

# Часть 1

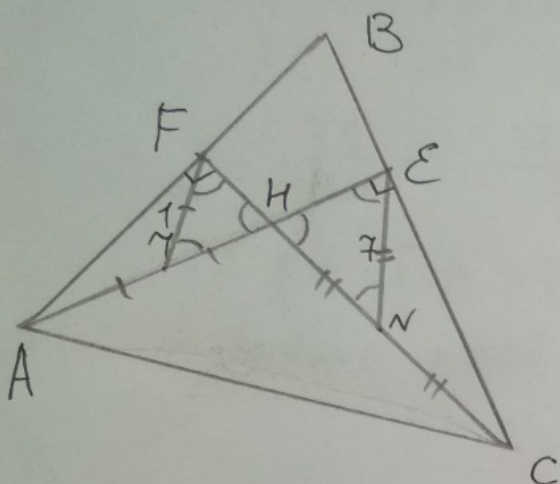
Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211005931**

ID профиля: **302952**

Вариант 15

№1.



$FM \parallel EN$

$FM = 1 \quad EN = 7$

$\angle ABC = ? \quad S_{ABC} = ?$

$R = ?$

Решение.

П.к.  $FM \parallel EN$ , то  $\angle FMH = \angle HEN$  (как накрест лежащие углы при  $FM \parallel EN$  и секущей  $ME$ ).

Таким образом  $\angle MFH = \angle HNE$ .

$\angle FHM = \angle HNE$  как вертикальные.

П.к.  $\angle AFH = \angle HEC = 90^\circ$  и  $FM$  и  $EN$  — медианы, то  $AM = FM = MH$  и  $EN = HN = NC$ .

Потому,  $\triangle AFH$  с основанием  $FH$  и  $\triangle HNE$  с основанием  $HE$  — равнобедренные.

Потому,  $\angle MFH = \angle MHF = \angle MHE = \angle HEN = \angle FMH = \angle HNE = 60^\circ$ .

Потому,  $\angle FAH = \angle HEE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .

Угол  $\angle AHC = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$

$\angle ABC = 360^\circ - \angle BHE - \angle FCB - \angle AHC = 360 - 300 = 60^\circ$ .

Таким образом следует из того, что в  $\triangle AEB$ ,  $\angle BAE = 30^\circ$ ,  $\angle AEB = 90^\circ$ .

П.к.  $\triangle MFH$  и  $\triangle HNE$  — равнобедренные, то,  $FH = MH = FM = 1$ ,  $HN = NE = EN = 7$ .

Потому,  $AE = AM + MH + NE = 1 + 1 + 7 = 9$ ,  $HC = HN + NC = 7 + 7 = 14$ .

$S_{ABC} = S_{ABE} + S_{HCE} + S_{AHC} = \frac{AE \cdot BE}{2} + \frac{HE \cdot EC}{2} + \frac{AH \cdot HC \cdot \sin \angle AHC}{2}$

$BE = AE \cdot \tan 30^\circ \quad EC = HC \cdot \cos 30^\circ \quad HE = \sin 30^\circ \cdot HC$

$\sin \angle AHC = \sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$BE = 3\sqrt{3} \quad EC = 7\sqrt{3} \quad HE = 7$

$S_{ABC} = \frac{9 \cdot 3\sqrt{3}}{2} + \frac{7 \cdot 7 \cdot \sqrt{3}}{2} + \frac{2 \cdot 14 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{27\sqrt{3} + 49\sqrt{3} + 14\sqrt{3}}{2} = 45\sqrt{3}$

То же можно получить из теоремы синусов  $\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 2R$

По теореме косинусов

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 - 2 \cdot AH \cdot HC \cdot \cos \angle AHC =$$

$$= 4 + 44^2 + 2 \cdot 2 \cdot 14 \cdot \cos 60^\circ = 4 + 196 + 2 \cdot 14 = 200 + 28 = 228$$

$$AC = \sqrt{228}$$

$$\frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{228}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 \sqrt{\frac{228}{3}} = 2R$$

$$R = \sqrt{\frac{228}{3}} = \sqrt{76}$$

Ответ:  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $S_{ABC} = 45\sqrt{3}$ ,  $R = \sqrt{76}$

N2.

Числа на доске —  $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \dots \leq a_n$ .

Знаем, что

$$S(a_n) + 31 a_1 = 581 \quad \text{и} \quad S(a_n) + 16 a_n = 581$$

Тогда,  $31 a_1 = 16 a_n$ .

