

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211007472**

ID профиля: **351828**

Вариант 15

Задача 3:

1) Рассмотрим выражение равенство

$$5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0, \text{ как кв.}$$

ур-в относительно  $a$

$$5a^2 + (-(6x+4y))a + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$$

$$a=5$$

$$b = -(6x+4y)$$

$$c = 2x^2 + 2xy + y^2$$

$$D = (6x+4y)^2 - 4 \cdot 5 (2x^2 + 2xy + y^2) = 36x^2 + 48xy + 16y^2 - 40x^2 - 40xy -$$

$$-20y^2 = -4(x^2 - 2xy + y^2) \Rightarrow x=y, a = \frac{6x+4y}{10} = \frac{10x}{10} = 1.$$

~~$$2) a^2x^2 + a^2y^2 - 6a^2x - 2a^3y + 4ay + a^2 + 4 =$$~~

~~$$= 2a^2x^2 - 6a^2x - 2a^3x + 4ax + a^2 + 4 =$$~~

~~$$= (2a^2 - 4)x^2 - 6a^2x - 2a^3x + 4 + (a + 2x)^2 =$$~~

~~$$= -2x^2 - 6x - 2x + 4 + (2x+1)^2 =$$~~

~~$$= -2x^2 - 10x + 4 + 4x^2 + 4x + 1 =$$~~

~~$$= 2x^2 - 6x + 5 = x^2 - 3x + 2,5.$$~~

~~$$\left( \begin{array}{l} x=2,5 \quad y=2,5 \\ x=0,5 \quad y=0,5 \end{array} \right) a=0.$$~~

Ответ:  $a=1$

4

Задача  
числовик

Задача 2

1. Пусть числа  $i$  штук.

$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_i$ , тогда по условию.

$$\begin{cases} 32a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_i = 5P \\ a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_i = 5P \end{cases}$$

$$31a_1 - 16a_i = 0$$

$31a_1 = 16a_i \Rightarrow a_1 : 16 ; a_i : 31$ , Пусть  $a_1 = 16p$ , тогда

$a_i = 31p$ , тогда  $32a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_i = 32 \cdot 16p + a_2 + a_3 + \dots + 31p =$

$= 543p + a_2 + a_3 + \dots + a_{i-1} = 5P$ , т.к.  $p \in \mathbb{N}$ , то  $p=1 \Rightarrow$

$$543 + a_2 + a_3 + \dots + a_{i-1} = 5P$$

$$a_2 + a_3 + \dots + a_{i-1} = 3P, \quad a_2 \leftarrow 16 < a_2 < a_3 < a_{i-1} < 31 \Rightarrow$$

остаются варианты.  $a_2 = 17; a_3 = 21, a_2 = 19, a_3 = 20$

~~$a_2 = 20$~~ . т.к. никакие числа  $a_2$  и  $a_3$  либо не различны, либо  $a_2 > a_3$ , либо  $a_2$  или  $a_3 \leq 16$

Ответ: возможны варианты.

$$\begin{cases} 16, 21, 17, 31 \\ 16, 19, 20, 31 \end{cases}$$

4) Из н.з.  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $CF = 15$ ;  $AE = 7$ , тогда

$$BE = 10\sqrt{3}; AB = \frac{16}{\sqrt{3}} \text{ (из } \triangle CBK \text{ и } \triangle ABE) \Rightarrow$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \sin ABC \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 160 = 40\sqrt{3}$$

5) По т. косинусов.

$$AC^2 = AB^2 + BE^2 - 2 \cdot AB \cdot BE \cdot \cos \angle ABC =$$

$$= 300 + \frac{256}{3} - 10\sqrt{3} \cdot \frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{1156}{3} - 160 =$$

$$= \frac{1156 - 480}{3} = \frac{676}{3} = 313. \Rightarrow AC = \sqrt{313}$$

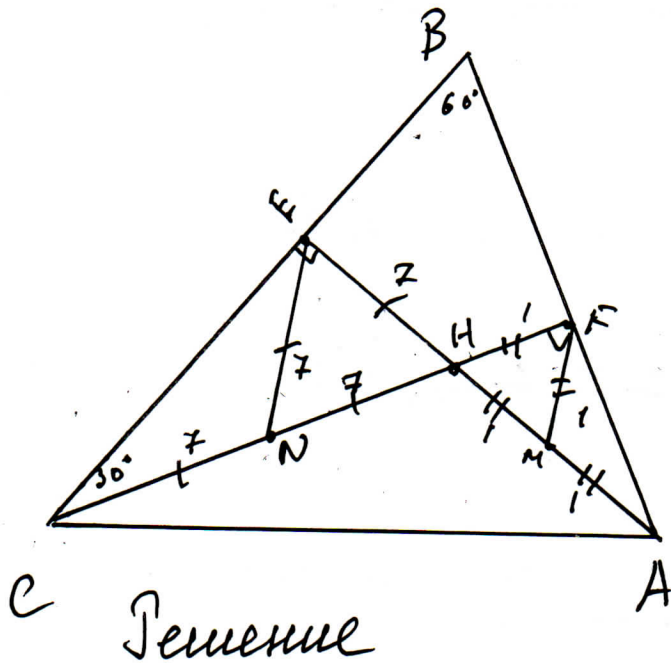
$$R = \frac{AC}{2 \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{313}}{\sqrt{3}} = \sqrt{14\frac{1}{3}}$$

Ответ:  $\angle ABC = 60^\circ$ ;  $S_{ABC} = 40\sqrt{3}$   $R = \sqrt{14\frac{1}{3}}$

Чистовик

(2)

Задача 1:



Дано:

- $\triangle ABC$  - остроугольный
- $AE$  - высота
- $CF$  - высота
- $AE \cap CF = H$
- $M$  - середина  $AH$
- $N$  - середина  $CH$
- $EN = 7$
- $FM = 1$
- $EN \parallel FM$

Решение

1)  $\triangle CEH$  и  $\triangle AFH$  - прямоугольные, т.к.  $AE$  и  $CF$  - высоты  $\triangle ABC$ ;  $\angle E = \angle F = 90^\circ$

2) В  $\triangle CEH$  и  $\triangle AFH$ ,  $EN$  и  $FM$  - медианы, проведенные из вершин прямого угла  $\Rightarrow$  они равны половине гипотенузы,  $CH = 14$ ,  $AH = 2$ ;  $AM = HM = 1$ ,  $CN = HN = 7$ .

3)  $\triangle ENH$  и  $\triangle MHF$

$\angle ENH = \angle MHF$  (верт.)

