Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

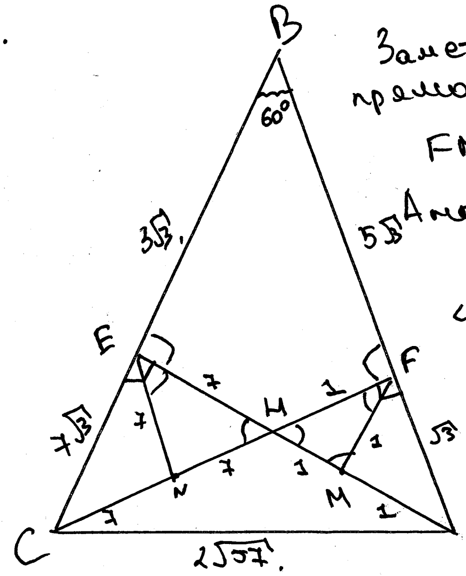
Шифр: **211006483**

ID профиля: **324235**

Вариант 15

Чистовик.
Вариант №15.

№1.



Заметим, что △HFA - прямоуг. FM - медиана прямого угла $\Rightarrow FM = \frac{1}{2}HA$.

$FM = MH = MA = 1$.

Аналогично $EN = NH = NC = 7$.

$\angle NEH = \underbrace{\angle NHE = \angle FHM}_{\text{вертик углы}} = \angle MFH$.

△EHN - р/б △MHF - р/б.

$EN \parallel FM$, EM - секущая. FN - секущая.

$\angle HEN = \angle FMH$ (накрест лежащие).

$\angle HFM = \angle HNE$ (накрест лежащие).

△EHN - р/с.

$\angle EHN = 60°, \Rightarrow \angle EHF = 120°$.

Из четырёхугольника BEHF: $\angle EBF = 360° - 90° - 90° - 120° = 60° = \angle ABC$.

$\angle CHA = \cancel{\angle ABC = 60°} = 180° - \angle ABC = 120°$.

Найдём стороны △ABC:

Из т. косинусов в △HAC:

$AC^2 = 14^2 + 2^2 - 2 \cdot 14 \cdot 2 \cdot \cos 120° = 196 + 4 + 28 = 228 \Rightarrow AC = 2\sqrt{57}$.

В △HFA из т. Пифагора:

$FA = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

△ABE ~ △AHF по 1-ому признаку подобия; значит:

Пусть $BE = y$; $BF = x$.

$\frac{BA}{AH} = \frac{x + \sqrt{3}}{2} = \frac{EA}{FA} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} = \frac{BE}{HF} = \frac{y}{1} = y. \Rightarrow$

$y = 3\sqrt{3}$; $x + \sqrt{3} = 6\sqrt{3} \Rightarrow x = 5\sqrt{3}$.

1

Из т. Пифагора в △EHC:

$EC = \sqrt{14^2 - 7^2} = 7\sqrt{3}$.

$S_{ABC} = \frac{BC \cdot BA \cdot \sin 60°}{2} = \frac{10\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{4} = 5 \cdot 3 \cdot 3\sqrt{3} = 45\sqrt{3}$.

$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$, где R - радиус опис. окр., а a, b и c - стороны △ABC:

$R = \cancel{S_{ABC}} \frac{abc}{4S_{ABC}} = \frac{10\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{57}}{4 \cdot 45\sqrt{3}} = \frac{10 \cdot 9 \cdot \sqrt{57}}{45\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{57}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{19}$.

Ответ: $\angle ABC = 60°$; $S_{ABC} = 45\sqrt{3}$; $R = 2\sqrt{19}$.

Чистовик

Вариант №5.

№2. Пусть на доске выписаны числа $a_1, a_2, \dots, a_n$.

По условию: $32a_1 + a_2 + \dots + a_n = 581$.

$a_1 + a_2 + \dots + 17a_n = 581$.

Заметим, что a_1 и a_n разные числа, т.к. иначе на доске только одно число и $32a_1 = 581 \Rightarrow a_1 = \frac{581}{32}$, а оно не натуральное.

Вычтем из второго уравнение первое, получим:

$16a_n - 31a_1 = 0 \Leftrightarrow 16a_n = 31a_1$.

НОД$(16, 31) = 1 \Rightarrow a_n \vdots 31$; $a_1 \vdots 16$.

$a_n \neq 0$, т.к. 0 не натуральное. $a_n \ngeq 62$, т.к. иначе:

$a_1 + a_2 + \dots + 17a_n > 17 \cdot 62 > 1054 > 581$. Противоречие условию.

Отсюда, $a_n = 31$.

$16 \cdot 31 = 31 \cdot a_1 \Leftrightarrow a_1 = 16$.

Значит наименьшее число – 16, наибольшее 31. Посмотрим на сумму оставшихся чисел на доске.

$a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} = 581 - 32 \cdot 16 - 31 = 581 - 512 - 31 = 38$.

Значит если помимо наибольшего и наименьшего числа записано 1 число, то оно равно 38, что больше наибольшего. Противоречие. Если хотя бы 3, то каждое из них должно быть больше наименьшего, т.е. хотя бы 17, т.е. $17+17+17 = 51 > 38$. Значит на доске написано ещё 2 числа.