П.ч. числа натуральные и 31 взаимнопросто с 16, то  $a_1 : 16$ , а  $a_n : 31$ .

$$a_1 = 16k, \quad a_n = 31m, \quad \text{где } k, m \in \mathbb{N}.$$

Если  $k \geq 2$ , то  $31 a_1 \geq 82 \cdot 31 \geq 581$ .

Значит,  $k=1$ , и еще  $S(a_n) < 0$ , что невозможно.

Если  $m \geq 2$ , то  $16 a_n \geq 16 \cdot 62 \geq 581$ .

Значит,  $m=1$ , и еще  $S(a_n) < 0$ .

Тогда,  $a_1 = 16$ ,  $a_n = 31$ .

$$\begin{cases} S(a_n) + 31 \cdot 16 = 581 \\ S(a_n) + 16 \cdot 31 = 581 \end{cases} \Rightarrow S(a_n) = 85$$

$$a_1 + a_n = 47$$

Тогда, сумма остальных чисел на доске —  $85 - 47 = 38$ .

Если остальные числа больше 2, то хотя бы одно из них не больше  $\frac{38}{3} < 13$ , но 16- наименьшее число на доске,

Значит, кроме 16 и 31 на доске не больше двух

Если осталось одно число, то оно равно 28,  
но 31 - наибольшее.

Значит, осталось 2 числа.

Если одно из них равно 17, то другое равно 21.

Если  $I = 18$ , то  $II = 20$

Если  $I = 19$ , то  $II = 19$  — не решение т.к. числа различны.

Если  $I = 20$ , то  $II = 18$ ,

но это уже повторение одного из найденных решений.

Если  $I < 17$ , то или  $I = 16$ , но 16 уже зафиксировано, или  
 $< 16$ , но 16 — минимальное.

Если  $I > 21$ , то  $II < 17$ , что невозможно.

Тогда, возможны всего два варианта чисел  
на доске.

Ответ: 16, 17, 21, 31 и 16, 18, 20, 31.

N3.

$$a^2 x^2 + a^2 y^2 - 6a^2 x - 2a^2 y + 4ay + a^4 + 4 = 0$$

$$1) a^2(x-3)^2 - 9 + a^2 y^2 - 2a^2 y + 4ay + a^4 + 4 = 0$$

2) Уравнение окружности имеет вид  $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$ ,  
где  $(x_0; y_0)$  — центр окружности.

Из (1) и (2) следует, что  $x_0 = 3$ , а значит координаты  
B —  $(3; y_0)$ .

Значит, B — правая прямая  $y = 1$  вне зависимости от a.

$$5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$$

решим уравнение относительно y.

$$D = (2x-4a)^2 - 4 \cdot (2x^2 - 6ax + 5a^2) =$$

$$= 4x^2 - 16ax + 16a^2 - 8x^2 + 24ax - 20a^2 =$$

$$= -4x^2 + 8ax - 4a^2 = -4(x^2 - 2ax + a^2) = -4(x-a)^2$$

Т.к.  $(x-a)^2 \geq 0$ , то  $-4(x-a)^2 \leq 0$ .

Значит, уравнение имеет решение только при  $x = a$ ,

211605931 (U302952 M1277202) y-будет иметь любую часть.

Если  $x = a$ , то

$$5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$$

$$5a^2 - 6a^2 - 4ay + 2a^2 + 2ay + y^2 = 0$$

$$y^2 - 2ay + a^2 = 0$$

$$(y - a)^2 = 0$$

$(y - a)^2 \geq 0$ , а значит,  $(y - a)^2 = 0$  только тогда, когда,  $y = a$ .

т. значит, уравнение имеет решение только при  $x = y = a$  и это его единственное решение.

~~Тогда, раз точка В правее  $y = 1$ , то~~

~~А левее  $y = 1$ , а значит,  $x = a < 1$~~

~~Тогда, при всех  $a < 1$ , точки А и В — лежат по разные стороны от  $y = 1$ .~~

~~Отвечает при  $a < 1$ .~~

$$a^2 x^2 + a^2 y^2 - 6a^2 x - 2a^3 y + 4ay + a^4 + 4 = 0$$

$$a^2 y^2 - 2a^3 y + 4ay = a^2 y^2 - (2a^3 - 4a)y =$$

$$= a^2 \left( ay - \frac{2a^3 - 4a}{2} \right)^2 + \left( \frac{2a^3 - 4a}{2} \right)^2$$

$$\left( ay - \frac{2a^3 - 4a}{2} \right)^2 = a^2 \left( y - \left( a - \frac{2}{a} \right) \right)^2$$

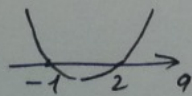
$(y - y_0)^2 + (x - x_0)^2 = R^2$  — уравнение окружности, где  $y_0$  — ордината центра.