$\angle ENH = \angle MHF$  (как накр. лети при  $EN \parallel FM$ , сек -  $NF$ )  $\Rightarrow \triangle ENH \sim \triangle MHF$  по двум углам,

$K = \frac{EN}{MF} = \frac{7}{1}$ ;  $\frac{EN}{MF} = \frac{NH}{HF} = \frac{EH}{MH} = \frac{7}{1} \Rightarrow \frac{NH}{7} = \frac{HF}{1}$ ;  $NH = HF = 1$ ;  $NH \cdot 7 = EH = 7$ ,

тогда  $\triangle ENH$ ;  $\triangle MHF$  - равнобедренные  $\Rightarrow \angle ENH = \angle MHF = 60^\circ$ ,

тогда  $\angle HCE = \angle HAF = 30^\circ \Rightarrow$  в  $\triangle ABC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ - \angle ECH = 60^\circ$  (из  $\triangle CBF$ )

черенок.

$$10\sqrt{3} \cdot \frac{16}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

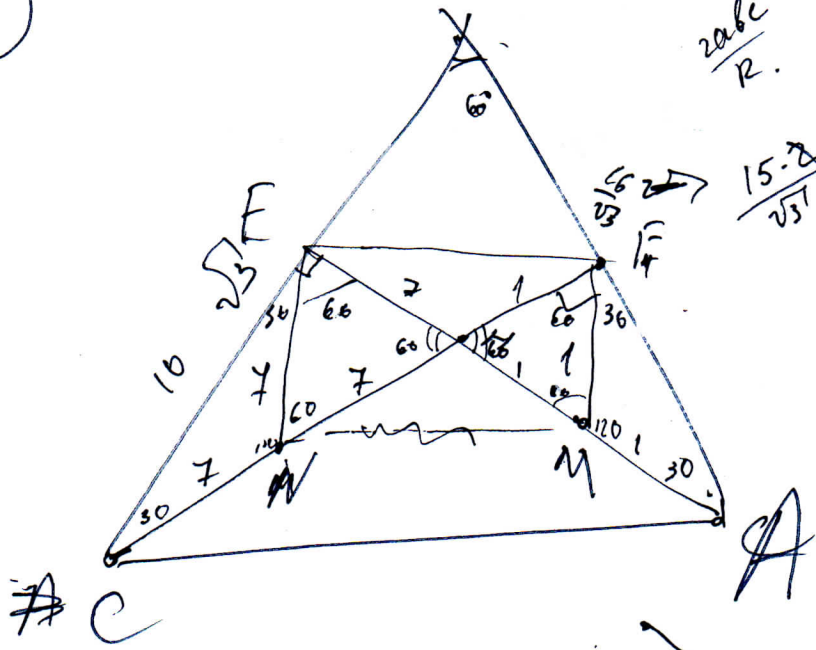
$$\frac{abc}{R} = \frac{abc \cdot 2 \sin \alpha}{a}$$

$$\frac{abc \cdot 2 \sin \alpha}{R} =$$

①

$\vec{S} \rightarrow P$

B



$$\frac{2abc}{R}$$

$$\frac{15 \cdot 8 \cdot 2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{15 \cdot 8 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{3} =$$

$$= 40\sqrt{3}$$

$$S = 40\sqrt{3}$$

$$\frac{abc}{2R} =$$

$$= \frac{abc}{2} \cdot \frac{\sin \alpha}{R}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\frac{a}{2 \sin \alpha}$$

$$\frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$$

$$8 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2^4}{256} = \frac{16}{3}$$

$$\sqrt{300}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$300 + \frac{256}{3} - 10\sqrt{3} \cdot \frac{16}{\sqrt{3}} =$$

$$\begin{array}{r} - 10 \\ 1156 \\ 480 \\ \hline 636 \end{array}$$

480

$$\begin{array}{r} 313 \overline{) 3} \\ - 3 \\ \hline 143 \\ - 12 \\ \hline 143 \end{array}$$

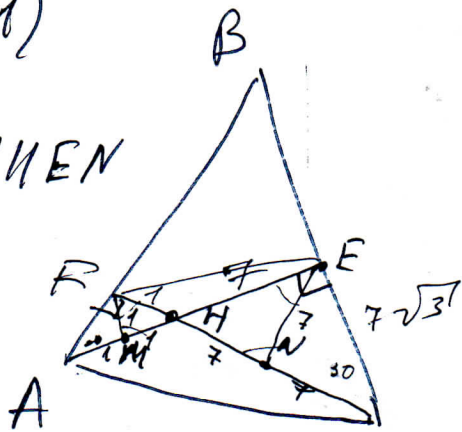
$$\sqrt{\frac{900 + 256}{3} - 160} =$$

$$\frac{\sqrt{313}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{313}{3}} = \sqrt{14\frac{1}{3}}$$

Черновик

1)

FMIEN



$\angle ABC - ?$

$S_{ABE}$

$R_{ABC} - ?$

2)

$$a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_j$$

$$32a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_j = 501$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + 17a_j = 501$$

$a_1, a_2, a_3, a_j - ?$

3)

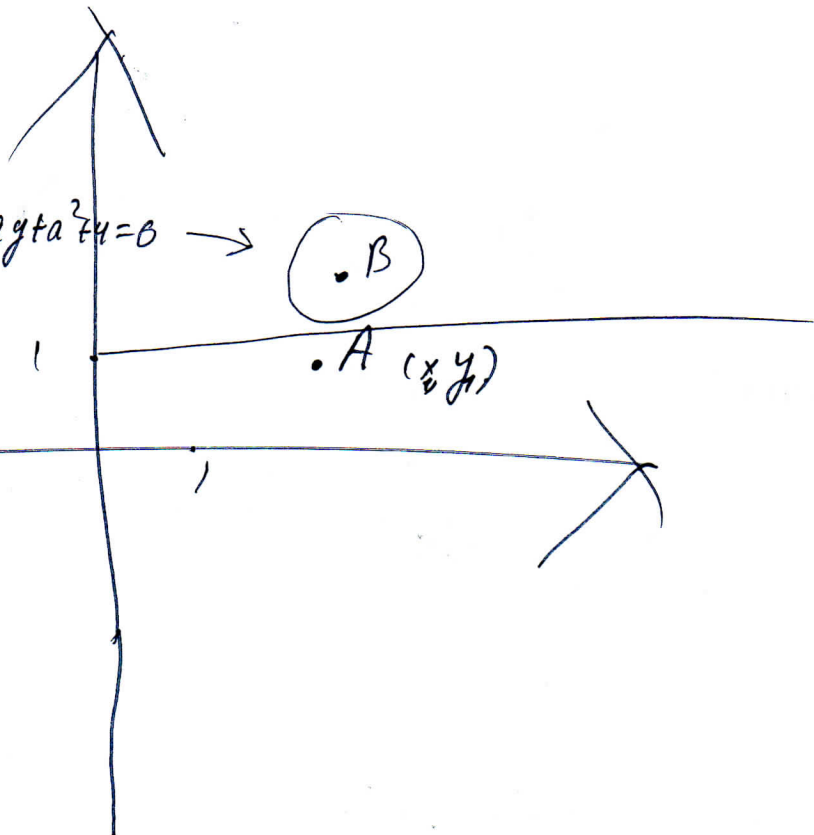
$$5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$$