Пусть это a_2 и a_3. ~~$a_2 > 16$, $a_3 > 16$, $a_2 \neq a_3$~~

$$\begin{cases} 38 > a_2 > 16 \\ 38 > a_3 > 16 \\ a_2 \neq a_3 \\ a_2 + a_3 = 38 \end{cases}$$

2

Пусть $a_2 = 17$. Тогда $a_3 = 21$. Подходит. Пусть $a_2 = 18$. Тогда $a_3 = 20$. Подходит. При $a_2 = 19$, $a_3 = 19$. Равные числа. Противоречие. При $a_2 = 20$ и 21, $a_3 = 18$ и 17 соотв, варианты рассмотрены. Если увеличивать a_2, то $a_3 \leq 16$. Противоречие. Значит больше вариантов нет, значит на доске написаны либо числа 16, 17, 21 и 31; либо 16, 18, 20 и 31.

~~Ответ: либо 16, 17, 21 и 31; либо 16, 18, 20, 31.~~

Чистовик.

Вариант №15.

№2. Действительно, если подставить данные числа под условие, то всё будет выполнено:

$31 \cdot 17 + 16 + 17 + 21 = 31 \cdot 17 + 16 + 18 + 20 = 527 + 54 = 581.$

$16 \cdot 32 + 17 + 21 + 31 = 16 \cdot 32 + 18 + 20 + 31 = 512 + 69 = 581.$

Все числа различны, значит подходит.

Ответ: или числа 16, 17, 21, 31.
либо числа 16, 18, 20, 31.

3

Черновик.
Вариант №15.

