt{3}$$

Умова

$$5) AB = (O(7 \text{ к. } \square - p/5))$$

6) у  $\triangle CH_1O$  - н/у по т. Пифагора:

$$O = \sqrt{1+49} = 5 = AB$$

$$7) \text{ т. к. } \triangle ABT - \text{р/с (ам. н. (a))} \Rightarrow AB = BT = AT = 4$$

8) по ф. Герона:  $S_{ABT} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$   
 $p = \frac{3+4}{2}$

$$8) S_{ABT} = \frac{1}{2} AB \cdot BT \cdot \sin \angle ABT$$

$$\angle ABT = 60^\circ (\text{т. к. } \triangle ABT - \text{р/с}) \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{ABT} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{1}$$

$$9) \frac{S_{ABT}}{S_{ABCO}} = \frac{4\sqrt{3}}{1} : \frac{16\sqrt{3}}{1} = \frac{4\sqrt{3}}{16\sqrt{3}} = \frac{4}{16}$$

Ответ:  $\frac{4}{16}$

8