$$a^2x + a^2y - 6a^2x - 2a^2y + 4ay + a^2y = 0 \rightarrow$$

$\bullet B$

$\bullet A(x, y)$

A, B в одной прямой



Чертовик

$$\frac{6x+4y}{10} = a.$$



$$(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 = 0. \quad \text{Чертовик.}$$

$$a^2x^2 + a^2y^2 - 6a^2x - 2a^3y + 4a^2y + a^2 + 4 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} y < 1 \\ y_1 > 0 \\ x_1 \neq X. \end{array} \right.$$

$$a^2x^2 + a^2y^2 - 6a^2x - 2a^3y + 4a^2y + a^2 + 4 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} y > 0 \\ y_1 < 0 \end{array} \right.$$

$$\frac{a^2x^2 + (a^2-2)y^2 - 6a^2x - 2a^3y + 4(a^2+2y)^2}{a^2x^2 + (a-2)(a+2)y^2 - 6a^2x - 2a^3y + 4 = 0}$$

$$5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0.$$

$$5a^2 - 6ax - 4ay + x^2 + (x+y)^2 = 0 \quad *$$

$$9a^2 - 6ax + x^2 - 4a^2 - 4ay$$

$$2 \cdot 3aX$$

$$(3a-x)^2 + (x+y)^2 - 4a(a+y) = 0$$

$$5a^2 - a(6x+4y) + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0.$$

$$D = (6x+4y)^2 - 20 \cdot (2x^2 + 2xy + y^2) =$$

$$= 36x^2 + 48xy + 16y^2 - 40x^2 - 40xy - 20y^2 =$$

$$= -4x^2 + 8xy - 4y^2 = -4(x^2 - 2xy + y^2)$$

# Чертю Вук

$a_i \rightarrow a_i \neq 0 \quad a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_i$

$$\begin{cases} 31a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_i = 581 \\ a_1 + a_2 + a_3 + \dots + 17a_i = 581 \end{cases}$$

$$31 \cdot 16p = 16 \cdot a_i$$

$$31a_1 - 16a_i = 0$$

$$31a_1 = 16a_i$$

$$a_1 = 16p$$

$$a_1 : 16$$

$$a_i = 31p$$

$$a_j : 31$$

$$47p \leq 581$$

$$31p - 16p + 1 = 15p + 1$$

$$\begin{array}{r} 581 \quad 47 \\ -47 \quad 12 \\ \hline 111 \\ -94 \\ \hline \end{array}$$

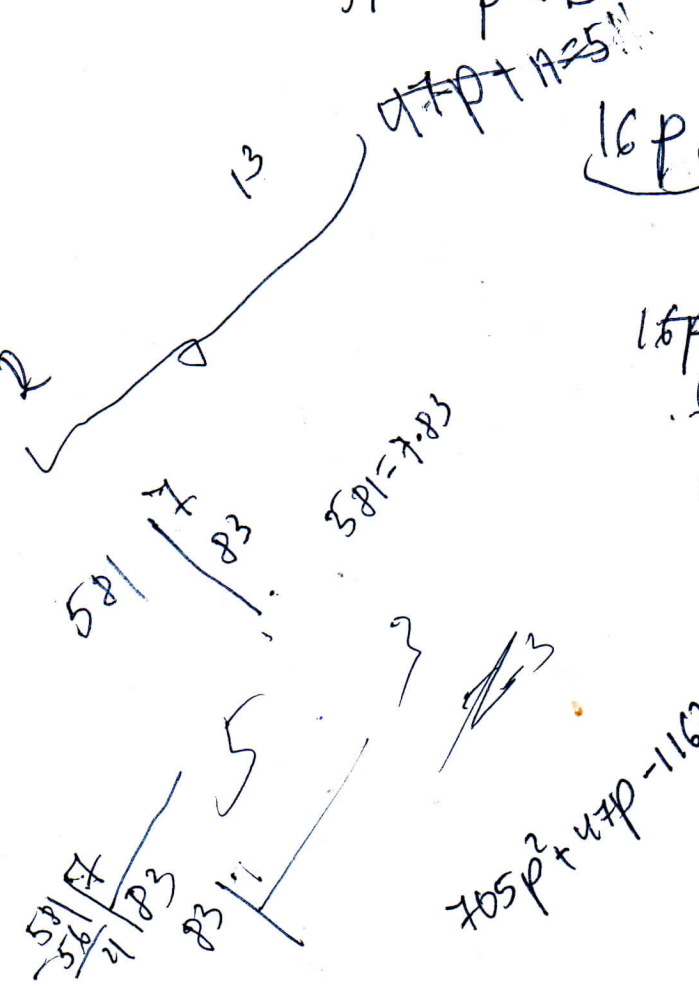
$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 47 \\ \hline 144 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \times 47 \\ \hline 94 \end{array}$$

$$p \in \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{r} \times 47 \\ 12 \\ \hline 94 \\ +47 \\ \hline 564 \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ 3456 \\ 16p+1 \\ +15p \end{array}$$

$$\underbrace{16p}_{15p+1} \quad \underbrace{31p}$$

$$\begin{array}{r} 16p+1 \\ \times 31p+1 \\ \hline (31p+1)(15p+1) \\ \times 47p+1 \\ \hline (47p)(15p+1) \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 31p+1 \\ +16p+1 \\ \hline 47p+2 \\ 47p \end{array}$$



$$705p^2 + 47p - 1162 = 0 \quad \Leftrightarrow 47p(15p+1) = 1162$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 47 \\ \hline 15 \\ 34 \\ \hline 105 \\ +25 \\ \hline 1705 \end{array}$$