Тогда, ордината точки В —  $\left( a - \frac{2}{a} \right)$

$$\left( a - \frac{2}{a} \right) > 1$$

$$a^2 - a - 2 > 0$$

$$(a + 1)(a - 2) > 0$$



Точка В выше  $y = 1$  при  $a \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$  и ниже В при  $a \in (-1; 2)$ .

Точка А выше  $y = 1$  при  $a < 1$  и ниже при  $a > 1$ .

Цисловие.

5

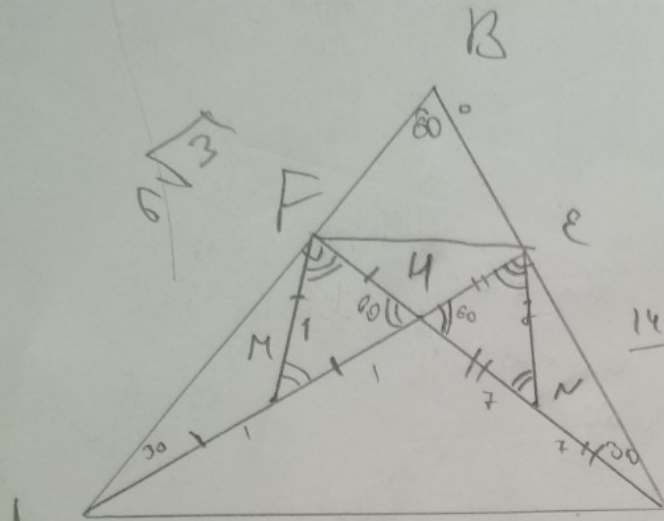
Тогда, при  $a \in (-\infty; -1)$

точка  $B$  ~~уже~~ выше  $J=1$ , а  $A$  ниже  
при  $a \in (1; 2)$   $B$  - ниже, а  $A$  выше.

при  $a \in (-1; 1)$   $B$  - ниже,  $A$  - ниже

при  $a \in (2; +\infty)$   $B$  - выше,  $A$  - выше.

Отвечая: при  $a \in (-\infty; -1) \cup (1; 2)$ .



$FM = 1$      $EN = 7$   
 $FM \parallel EN$   
 $\triangle FBE \sim \triangle EBA$

$$\frac{14\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$$

$$180 + 60 + 60 =$$

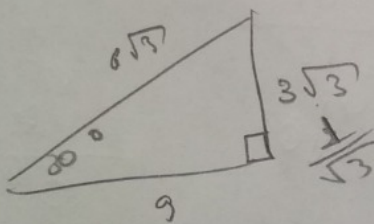
$$= 180 + 120$$

$$R = \sqrt{\frac{200 - 28\sqrt{3}}{3}}$$

$$\frac{\sqrt{200 - 28\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} =$$

$\angle ABC = ?$   
 $\triangle ABC =$

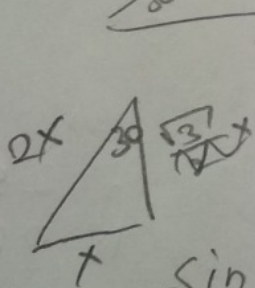
$$R = \frac{2 \sqrt{\frac{200 - 28\sqrt{3}}{3}}}{\sqrt{3}} = 2R$$



$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{x}$$

$$x = \frac{9 \cdot 2}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$$

$$= \frac{(200 - 28\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{200\sqrt{3} - 84}{3}$$

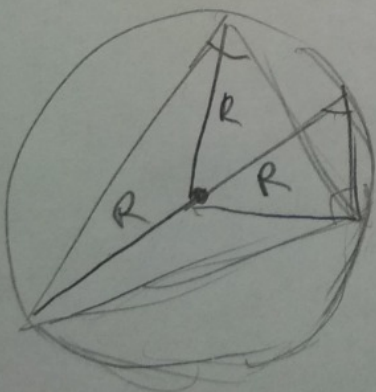


$$\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}x} = \frac{28\sqrt{3}}{2} + \frac{7 \cdot 7\sqrt{3}}{2}$$

$$+ \frac{2 \cdot 14 \cdot \sin 120}{x} = 28 \frac{\sqrt{3}}{2} + 49 \frac{\sqrt{3}}{2} + 28 \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$\sin 120 = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 104 \frac{\sqrt{3}}{2} = 52\sqrt{3}$$



$$4R^2 + 14^2 - 2 \cdot \cos 120 \cdot 14 \cdot 2 =$$

$$= 4R^2 + 196 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 28 =$$

$$= 200 - 28\sqrt{3}$$

$$\frac{200 - 28\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8(50 - 7\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = 2R$$