$5a^2-6ax+2x^2+2xy+y^2=4ay.$

$(5a-x)(a-x)+(x+y)^2=4ay.$

10/15

$a^2x^2+a^2y^2-6a^2x-2a^3y+4ay+a^4+4=0.$

$(4a-\frac{1}{2}y)^2=16a^2-4ay+\frac{1}{4}y^2.$

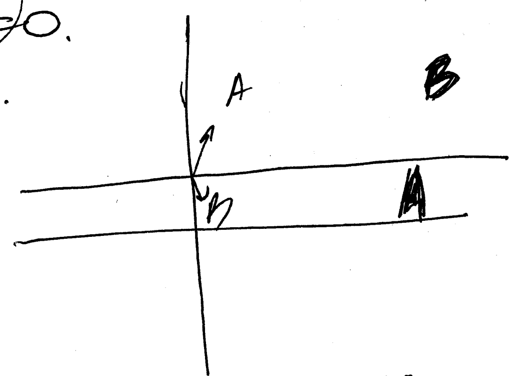
$-11a^2-6ax+2x^2+2xy+\frac{3}{4}y^2=0.$

$10a^2-12ax+4x^2+4xy+y^2-8ay=0.$

$(4a-y)^2=16a^2-8ay+y^2.$

$(2x+y)^2=4x^2+4xy+y^2.$

$2(5a^2-6ax)=2a(5a-6x).$



у A $y>1$.
у B $y<1$

$a^4+4=a^4-2a^2\cdot2+2a^2\cdot2+4=0.$

$a^2x^2-6a^2x-2a^3y+a^4=(a^2-2)^2+4a^2\cdot2$

$a^2x^2+a^2y^2-6a^2x-2a^3y+4ay+a^4+4=0.$

$a(ax^2+ay^2-6ax-2a^2y+4y+a^3)=-4.$

$a^2(a^2+x^2+y^2-2ay-6x)+4ay+4=0.$

$a^2((a-y)^2+x(x-6))+4(ay+1)=0.$

$(ay+2)^2.$ $+2a^2xy$. $2a^2xy$

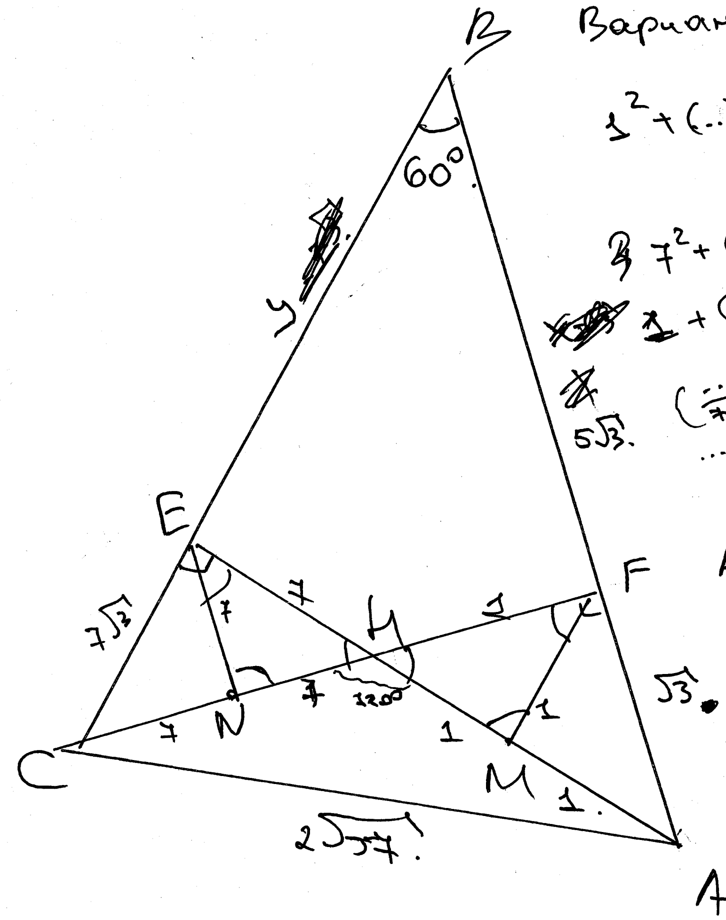
$(ax+ay)^2$

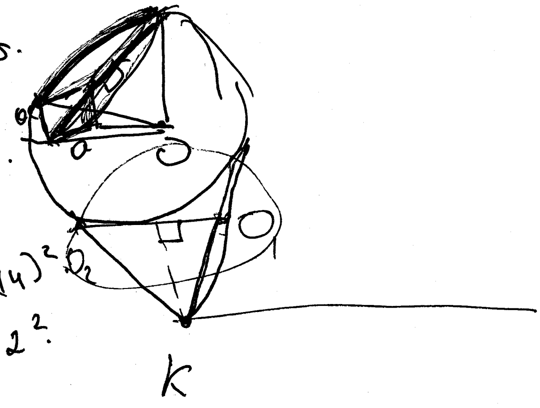
$4ay-2a^2xy-6a^2x-2a^3y+a^4=0$

$a(4y-2axy-6ax-2a^2y+a^2)=0.$

Черновик.

Вариант №15.





$1^2+(\dots)^2=4.$

$7^2+(\ )^2=(14)^2.$

$1+\left(\frac{\dots}{7}\right)^2=2^2.$

$\left(\frac{\dots}{7}\right)=\sqrt{3}.$

$5\sqrt{3}.$ $\dots=7\sqrt{3}.$

$AC=15^2+3=228$

$15\cdot15=225$

228

114

$57\cdot4.$

$14^2=196$

$14\cdot14=196$

$+9a^2$ $-9a^2$ $-a^2$

$228=14^2+2^2-2\cdot14\cdot2\cdot\cos(180^\circ-\alpha).$

$228=196+4-2\cdot14\cdot2\cdot\cos(180^\circ-\alpha).$

$28=-28\cdot2\cdot\cos(180^\circ-\alpha).$

$\cos(180^\circ-\alpha)=-\frac{1}{2}.$

$\cos\alpha=\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha=60$

30

$a^2(x-3)^2.$

$a^2(y-a)^2$

$4ay+a^4-10a^2+4$

$\frac{9}{\sqrt{3}}=\frac{x+\sqrt{3}}{2}.$ a -

$100-16=84$

$18=\sqrt{3}x+3.$

$7^2+(\sqrt{3})^2=4\cdot7^2$

$15=\sqrt{3}x.$

$5\sqrt{3}=x.$

$\frac{10\pm\sqrt{84}}{2}=5\pm\sqrt{21}$

$\frac{y+7\sqrt{3}}{8}=\frac{15}{7\sqrt{3}}$

$15\cdot8=120$

$49\cdot3$

$147.$

$7\sqrt{3}y+49\cdot3=15\cdot8.$

$\frac{6\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}=\frac{9}{\sqrt{3}}=\frac{y}{1}.$

$y=3\sqrt{3}$

$\frac{10\sqrt{3}}{8}=\frac{15}{7\sqrt{3}}.$

$S_{ABC}=.$

$\frac{5\sqrt{3}}{7}.$

$\frac{5\sqrt{3}}{4}.$

$57\,|\,3$

19

$\frac{10\cancel{\sqrt{3}}\cdot\cancel{6}^{3}\sqrt{3}\cdot\cancel{2}\sqrt{57}}{\cancel{4}\cdot45\cancel{\sqrt{3}}}=\frac{10\cdot3\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{57}}{45}=$

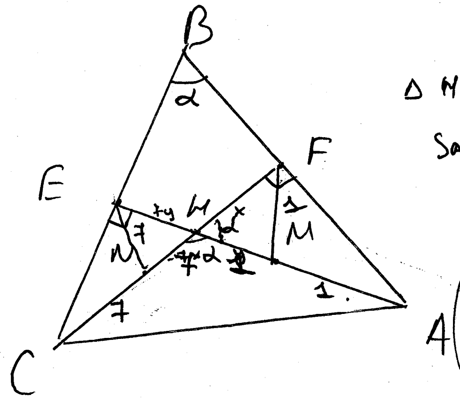
$=\frac{2}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{57}=2\cdot\sqrt{19}.$

Черновик.

Вариант №15

$\Delta HEN \sim \Delta HFM.$

S_{ABC} -? $\angle ABC$ -? R -?.