Зерковик

$$a_1 + a_2 + a_3$$

$$16 \quad 32.$$

$$16 \quad 23 \quad 31 \quad 558p$$

$$558$$

K

$$+ 512p$$

$$+ 31p$$

$$581p$$

$$- 543p$$

$$38p$$

$$2p$$

$$543p$$

$$+ 16p$$

$$512p + 31p$$

$$543p = 543p$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 32 \\ \hline + 32 \\ 48 \\ \hline 512p \\ 47 \\ \hline 558p \\ p=1. \\ \cdot 10 \\ 581 \\ - 558 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 31 \\ 17 \\ \hline 217 \\ + 31 \\ \hline 527p \\ + 16p \\ \hline 543 \\ + 23 \\ \hline 18p \quad 31p \end{array}$$

E

$$+ 547p$$

$$547$$

$$54103p$$

$$- 2p$$

$$543$$

$$38$$

$$30$$

$$16 \quad 31$$

N

$$\begin{array}{r} - 3p \\ 17 \\ \hline 21 \end{array}$$

- 17 21
- 18 20
- 19 19
- 20 18
- 21 17
- ~~22 16~~
- ~~23 15~~

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211007472**

ID профиля: **351828**

Вариант 15

Задача 5. Числовик

1. Окученик либо вытащит два рубля, либо рубль и карточку, которая не содержит число на рубле, ни на одной своей стороне.

Всего рублей 20. <sup>2 из них</sup> можно выбрать

$$C_{20}^2 \text{ способами } C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{2} = 190 \text{ способов.}$$

Выбрать один рубль - 20 способов, тогда еще нужно выбрать карточку, ~~которую~~ которая не рубль, то она не должна содержать числа рубль. таких карточек. 19.1Ф (крайняя и синяя сторона для каждой пары), тогда всего) вариантов

выбрать эти карточки.

$$\frac{20 \cdot 19}{2} + 20 \cdot 19 \cdot 1\Phi = 10 \cdot 19 + 20 \cdot 19 \cdot 1\Phi = 190 + 7030 = 7120 \text{ способов}$$

Ответ. ~~7220~~ способов. 7030 способов

6

Числовик.

$$S_{ABCD} = \frac{20\sqrt{3}}{4} + \frac{20\sqrt{3}}{4} + \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{16\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4}$$

10) Радиус  $\Delta AOB$ ,  $\angle AOB = 120^\circ$ ,  $BO = 4$ ;  $AO = 5 \Rightarrow$   
по т. косинусов.

$$AB^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot \cos 120^\circ \cdot 5 \cdot 4 = 41 + 5 \cdot 4 = 61 \Rightarrow$$

$AB = \sqrt{61}$ , но  $\Delta ABT$  - равнобедренный  $\Rightarrow$   
его высота  $\frac{\sqrt{61} \cdot \sqrt{3}}{2}$ ; тогда  $S_{ABT} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{61} \cdot \frac{\sqrt{61} \cdot \sqrt{3}}{2}$

$$= \frac{61\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{ABT}} = \frac{\frac{81\sqrt{3}}{4} \cdot 4}{\sqrt{3} \cdot 61} = \frac{81}{61}$$

Ответ:  $\frac{S_{ABCD}}{S_{ABT}} = \frac{81}{61}$

5

5)  $\angle ABD = \angle DCA = \angle DCO$ , что в и к. но  $\angle DCO = \angle CDT$  т.к.  
 $CT \parallel DO$ ;  $DC$  - сек;  $\angle DCO$  и  $\angle CDT$  - как прилежащие, но  
 $\angle CDT = \angle CBT$ , т.к. они опираются на одну  
 дугу  $CT \Rightarrow \angle ABD = \angle CBT$

6)  $\angle OAD = 60^\circ$ , т.к.  $OAD$  - правильный. (п.4)  
 $\angle OAD = \angle OAT + \angle DAT$ , но  $\angle DAT = \angle BAC \Rightarrow$   
 $\angle OAD = \angle OAT + \angle DAT = \angle OAT + \angle BAC = \angle BAT = 60^\circ$   
 $\angle OBC = 60^\circ$ , т.к.  $OBC$  - правильный,  $\Rightarrow$   
 $\angle OBC = \angle TBO + \angle CBT$ , но  $\angle CBT = \angle CDT$  (п.5)  $\Rightarrow$   
 $\angle OBC = \angle TBO + \angle CBT = \angle TBO + \angle CDT =$   
 $\angle TBO + \angle ABD = \angle TBA = 60^\circ$

7) Равен:  $\triangle ABT$ .  
 $\angle BAT = 60^\circ$ ;  $\angle TBA = 60^\circ \Rightarrow \angle ATB = 60^\circ \Rightarrow$   
 $\triangle ABT$  - правильный

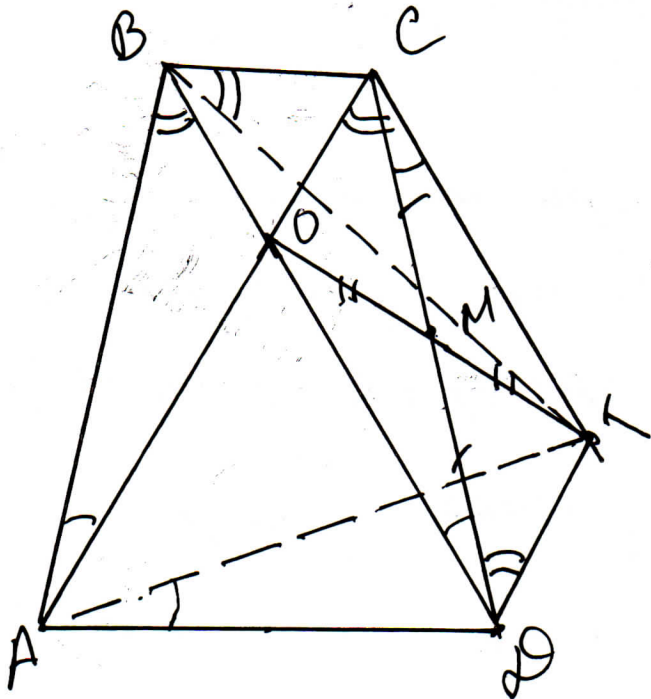
ч.т.у.

8) Равен  $\triangle AOB$  - правильный;  $AD = 5 \Rightarrow$   
 $S_{AOB} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$ , аналогично  $S_{BOC} = \frac{16\sqrt{3}}{4}$

9)  $\angle COB = 120^\circ$  (п.3),  $CO = 4$ ;  $BO = 5 \Rightarrow$   
 $S_{COB} = \frac{1}{2} \cdot \sin 120 \cdot 4 \cdot 5 = \frac{20\sqrt{3}}{4}$ , но  $\angle COB = \angle AOB$  (п.1)  $\Rightarrow$   
 $S_{AOB} = S_{COB} = \frac{20\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{ABCO} = S_{AOB} + S_{COB} + S_{BOC} + S_{AOB} = 4$

# Задача 6

Числовик.