Чебурчик.

$$a_1 \leq a_2 \dots \leq a_n$$

$$a_1 = 32$$

$$S(a_1) + 31a_1 = 581$$

$$S(a_n) + 16 \cdot a_n = 581$$

$$16 a_n = 31 a_1$$

$$a_n = 31$$

$$a_n = 32$$

$$\times \begin{matrix} 62 \\ 17 \end{matrix}$$

$$a_n = 31$$

$$S_{31} = \frac{31 \cdot 32}{2} = 31 \cdot 16 = 310 + 155 + 31 = 496$$

$$a_1 = 16$$

$$a_1 = 32?$$

$$\times \begin{matrix} 32 \\ 32 \end{matrix} > 581$$

$$a_1 = 16$$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 31 = 581 \\ - 496 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$85 = S_a$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 31 \\ \hline + 16 \\ 48 \\ 496 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 16 \\ \hline + 10 \\ 85 \\ - 47 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$16 + 31 = 47$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 16 + 17 + 30 + 31 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 16 + 17 + 21 + 31 = 85 \end{array}$$

$$16 \cdot 31 = 480 + 16 = 496$$

$$\begin{array}{r} 496 \\ + 85 \\ \hline 581 \end{array}$$

16

17	30	38
18	29	17 29
19	28	18 20
20	27	19 19
21	26	
22	25	
23	24	



Черновик.

$A(x, y)$

$5a^2 - 4ay + y^2 = 0$  - решим нет

$$5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$$

$$2x^2 + 2xy - 6ax$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 6ax + 5a^2 - 4ay$$

$$a^2x^2 + a^2y^2 - 6a^2x - 2a^3y + 4ay + a^4 + 4 = 0$$

$$5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$$

$$(x+y)^2 + x^2 - 4ay - 6ax + 5a^2 = 0$$

$$(x+y)^2 + (x-3a)^2 + (y-2a)^2 - y^2 - 8a^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 6ax + 9a^2 + y^2 - 4ay + 4a^2$$

~~$$2x^2 - 6ax + 5a^2 + y^2 - 4ay + 2xy$$~~

$$a^2x^2 + a^2y^2 - 6a^2x - 2a^3y + 4ay + a^4 + 4 = 0$$

$$a^4 - 2ya^3 + a^2(x^2 + y^2 - 6x) + 4ya + 4 = 0$$

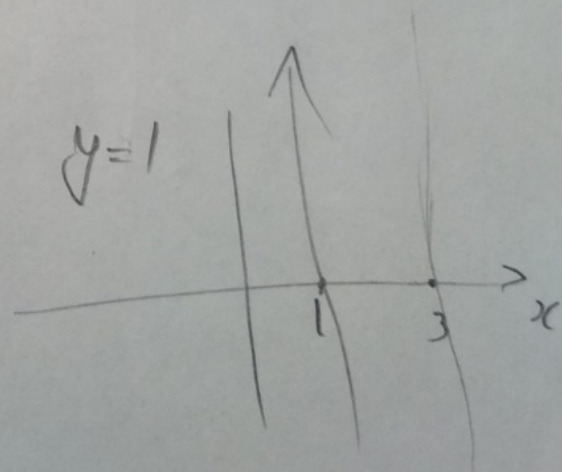
$$a^2(x^2 - 6x) = a^2(x-3)^2 - 9$$

$$a^2y^2 - 2ya^3 + 4ya = (ay)^2$$

$$a^2y^2 - 2ya^3 + a^4 = (ay - a^2)^2$$

$$a^2(x-3) + a^2(y-a)^2 + 4ya + 4 = 0$$

$$\begin{aligned} & (a^2-1)(y-a)^2 + (y-a)^2 + 4ya + 4 = \\ & = (a^2-1)(y-a)^2 + (y+a)^2 + 4 = 0 \end{aligned}$$



4 ε/0 u o B u κ.