$\frac{BA}{2} = \frac{BE}{MF}.$

$\frac{BC}{14} = \frac{EH}{BF}.$

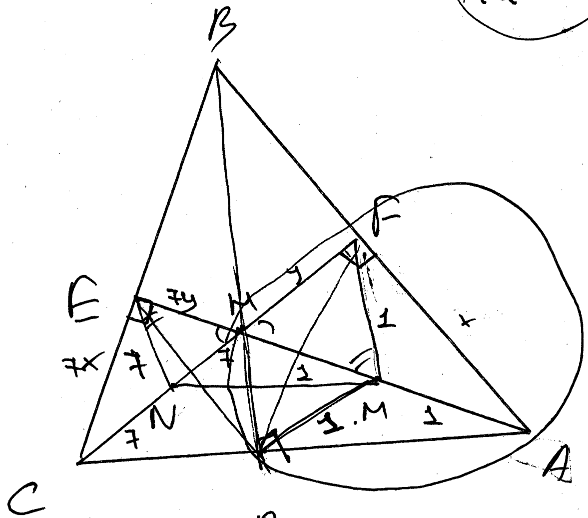
$16b - 31a = 0.$

$16b = 31a$

$b \vdots 31;\ a \vdots 16.$

$b > 31.$

$62 \cdot 17 + \ldots$ не подх.



$b = 31$

$a = 0$ —

$a = 16$

$a = 16$ $b = 31$

$16 \cdot 32 = 2^4 \cdot 2^5 = 2^9 = 512 + 31 = 543$

$581 - 543 = \boxed{38}$

раздвоается на (2)

$\begin{array}{r} 31 \\ \cdot 17 \\ \hline 217 \\ +31 \\ \hline 527 \end{array}$ (бис)

$31 \cdot 17 = 527 + 16 = 543$

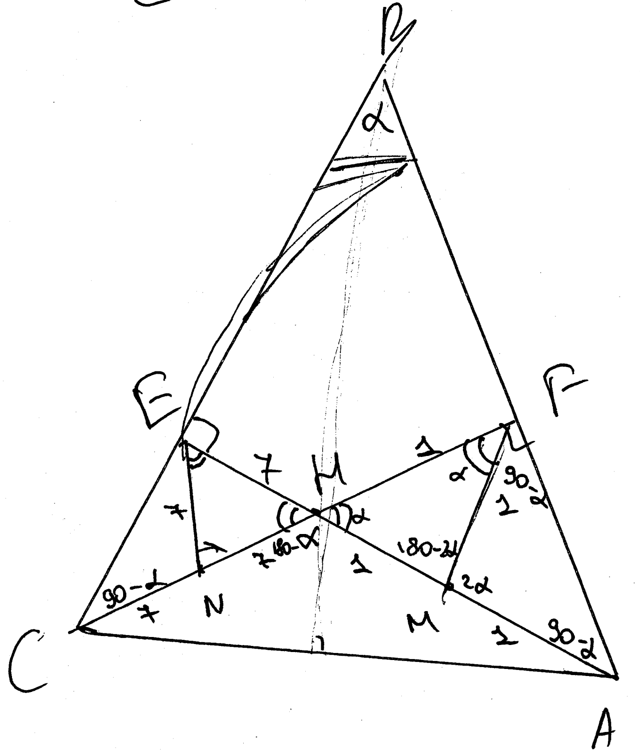
$38 = \cancel{327}\ c+d.$

~~c>16~~
~~d>16~~

$31 > c > 16$

$31 > d > 16.$

$(c, d) = \{\cancel{(16, 22)}; (17, 21); (18, 20)\}$



$\{(16, 17, 21, 31); (16, 18, 20, 31)\}.$

$(5a-x)(a-x)$

$a^4 - 5a^2 + 4 = \underline{(a^2-1)(a^2-4)}.$

$\begin{array}{r} 62 \\ \cdot 17 \\ \hline 434 \\ +62 \\ \hline 1054 \end{array}$

$\begin{array}{r} 31 \\ \cdot 17 \end{array}$

527.

$\begin{array}{r} 38 \\ +16 \\ \hline 54 \end{array}$

$\begin{array}{r} 38 \\ +31 \\ \hline 69 \end{array}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211006483**

ID профиля: **324235**

Вариант 15

Чистовик
вариант №15.

4. $\begin{cases} 3x^2+3y^2-x^2y^2=3 \\ x^4+y^4-x^2y^2=31. \end{cases}$

Замена: $x^2=a$, $y^2=b$, $a\geq 0$, $b\geq 0$.

$$\begin{cases} 3a+3b-ab=3 \\ a^2+b^2-ab=31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a+b)=3+ab \\ (a+b)^2=31+3ab. \end{cases}$$

Замена: $a+b=k$, $ab=m$, $k\geq 0$, $m\geq 0$.

$$\begin{cases} 3k=3+m \\ k^2=31+3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3k-3 \\ k^2=31+3(3k-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3k-3 \\ k^2-9k-22=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=3k-3 \\ (k-11)(k+2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m=3k-3 \\ k=11 \end{cases} \\ \begin{cases} m=3k-3 \\ k=-2 \end{cases} \varnothing, \text{т.к. } k\geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} m=28 \\ k=11 \end{cases},$$

$$\begin{cases} a+b=11 \\ ab=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=11-a \\ a(11-a)=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=11-a \\ a^2-11a+28=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=11-a \\ (a-7)(a-4)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=7 \\ b=4 \end{cases} \\ \begin{cases} a=4 \\ b=7 \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2=7 \\ y^2=4 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2=4 \\ y^2=7 \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=-\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-2 \\ y=\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-2 \\ y=-\sqrt{7}. \end{cases} \end{array} \right.$$

Ответ: $\{(-2;-\sqrt{7}); (-2;\sqrt{7}); (2;-\sqrt{7}); (2;\sqrt{7}); (\sqrt{7};2); (\sqrt{7};-2); (-\sqrt{7};2); (-\sqrt{7};-2)\}$.