Дано:

ABCD - выпуклый

AC ∩ BD = O

Δ AOD - правильней

Δ BOE - правильней

T сим O относительно  
середине CD

δ) BC = 4

AD = 5

а) <sup>доп-ге</sup> Δ ABT - правильней

б) найти  $\frac{S_{ABCD}}{S_{ABT}}$

1) углы Δ AOD = 60°; углы BOC = 60°, не трудно доказать что ABCD - либо трапеция (т.к. ∠ ODA = ∠ OBC = 60°; накр. лем, ж сек - BD); AC = AO + OC =

= OD + BO = BD; или BO = OE; AO = OD, ∠ BOA = ∠ COD ⇒

Δ BOA = Δ COD ⇒ AB = CD.

2) Если ABCD - либо трапеция, то ABCD - вписанный ⇒

∠ BAC = ∠ CDB; ∠ ABD = ∠ DCA

3) ∠ COD = 180° - ∠ BOC = 120°; CODT - параллелограмм ⇒

∠ CTD = 120° ⇒ ∠ CBD + ∠ CTD = 60° + 120° = 180° ⇒

BCDT - вписанный, но ABCD - вписанный ⇒

ABCTD - вписанный. (CODT - параллелограмм т.к. его диагонали делятся пополам в точке пересечения)

4) ∠ CDO = ∠ CDB = ∠ DST как накр. лем при DO || CT, сек - CD,

но ∠ DST = ∠ DAT, т.к. они оба опираются на дугу DT, но ∠ CDB = ∠ BAC (п.2) ⇒ ∠ DAT = ∠ BAC.

3



По т. обр. т. Вьета.

числовик

$$\begin{cases} x^2 = 5 \\ x^2 = 6 \end{cases}$$

если  $x^2 = 5$ ; то  $y^2 = 6$

если  $x^2 = 6$ ; то  $y^2 = 5$ ,

$$\begin{cases} x^2 = 5 \\ y^2 = 6 \\ x^2 = 6 \\ y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm \sqrt{5} \\ y = \pm \sqrt{6} \\ x = \pm \sqrt{6} \\ y = \pm \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ:  ~~$(\sqrt{5}; \sqrt{6})$~~ ;  $(-\sqrt{5}; \sqrt{6})$ ;  $(\sqrt{5}; -\sqrt{6})$ ;  $(-\sqrt{5}; -\sqrt{6})$   
 $(\sqrt{6}; \sqrt{5})$ ;  $(-\sqrt{6}; \sqrt{5})$ ;  $(\sqrt{6}; -\sqrt{5})$ ;  $(-\sqrt{6}; -\sqrt{5})$

2

# Задача 4.

Шестовик,

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - x^2y^2 = 3, \\ x^4 + y^4 - x^2y^2 = 31 \end{cases}$$

Замена:

$$\begin{cases} a = x^2 + y^2 \\ b = x^2y^2 \end{cases}$$

$$x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = a^2 - 2b.$$

Система примет вид

$$\begin{cases} 3a - b = 3 \quad | \cdot 3 \\ a^2 - 3b = 31 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a - 3b = 9 \\ a^2 - 3b = 31 \end{cases} -$$

$$9a - a^2 = -22$$

$$a^2 - 9a = 22$$

$$a^2 - 9a - 22 = 0$$

п. а.т. обр.т. Виета.

$$a_1 = 11$$

$$a_2 = -2$$

Но  $-2$  не подходит. т.к  $a = x^2 + y^2 \Rightarrow a \geq 0$

$a = 11$ , тогда  $b = 30$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 11 \\ x^2y^2 = 30 \end{cases}$$