9

$$5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$$

$$y^2 + y(2x - 4a) + 5a^2 - 6ax + 2x^2 = 0$$

$$D = (2x - 4a)^2 - 4(5a^2 - 6ax + 2x^2) =$$

$$= 4x^2 - 16ax + 16a^2 - 20a^2 + 24ax - 8x^2 =$$

$$= -4x^2 + 8ax - 4a^2 =$$

$$= - (4(x^2 - 2ax + a^2)) = -4(x - a)^2$$

$$x = a$$

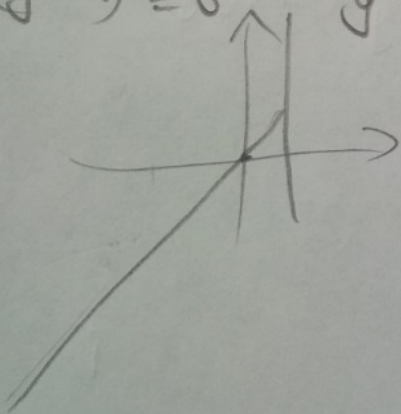
$$5a^2 - 6a^2 - 4ay + 2a^2 + 2ay + y^2 = 0$$

$$a^2 - 4ay + 2ay + y^2 = 0$$

$$y^2 - 2ay + a^2 = 0$$

$$(y - a)^2 = 0 \quad y = a$$

$$x = y = a$$



# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211005931**

ID профиля: **302952**

Вариант 15

N4.

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - x^2y^2 = 3 \\ x^4 + y^4 - x^2y^2 = 31 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 - 3x^2 + y^4 - 3y^2 = 28 \\ x^4 + y^4 + 2x^2 + 2y^2 + x^2y^2 - 2x^2y^2 = 34 \end{cases}$$

$$x^2 = k \quad y^2 = p$$

$$\begin{cases} k^2 + p^2 + 3k + 3p - 2kp = 34 \\ k^2 - 3k + p^2 - 3p = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (k-p)^2 + 3(k+p) = 34 \\ (k-1,5)^2 + (p-1,5)^2 = 28 + 2 \cdot 2,25 = 32,5 \end{cases}$$

$$3k + 3p - kp = 3$$

$$p(3-k) = 3-3k$$

$$p = \frac{3-3k}{3-k}$$

$$k^2 + p^2 - kp = 31$$

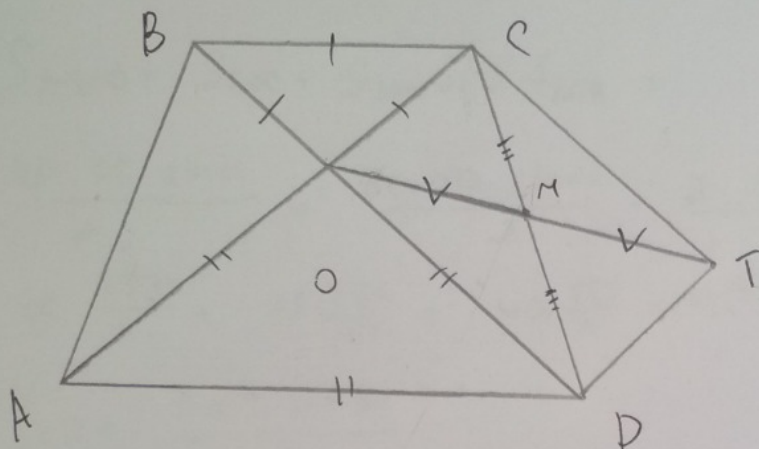
$$k^2 + \left(\frac{3-3k}{3-k}\right)^2 k^2 - \left(\frac{3-3k}{3-k}\right) k^2 = 31 \quad / \cdot (3-k)^2$$

$$(3-k)^2 k^2 + (3-3k)^2 k^2 - (3-k)(3-3k)k^2 = 31 \cdot (3-k)^2$$

$$9k^2 - 6k^3 + k^4 + 9k^2 - 18k^3 + 9k^4 - 9k^2 + 12k^2 - 3k^3 = 31 \cdot 9 - 6 \cdot 31 \cdot k + 31k^2$$

$$10k^4 - 27k^3 - 10k^2 + 186k - 279 = 0$$

№ 6.



а) III.к.  $\triangle AOD$  и  $\triangle BOC$  — равносторонние, то

$$\angle OBC = \angle BCO = \angle BOC = \angle AOD = \angle OAD = \angle ODA = 60^\circ$$

$$\text{и } BC = BO = OC, AD = OD = AO.$$

III.к. T — середина O и M (середина CD), то  $OM = MT$ .