1.

Чистовик.

Вариант №15.

№5. ~~Рассмотрим~~

Заметим, что всего различных карточек может быть 400, т.к. 20 дублей и $20 \cdot 19 = 380$ не дублей.

Значит у фокусника есть все возможные карты.

Хотя бы 1 дубль $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \text{ дубль } 1 \text{ недубль.} \\ 2 \text{ дубля} \end{array}\right.$

I. Рассмотрим случай, когда он вытянул 2 дубля.
Всего таких способов $\frac{20 \cdot 19}{2}$, т.к. не важно, в каком порядке они стоят, т.е. 190.
В любом случае разные числа, поэтому у 2-ух дублей в любом случае разные числа, поэтому таких вариантов всё равно 190.

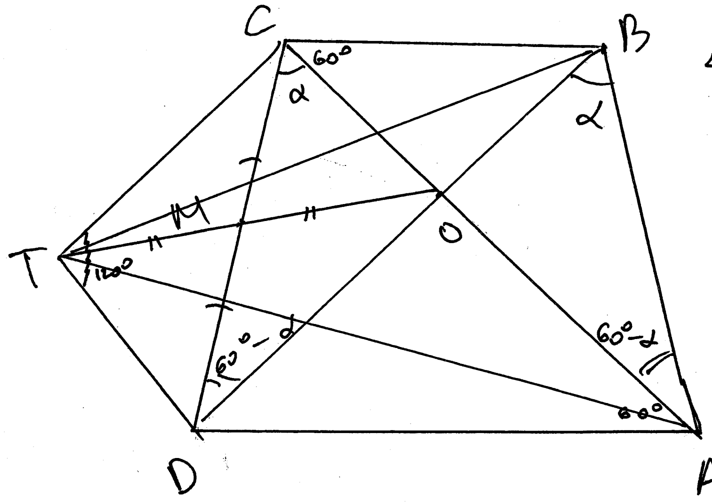
II. Рассмотрим случай, когда фокусник вытянул дубль и недубль.
На каждый из возможных $20^2 - 20$ недублей, нам подойдёт только 18 недублей, т.к. на дубле не может быть ни одно из 2-х используемых чисел на недубле.
Значит этих вариантов $18 \cdot (400 - 20) =$
$= 380 \cdot 18 = 6840$.
Значит всего вариантов:
$6840 + 190 = 7030$.

Ответ: 7030 способов.

2

Чистовик.
Вариант №15.

6а. Пусть M – середина CD.



По условию:

$\angle OCB = 60^\circ$

$\angle OAD = 60^\circ \Rightarrow$

$CB \parallel AD$, т.к. накрест. лежащие углы равны.

$\triangle COD = \triangle BOA$ по 1-ому пр. р-ва $\triangle$, т.к.:

$CO = OB$; $OD = OA$;

$\angle COD = \angle BOA$.

Тогда $CD = BA$., $ABCD$ – р/б трапеция.

Пусть $\angle DCO = \alpha = \angle OBA$. Тогда $\angle CDO = \angle OAB = 180^\circ - \alpha - 120^\circ = 60^\circ - \alpha$.

$ABCD$ – впис. т.к. впис. углы равны ($\angle BCO$ и $\angle OBA$).

$OCTD$ – паралл., т.к. Т. симм. O отн. т. M.

$\angle COD = 120^\circ = \angle CTD$

$\angle CTD + \angle CAD = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow CADT$ – впис.

Но у $\triangle CAD$ одна опис. окр $\Rightarrow$ окружности около $CADT$ и $ABCD$ совпали $\Rightarrow ABCTD$ – опис.

$\angle BTA = \angle BDA = 60^\circ$, т.к. впис.

$\angle TCD = 60^\circ - \alpha = \angle TBD \Rightarrow \angle TBA = \alpha + 60^\circ - \alpha = 60^\circ$.

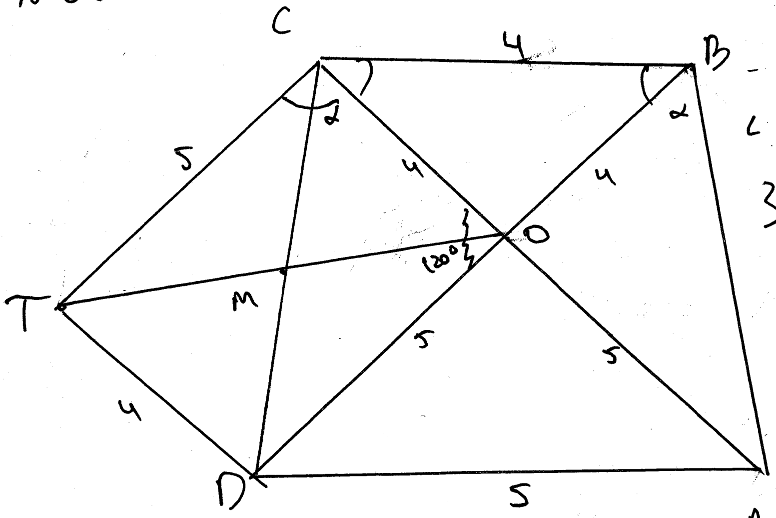
$\angle BAT = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$.