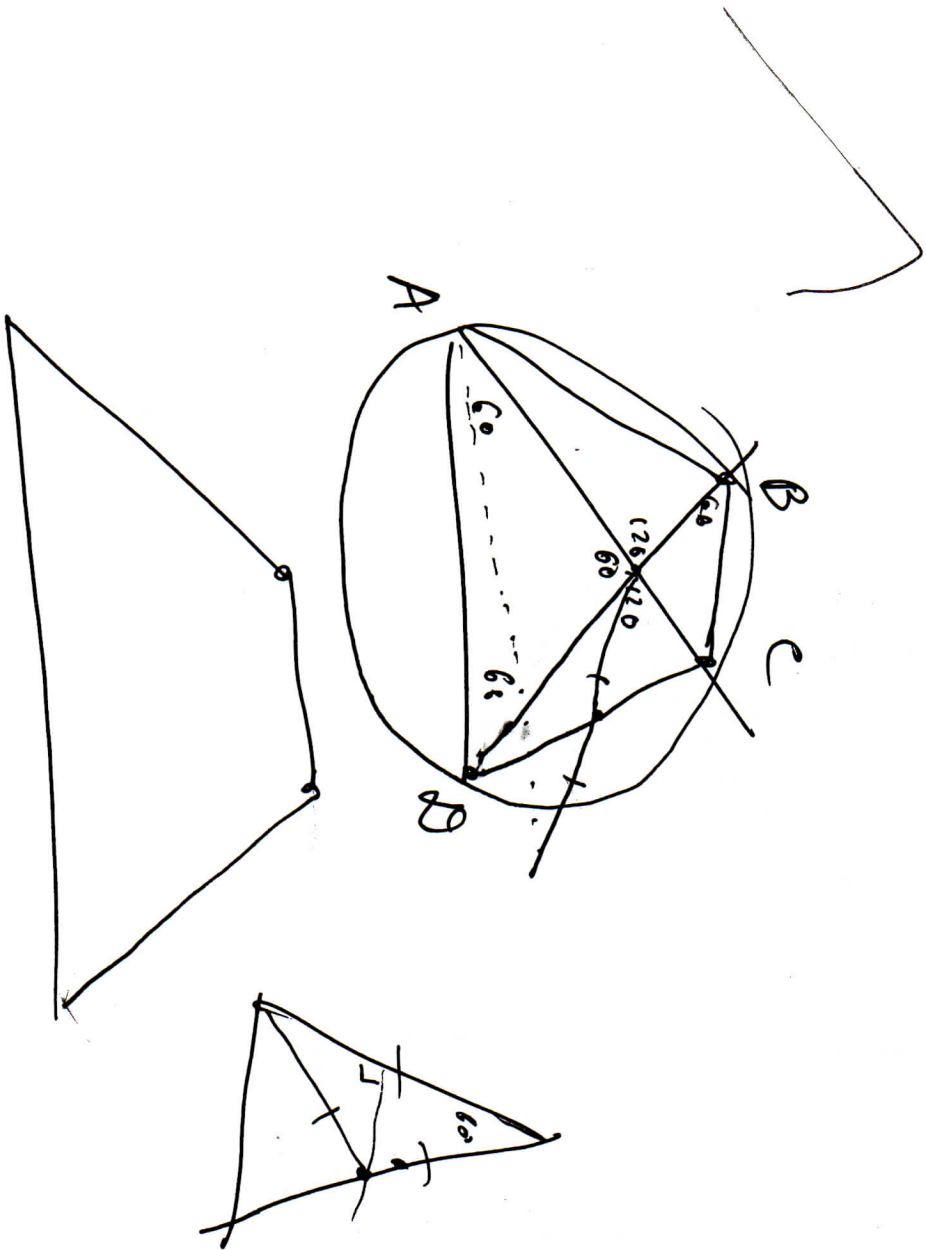
$$y^2 = 11 - x^2$$

$$x^2(11 - x^2) = 30$$

$$11x^2 - x^4 = 30$$

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

1

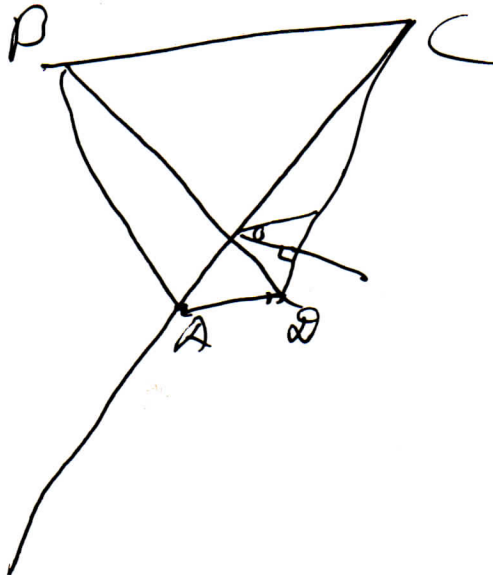
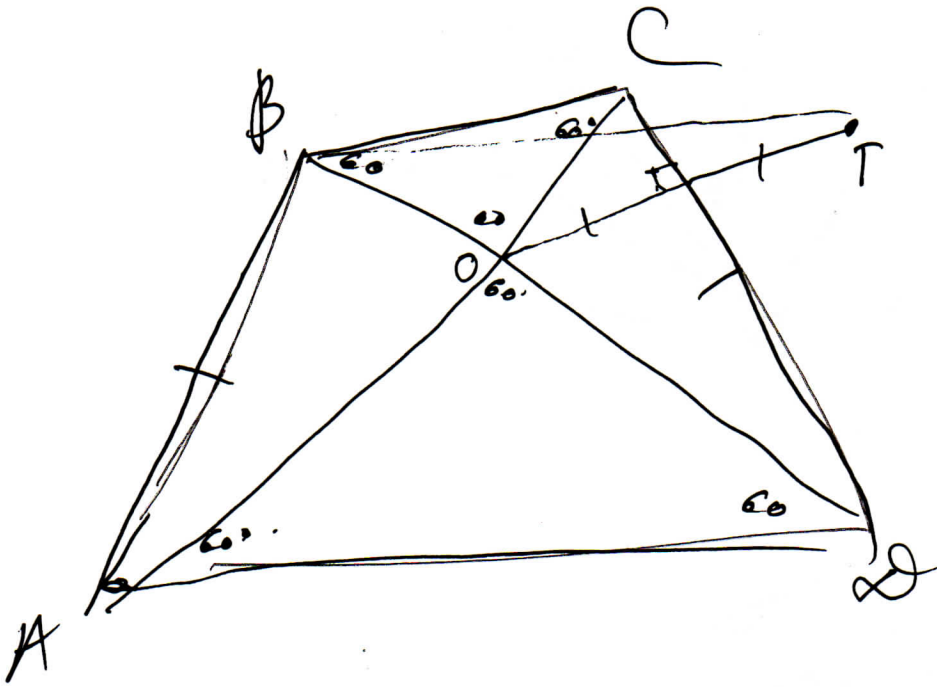
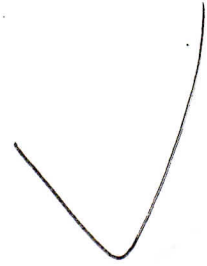


20 дублей      a      \*      y      19      18y.

$$C_{20}^2 + 20 \cdot \frac{19 \cdot 18}{2} = \frac{20 \cdot 19}{2} + 20 \cdot 19 \cdot 9 = 10 \cdot 19 + 20 \cdot 19 \cdot 9 =$$