III.к.  $OM = MT, CM = MD$ , то  $OC \parallel TD$  — параллелограмм по признаку.

$$\text{Тогда, } CT = OD = AO = AD, TD = CO = BO = BC$$

$$\angle OCT + \angle COD = 180^\circ \text{ как смежные углы параллелограмма при одной стороне } OC.$$

$$\angle COD = \angle CBD + \angle BCO = 120^\circ \text{ как внешний угол } \triangle BOC.$$

$$\text{Тогда, } \angle OCT = 60^\circ$$

$$\angle OTD = \angle OCT = 60^\circ \text{ как противолежащие углы параллелограмма}$$

$\triangle CTB = \triangle DTA$  (по двум сторонам и углу между ними).

$$BC = DT \text{ — доказано}$$

$$CT = AD \text{ — доказано}$$

$$\angle ADT = \angle ADB + \angle BDT = 60^\circ + 60^\circ = \angle BCA + \angle ACT = \angle BCT = 120^\circ$$

$$\text{Тогда, } BT = AT.$$

$\triangle BCT = \triangle BOA$  (по двум сторонам и углу между ними).

$$BC = BO \text{ по усл.}$$

$$AO = CT \text{ — доказано}$$

$$\angle BOA = 180^\circ - \angle BOC = 120^\circ = \angle BCT$$

$$\text{Тогда, } AB = BT \Rightarrow AB = BT = AT$$

Значит,  $\triangle ABT$  — равносторонний но определится.

$$\begin{aligned} \delta) S_{ABCD} &= S_{BOC} + S_{AOD} + 2 S_{AOB} = \\ &= \frac{BO \cdot OC \cdot \sin 60}{2} + \frac{AO \cdot OD \cdot \sin 60}{2} + \frac{2 \cdot BO \cdot OA \cdot \sin 120}{2} = \\ &= 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + 25 \frac{\sqrt{3}}{4} + 40 \frac{\sqrt{3}}{4} = 81 \frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{ABT} &= \frac{AB^2 \cdot \sin 60}{2} \\ \text{По теореме косинусов} \\ AB^2 &= BO^2 + AO^2 - 2 \cdot AO \cdot BO \cdot \cos 120 = \\ &= 16 + 25 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 16 + 25 + 20 = 61 \\ S_{ABT} &= \frac{61 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 61 \frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{61 \frac{\sqrt{3}}{4}}{81 \frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{61}{81}$$

Ом бері  $\frac{61}{81}$ .

# Числовни

1/5.

Способов вытасовать два рубля сразу —  $\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$ .

Тогда, если мы хотим вытасовать рубль и не рубль т.е. число не повторяется на обеих карточках, сам рубль мы можем взять 20 способами, а II карточку —  $19 \cdot 18$  т.е. осталось 19 вариантов для числа и это не рубль.

Значит, вытасовывая 2 рубля у него появляется 190 вариантов, а вытасывая рубль и не рубль у него  $20 \cdot 19 \cdot 18$  способов.

Всего —  $190 + 380 \cdot 18 = 7030$  способов.

Отвѣт: 7030 способов

4 ерсео буре

$$3x^2 + 3y^2 - x^2y^2 = 3$$

$$x^4 + y^4 - x^2y^2 = 31$$

$$x^4 + 3x^2 + y^4 + 3y^2 - 2x^2y^2 = 34$$

$$(x^2 + 1,5)^2 + (y^2 + 1,5)^2 - 2x^2y^2 = 34 - 2,25$$

$$y^2 = 1 - \frac{2x^2}{3-x^2} \quad x^2 = 1 - \frac{2y^2}{3-y^2} = \frac{3-3y^2}{3-y^2}$$

$$(x^2 + 1,5)^2 + y^4 + 3y^2 - 2\left(\frac{3-3y^2}{3-y^2}\right)y^2 = 34$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 440 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$3 - \frac{6-6y^2}{3-y^2} = \frac{9-3y^2-6+6y^2}{3-y^2} = \frac{3+3y^2}{3-y^2}$$