Значит $\triangle ABT$ – правильный. ЧТД.

3

Чистовик.
Вариант №15

№6б. Обозначения те же, что и в задаче 6а.



- Мы знаем, что $\angle OCB = 60°$, $\angle TCO = 180° - 120° = 60°$.

Значит $\angle TCB = 60° + 60° = 120°$.

Из т. косинусов в $\triangle TCB$ найдём TB:

$$TB^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos 120° = 25 + 16 + 20 = 61 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TB = \sqrt{61}$$

$$S_{ABT} = \cancel{\frac{(3\sqrt{7})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}} = \frac{(\sqrt{61})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{61\sqrt{3}}{4}$$ (т.к. правильный).

$$S_{ABCD} = S_{OBC} + S_{OBA} + S_{OAD} + S_{ODC} =$$

$$= \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{4 \cdot 5 \cdot \sin 120°}{2} + \frac{5^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{4 \cdot 5 \cdot \sin 120°}{2} =$$

$$= \frac{16\sqrt{3}}{4} + \frac{20\sqrt{3}}{4} + \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{20\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4}.$$

$$\cancel{\frac{S_{ABCD}}{S_{ABT}}} = \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{61\sqrt{3}}{4}}{\frac{81\sqrt{3}}{4}} = \frac{61}{81}.$$

Ответ: $\cancel{\frac{63}{83}}$ $\frac{61}{81}$.

4.

черновик.

$$\begin{cases} 3x^2+3y^2-x^2y^2=3 \\ x^4+y^4-x^2y^2=31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+3y^2-x^2y^2=3 \\ x^4-3x^2+y^4-3y^2=28 \end{cases}$$

$x^2=a \quad y^2=b.$

$$\begin{cases} 3a+3b-ab=3 \\ a^2+b^2-ab=31. \end{cases} \qquad \begin{cases} 3(a+b)=3+ab. \\ (a+b)^2=31+3ab. \end{cases}$$

$a+b=k \quad k>0$

$ab=m. \quad m>0.$

$$\begin{cases} 3k=3+m \\ k^2=31+3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3k=3+m \\ k^2=31+(3k-3)3 \end{cases} \text{ (1)}$$

(1): $k^2-9k-22=0. \Leftrightarrow (k-11)(k+2)=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=11 \\ k=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} k=11 \\ m=28 \end{cases} \\ \begin{cases} k=-2 \\ m=-9 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} k=11 \\ m=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=11 \\ ab=28 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=11-b \\ (11-b)b=28 \text{ (2)} \end{cases}$$

1 до 20.

$20\cdot19\cdot\cancel{2}+20.$

$20.$

(2): $b^2-11b+28=0 \Leftrightarrow (b-7)(b-4)=0 \Leftrightarrow$

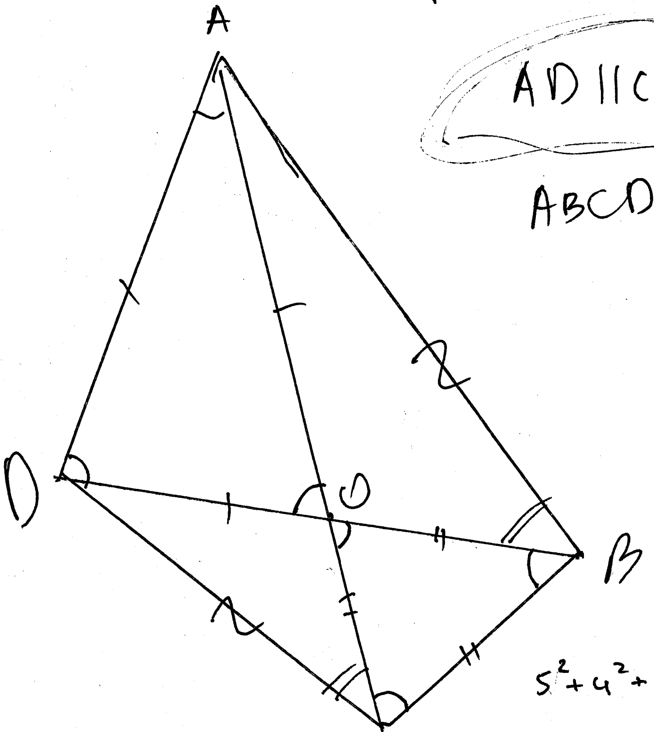
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=4 \\ b=7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=4 \\ a=7 \end{cases} \\ \begin{cases} b=7 \\ a=4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2=4 \\ y^2=7 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2=7 \\ y^2=4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=-\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-2 \\ y=\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-2 \\ y=-\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=-2. \end{cases} \end{array}\right.$$

всего 20 дублей.