$$= 19(10 + 180) = 3610$$

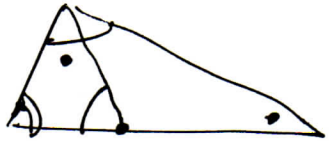
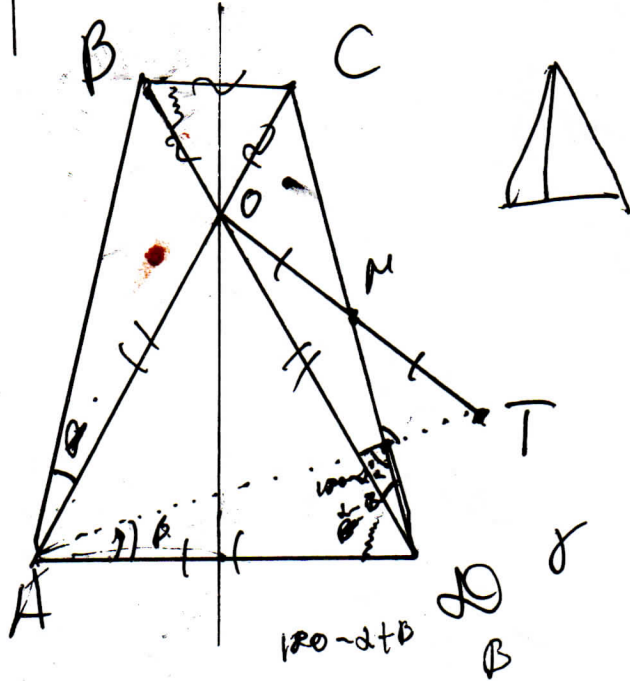
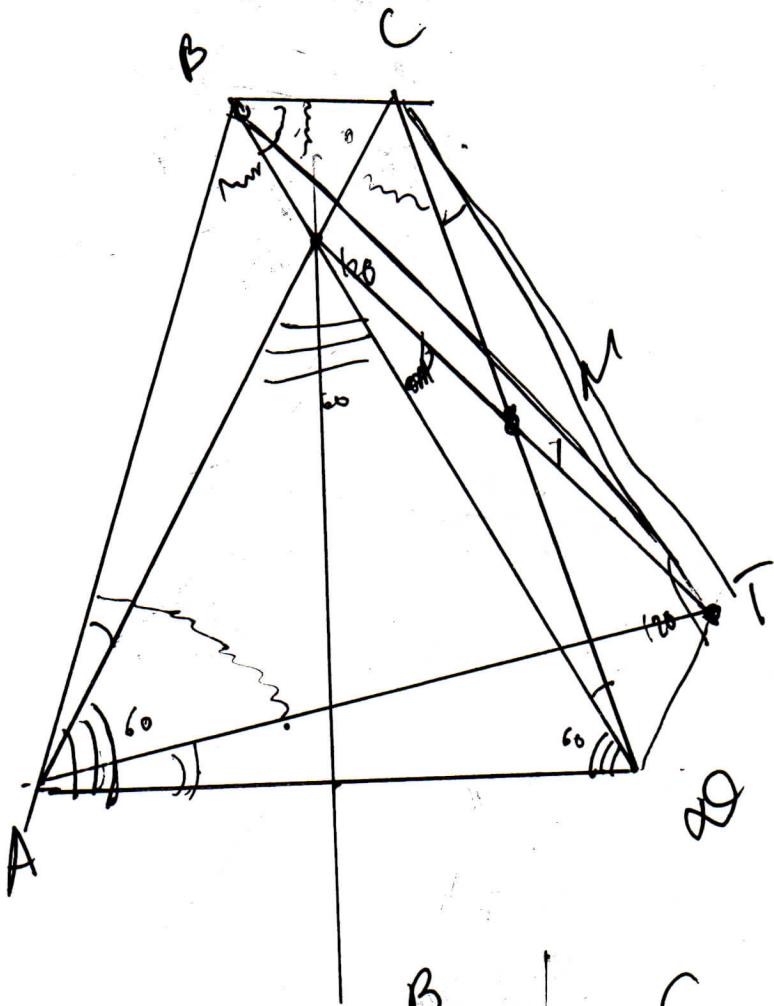
52  
400



Задача 5.

Всего существует  $2^{20}$  дублей. Их можно  
выбрать  $2^{20}$  способами. Теперь запрещены  
карточки, ~~на стороне~~ которые имеют то же число,  
что и наш дубль хотя бы на одной своей  
стороне. ~~Для них существует~~. Пусть





$\alpha - \beta$   
 $180 - \gamma - \alpha$   
 $180 - \gamma - \beta - (\alpha - \beta)$   
 $180 - \gamma - \beta + \alpha + \beta$   
 $180 - \gamma - \alpha = \beta$   
 $\alpha + \beta + \gamma$

$180 - \gamma - \beta - 60 = 180 - \gamma - \alpha$   
 $-\beta - 60 = -\alpha$   
 $\beta + 60 = \alpha$

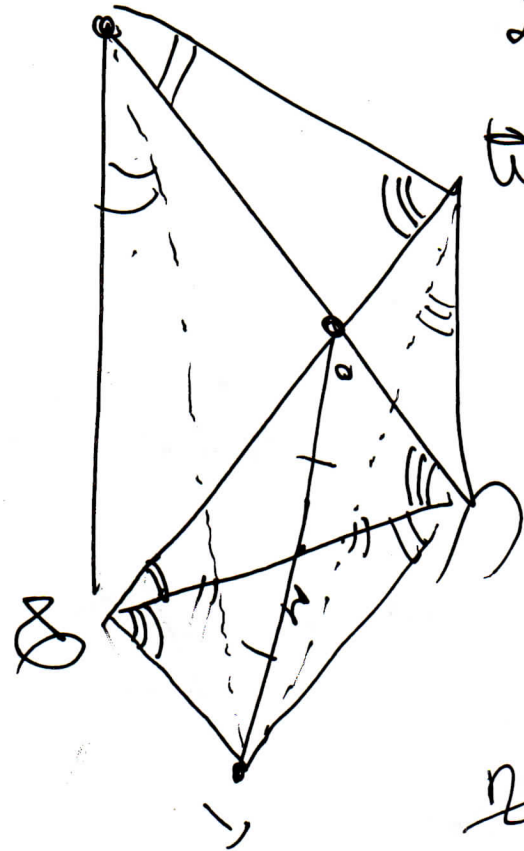
20.

$$C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{2} = 190.$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 190 \\ \hline 361 \end{array}$$

~~400~~  $20 \cdot 20$

$$20 \cdot \frac{19 \cdot 18}{2} = 20 \cdot 19 \cdot 9 = 190 \cdot 18 + 190 = 190 \cdot 19 = 3610.$$



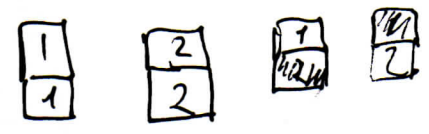
$$20 \cdot \frac{19 \cdot 19}{2} = 10 \cdot 19 \cdot 19 = 19^2 \cdot 10$$

~~20 \cdot 20 = 400~~

1 2. 2<sup>2</sup>

$$\begin{array}{l} 20^2 - 20 \\ 20(20-1) \\ 20 \cdot 19 \end{array}$$

$$20 \cdot 19 \cdot 19 =$$



$$C_{20}^2 +$$



$$19 \cdot 18$$

$$190 + 20 \cdot 19 \cdot 18$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 380 \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 370 \\ 19 \end{array}$$

$$19(10 + 20 + 18)$$

$$\begin{array}{l} \cancel{20 \cdot 10} \\ 20 \cdot 10 + 20 \cdot 19 \cdot 18 \\ 20(10 + 19 + 18) \\ 20 \cdot \end{array}$$

$$20 \cdot 19 \cdot 19 = 360$$

$$\begin{array}{r} 342 \\ + 38 \\ \hline 7220 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3330 \\ + 37 \\ \hline 7030 \end{array}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - x^2y^2 = 3 \\ x^4 + y^4 - x^2y^2 = 3 \end{cases}$$

$$3x^2 + 3y^2 - x^4 - y^4 =$$

$$x^4 - 3x^2 + y^4 - 3y^2 = 2P.$$

$$\begin{aligned} a &= x^2 + y^2 \\ a^2 &= x^4 + y^4 + 2x^2y^2 \end{aligned}$$

$$b = x^2y^2$$

$$\begin{cases} 3a - b = 3 \\ a^2 - 3b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9a - 3b &= 9 & 33- \\ a^2 - 3b &= 3 \end{aligned}$$