$$\left(y + \frac{3+3y^2}{6-2y^2}\right)^2$$

$$\frac{3(1+y^2)}{2(2-y^2)}$$

$$810 - 27 - 90 + 180 \cdot 3 - 279$$

$$1306 - 729 - 90 - 27$$

$$\frac{1+y^2}{2-y^2} = -1 + \frac{3}{2-y^2}$$

$$-1 \cdot (2-y^2) = -2+y^2$$

276

250

115

$$n^2 - 6h^2 - 23h + 90$$

265

215

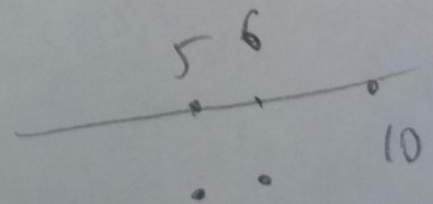
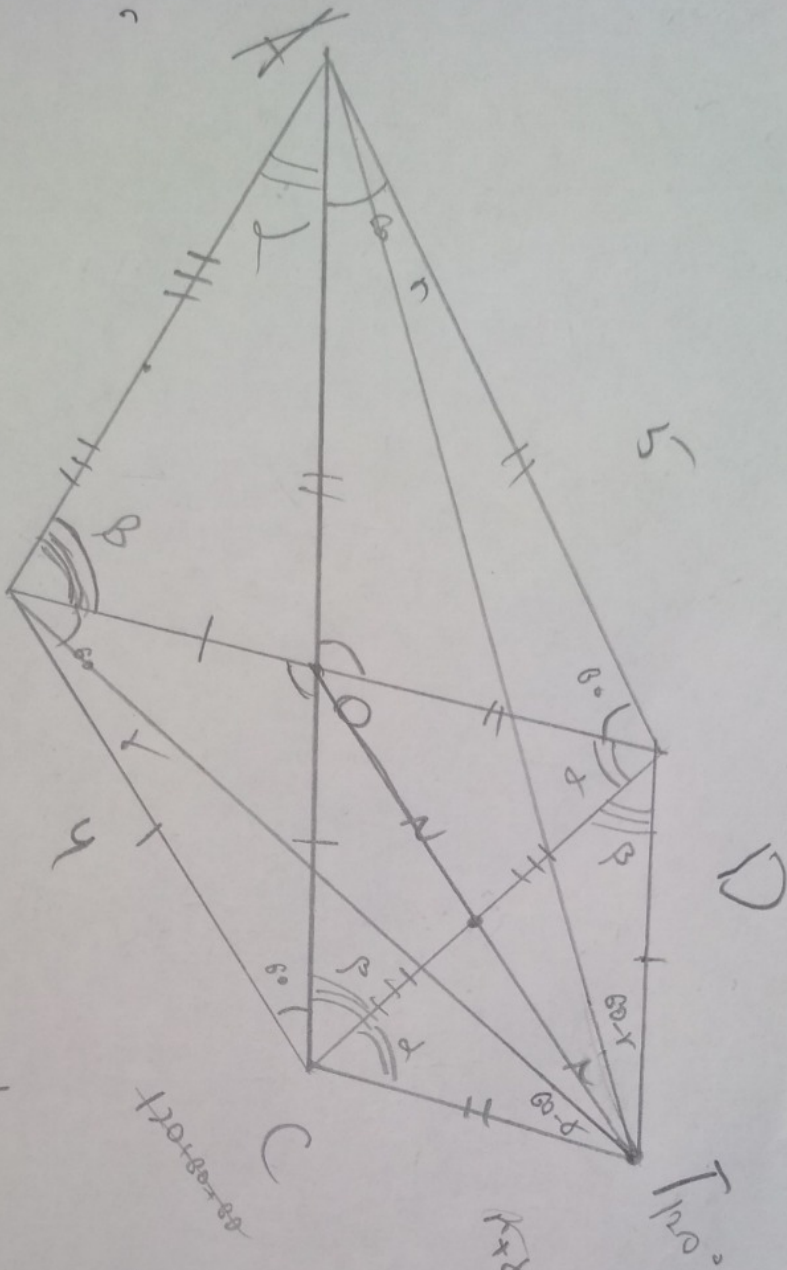
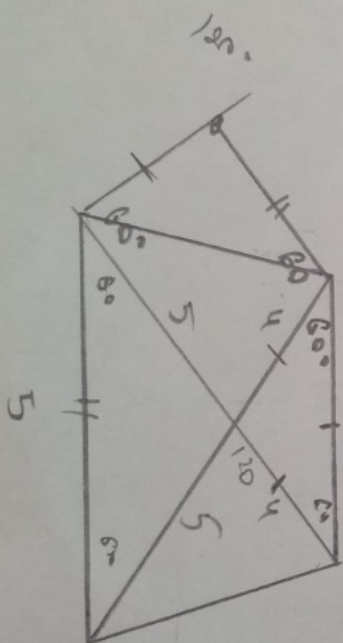




Чертёж В м

9



$$16 + 25 - 2 \cdot 20 \cdot \cos 120^\circ = 61$$

$$\sqrt{61} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{61} = 61 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

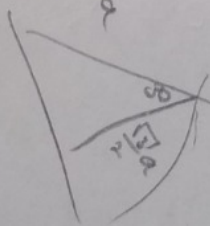
$$16 + 25 - 2 \cdot 20 \cdot \cos 120^\circ =$$

$$\frac{h \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

$$h \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$



81

4/epuo buu.