пусть не ~~в~~ытащил.

(20^2-10).

Черновик.



AD || CB.

ABCD - равнобокая трапеция.

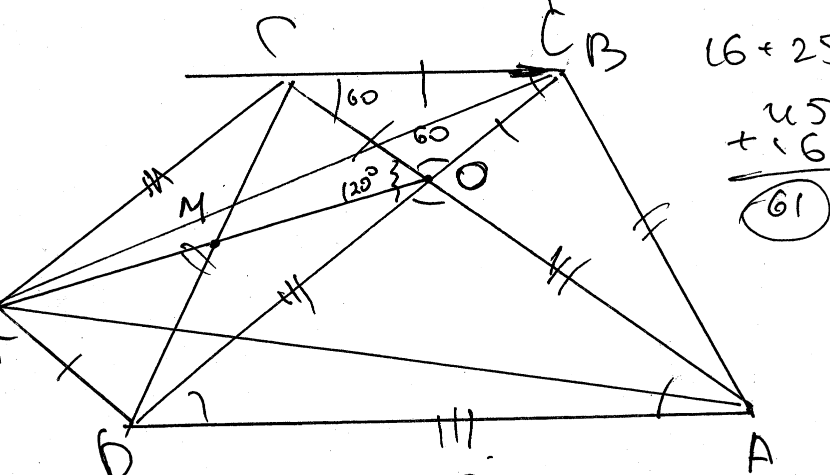
AD и BC - осн.

$$\frac{4^2\cdot\sqrt{3}}{4}+\frac{5^2\cdot\sqrt{3}}{4}+\frac{5\cdot4\cdot\sin120^\circ\cdot2}{2}=$$

$$=\frac{(4^2+5^2+20\cdot2)\sqrt{3}}{4}.$$

40+25+16..