$$a^2 - 9a = 22.$$

$$a(a-9) \quad a^2 - 9a - 22 = 0.$$

$$a = 11$$

$$a = -2,$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 11 \\ b = 3 \\ x^2 + y^2 = 30 \end{cases}$$

$$x^2 = 11 - y^2$$

$$(11 - y^2)y^2 = 30.$$

$$11y^2 - y^4 = 30$$

$$y^4 - 11y^2 + 30 = 0$$

$$t^2 - 11t + 30 = 0.$$

$$t = 6$$

$$t = 5.$$

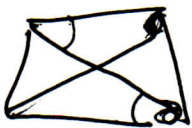
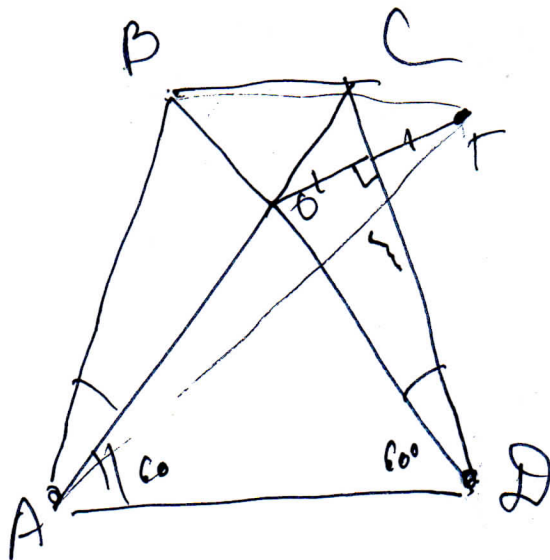
$$y^2 = 6$$

$$y^2 = 5$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 5 \\ x^2 &= 6. \end{aligned}$$

$$\left( \begin{aligned} &+ \sqrt{5} \\ &+ \sqrt{6} \end{aligned} \right)$$

!!!





$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{20\sqrt{3}}{2} + \frac{25\sqrt{3}}{2} + \frac{20\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{array}{r} + 38 \\ + 25 \\ \hline 61 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 25 \\ \hline 81 \end{array}$$

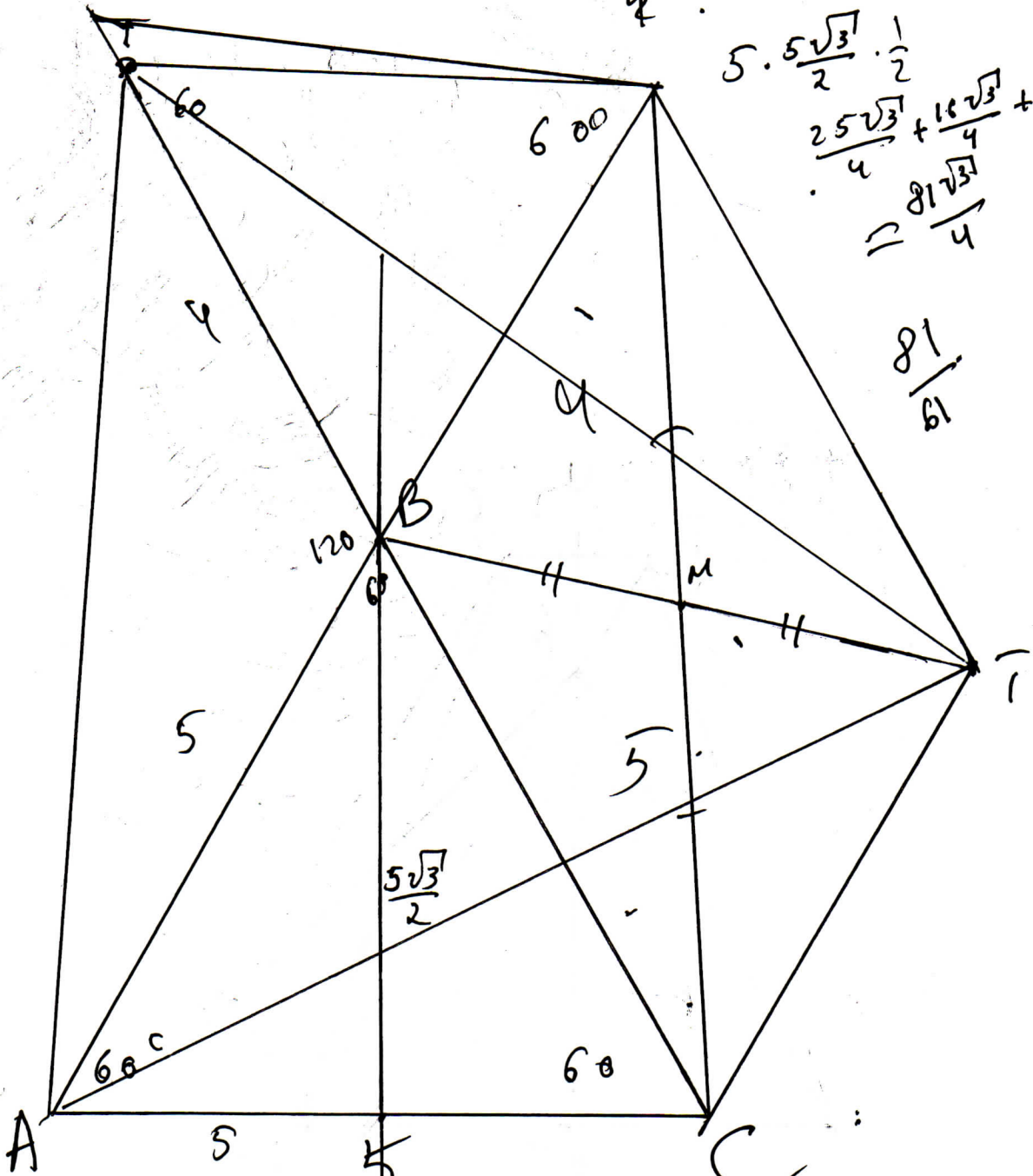
$$25 + 6 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = \sqrt{61} \cdot \frac{\sqrt{61} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{61\sqrt{3}}{2}$$

$$41 + 20$$

$$5 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{16\sqrt{3}}{4} + \frac{40\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{81\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{81}{61}$$



$$5 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\left( \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{4\sqrt{3}}{4} + \right)$$