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - x^2y^2 = 3 \\ x^4 + y^4 - x^2y^2 = 31 \end{cases}$$

$$x^2 = k \quad y^2 = n$$

$$3k + 3n - kn = 3$$

$$k^2 + n^2 - kn = 31$$

$$\left(1 - \frac{2n}{3-n}\right)k + n^2 - kn = 31$$

$$n = \frac{3-3n}{3-n} = 1 - \frac{2n}{3-n}$$

$$k(3-n) = 3-3n$$

$$1 - \frac{4n}{3-n} + \frac{4n^2}{(3-n)^2} + n^2 - \left(1 - \frac{2n}{3-n}\right)n = 31$$

$$n^2 + 1 - \frac{4n}{3-n} + \frac{4n^2}{(3-n)^2} - n + \frac{2n^2}{3-n} = 31 \quad | \cdot (3-n)^2$$

$$243n^2(3-n)^2 + (3-n)^2 - 4n(3-n) + 4n^2 - n(3-n)^2 + 2n^2(3-n) = 31(3-n)^2$$

$$\begin{aligned} & 9n^2 - 6n^3 + n^4 + 9 - 6n + n^2 - 12n + 4n^2 + 4n^2 - \\ & \Rightarrow 9n + 6n^2 - n^3 + 6n^2 - 2n^3 - 31 \cdot 9 + 31 \cdot 6n - 31n^2 = 0 \end{aligned}$$

$$n^4 - 9n^3 - 5n^2 + 153n - 279 = 0$$

$$\begin{array}{r} 381 \\ \times 3 \\ \hline 1152 \end{array} \quad 81 - 9 \cdot 27 - 5 \cdot 9 + 153 \cdot 3 - 279$$

$$2 \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$477 + 81 = 558$$

$$270 + 288 = 558$$

$$\frac{512}{27} (n-3)(n^3 - 6n^2 - 23n + 90) = 0$$

$$\begin{array}{r} 384 \\ \times 3 \\ \hline 1152 \end{array} \quad \begin{array}{r} 124 \\ 2385 \\ \times 3 \\ \hline 7155 \end{array} \quad \begin{array}{r} 546 \\ 207 \\ \times 3 \\ \hline 1518 \end{array}$$

Чебоксары,

$$x^4 - 3x^2 + y^4 - 3y^2 = 28$$

$$(x^2 - 1,5)^2 + (y^2 - 1,5)^2 - 2,25 - 2,25 = 28$$
$$\equiv 32,5$$

$$20^2 = 400 \text{ км}^2$$

$$\frac{20 \cdot 19}{2}$$

$$\frac{20}{20}$$

$$\frac{19}{18} \cdot \frac{1}{2} = \frac{19}{36}$$
$$x^2 = \frac{3-3y^2}{3-y^2}$$

$\square \equiv$

$$x^4 - 3x^2 = 30$$
$$x^2(x^2 - 3) = 30$$
$$\sqrt{10} \quad \sqrt{3}$$

$$x^4 - 3x^2 + y^4 - 3y^2 = 28$$
$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 380 \\ \hline + 304 \\ + 32 \\ \hline 6840 \\ + 130 \\ \hline 7030 \end{array}$$

$$x^4 - 3x^2 = 28 + 3y^2 - y^4$$
$$\begin{array}{r} + 4,5 \\ + 2,25 \\ \hline \times 1,8 \\ \hline 2,25 \\ 20,25 \end{array}$$

$$3x^2 + 3y^2 - x^4 - y^4 = 3$$

$$x^2(3 - y^2) + 3y^2 - 3 = 0$$

$$\begin{cases} 3k + 3p - kp = 3 \\ k^2 + p^2 - kp = 31 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k^2 - kp + p^2 - 31 = 0 \\ k = \frac{3-3p}{3-p} \end{cases}$$

$$D = p^2 - 4(p^2 - 31) = -(3p^2 - 4 \cdot 31) =$$

$$= -3p^2 + 124$$

$$k = \frac{p \pm \sqrt{-3p^2 + 124}}{2}$$

$$k = \frac{3-3p}{3-p}$$

$$\frac{3-3p}{3-p} = \frac{p + \sqrt{-3p^2 + 124}}{2}$$

$$6 - 6p = 3p - p^2 + (3-p)\sqrt{-3p^2 + 124}$$

$$p^2 - 9p + 6 = (3-p)\sqrt{-3p^2 + 124}$$