$$5^2+4^2+2\cdot4\cdot5\cdot\cos60^\circ=\frac{(5^2+4^2+20)\sqrt{3}}{4}.$$

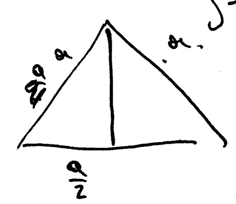


16+25+20

45
+16
61 81

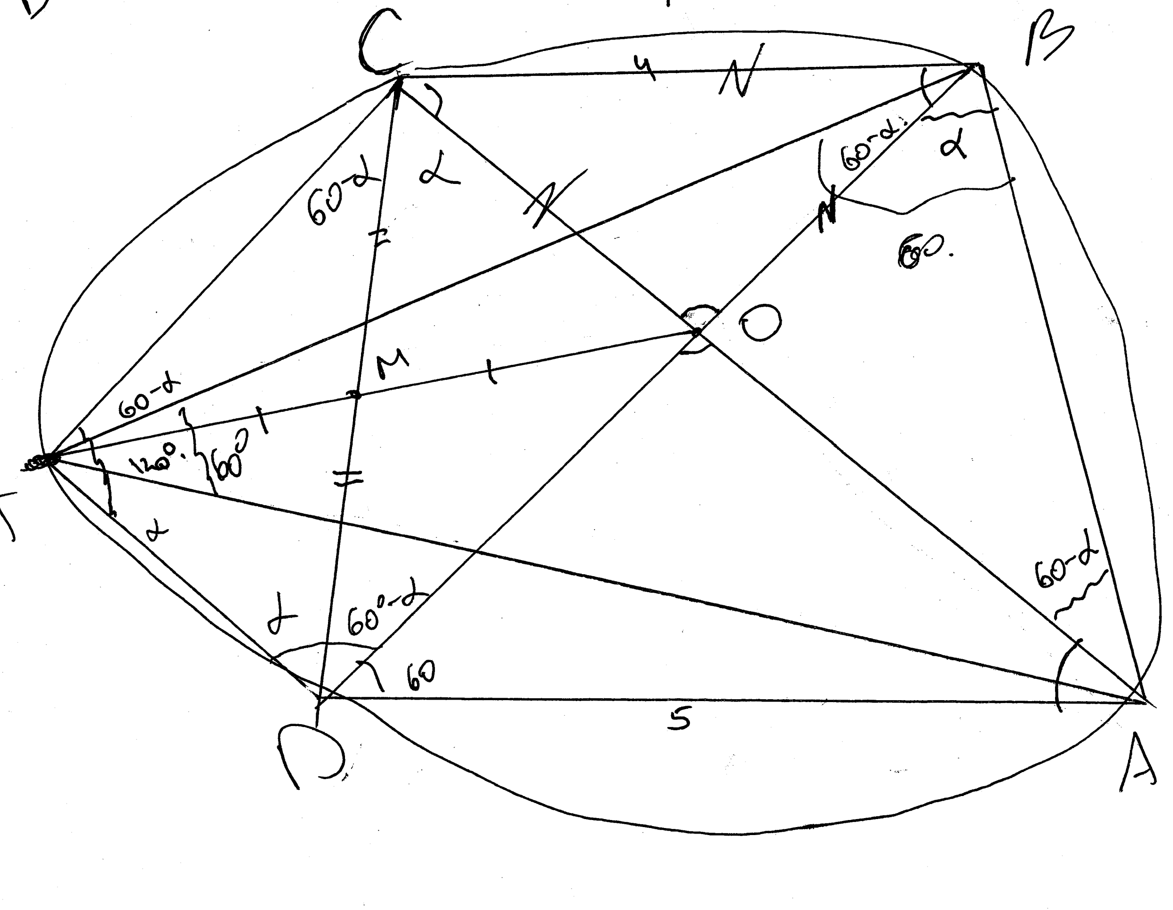
$\frac{a^2}{2}\cdot\sin.$

$\sqrt{\frac{3}{4}}\,a.$



$\frac{\sqrt{3}a}{2}$

$\frac{\sqrt{3}a^2}{4}.$



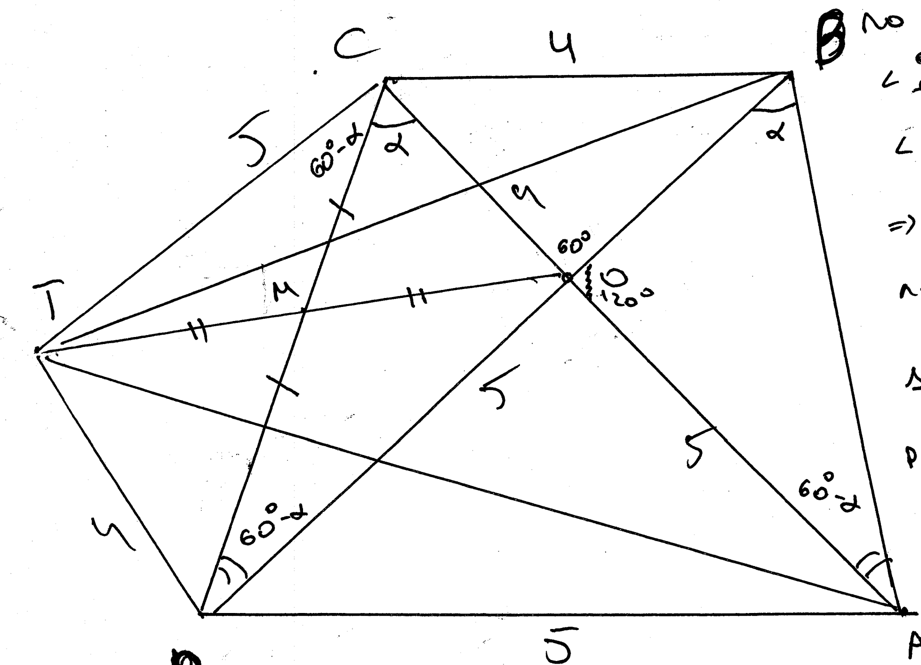
25+36.

63.

16

~~Черновик~~.
Черновик
Вариант №15.

6а. ~~------~~ Пусть М - середина СВ.



В по условию:
∠ ~~OCB~~ OCB $= 60°$,
∠ ~~OAB~~ OAD $= 60°$ ⇒
CB ∥ AD
⇒ ~~CB ∥ AB~~, т.к. накрест лежащие углы.

△COD = △BOA
~~△COB = △BOA~~ по 1-ому пр. р-ва △, т.к.:

CO = OB
OB = OA.
∠COB = ∠BOA.

Тогда CB = BA, ABCD - р/б трапеция.

Пусть ∠BCO $= \alpha =$ ∠ODA. Тогда ∠CBO = ∠OAD $= 180° - \alpha - 120° = 60° - \alpha$.

ABCD - впис., т.к. впис. углы равны (∠BCO и ∠ODA).

OCTB - паралл., т.к. T симм. O отн. т.М.

~~∠OCB~~ ∠COB $= 120° =$ ∠CTB, ∠CAB $= 60°$.

~~∠COB + ∠~~ ∠CTB + ∠CAB $= 60° + 120° = 180°$ ⇒ CABT - впис.

Но у △CAB одна опис. окр. ⇒ окружности около CABT и BCDA совпали ⇒ ABTCD - опис.

∠DTA = ∠DBA $= 60°$, т.к. впис.

∠TCB $= 60° - \alpha =$ ∠TDB, т.к. впис. ⇒ ∠TDA $= 60° - \alpha + \alpha = 60°$

∠BAT $= 180° - 60° - 60° = 60°$.

Значит ~~△DAT - пр~~ △ABT - правильный. ЧТД.

6
38
·18
304
38
684

61 = 13.5 63. 17·4 19·3. 51.

Черновик.

AB и BA - 1 способ

20 дублей всего

400 карточек.

1 до 20. 20^2 $20 \cdot 20 \cdot 2$ 20 дублей всего

2 дубля: 20. ~~число~~ ОК:

$20 \cdot 19$. Все подходят.

не дубль и дубль:

$20 \cdot (20^2 - 20)$

$20 \cdot 19$ $+20$

№7

$3 \cdot 7 + 3 \cdot 4 - 7 \cdot 4 =$

$= 3(7+4)$

$33 - 28$