# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211005622**

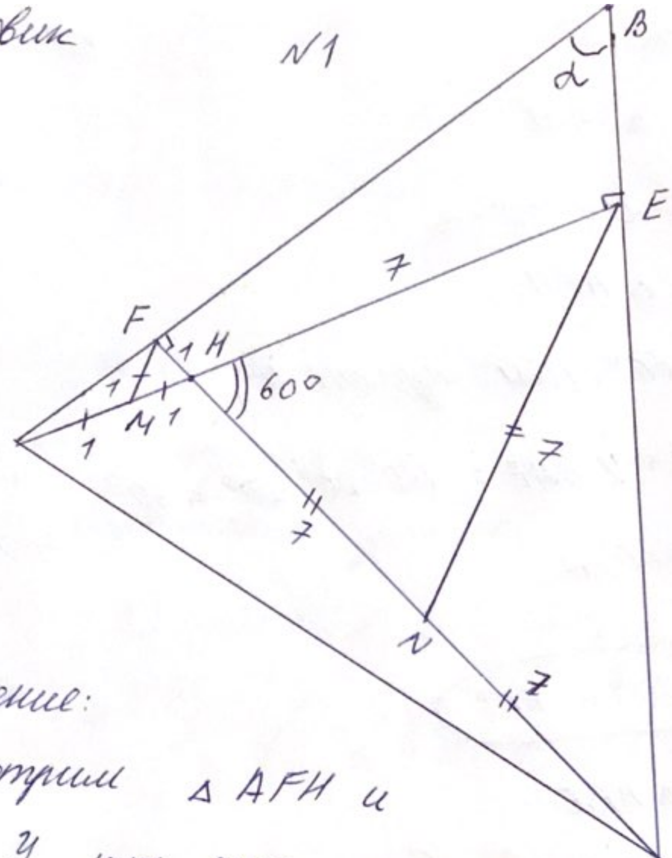
ID профиля: **333442**

Вариант 15

чистовик

(1)

№1




Дано:
$FM = 1$
$EN = 7$
$FM \parallel EN$
Определить:
$\angle ABC$ - ?
$S_{ABC}$ - ?
$R$ - ?

Решение:

1) Рассмотрим $\triangle AFH$ и $\triangle HEC$. У них есть медиана, которая выпущена из прямого угла. По св-ву прямоуг-х тр-ов такая медиана будет равна половине гипотенузы, т.е. $FM = AM = MH$ (для $\triangle AFH$) и $HN = EN = NC$ (для $\triangle HEC$)

2) Т.к. $FM = 1$ и $EN = 7$, то $AM = MH = FM = 1$ и $HN = NC = EN = 7$

3) Рассмотрим $\triangle FMH$ и $\triangle HNE$. Они подобны, т.к. $\angle FHM = \angle EHN$ (вертикальные), $\angle FMH = \angle HEN$ (т.к. накрест лежащие ($FM \parallel EN$)). Тогда можем записать:

$$\frac{MH}{HE} = \frac{FM}{EN} = \frac{FH}{HN} = \frac{1}{7}, \text{ т.е. } FH = \frac{HN}{7} = 1, \ HE = 7MH = 7$$

4) ~~...~~ В $\triangle FMH$ и $\triangle HNE$ все стороны равны, значит они равносторонние и все углы по 60° (св-во и признак равносторонних тр-ов)

5) Пусть $\angle ABC = \alpha$ чистовик

6) Рассмотрим $\triangle ABE$:

(2)

$\angle BAE = 180° - 90° - \alpha = 90° - \alpha$

7) Рассмотрим $\triangle AFH$:

$\angle FHM = \angle FHA = 60°$ (см. пункт 4)

Тогда $\begin{cases} \angle FAH = \angle BAE = 180° - 90° - 60° = 30° \\ \angle BAE = 90° - \alpha \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\alpha = 90° - 30° = 60°$

8) Рассмотрим $\triangle ABE$:

Катет лежащий против угла в $30°$ равен половине гипотенузы, т.е. $BE = \frac{AB}{2}$ (пусть $BE = a$)

или $AB = 2a$

9) По т. Пифагора для $\triangle ABE$:

$(2a)^2 = a^2 + (1+1+7)^2$

$3a^2 = 81$

$a^2 = 27$

$a = 3\sqrt{3}$ ; $AB = 6\sqrt{3}$

10) Рассмотрим $\triangle EHC$:

$\sin \angle EHC = \frac{EC}{7+7} \Rightarrow EC = 14 \sin 60° = 14 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$

11) Определим $S_{ABC}$: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB\,BC \sin\alpha = \frac{1}{2} 6\sqrt{3} \cdot \underbrace{(7\sqrt{3} + 3\sqrt{3})}_{BC = EC + BE}$

$\cdot \sin 60° = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{3} \cdot 10 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = \underline{\underline{45\sqrt{3}}}$

12) $\angle FHE = 360° - 90° - 90° - \alpha = 120°$ (из $BFHE$)

13) $\angle AHC = 360° - \underbrace{60°}_{\angle FHM} - \underbrace{60°}_{\angle EHN} - \angle FHE = 120°$ чистовик

14) Рассмотрим $\triangle AHC$: ③

По т. косинусов:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 - 2AH \cdot HC \cdot \cos\angle AHC$$

$$AC = \sqrt{4 + 196 - 2 \cdot 2 \cdot 14 \cdot \cos 120°} = \sqrt{200 - 56 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} =$$

$$= \sqrt{228} = 2\sqrt{57}.$$

15) Запишем т. синусов для $\triangle ABC$:

$$\frac{AC}{\sin\alpha} = 2R \Rightarrow R = \frac{AC}{2\sin\alpha} = \frac{2\sqrt{3}\sqrt{19}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{19}$$

$\boxed{\text{Ответ: } \alpha = 60°;\ S_{ABC} = 45\sqrt{3};\ R = 2\sqrt{19}}$

№2

Пусть $x$ - самое маленькое

$y$ - самое большое

чистовик

(4)

$$\begin{cases} 32x + y + b = 581 \\ 17y + x + b = 581 \end{cases}$$ $b$ - сумма остальных чисел

Вычтем: $31x = 16y$

$$\frac{x}{y} = \frac{16}{31}$$

Посмотрим $x_{max}$ и $y_{max}$:

$x_{max} = \frac{581}{32} = 18$ (ост. 5)

$y_{max} = \frac{581}{17} = 34$ (ост. 3)

Т.к. числа натуральные, то они целые, значит $x$, $y$ - целые числа, т.к. $x_{max} < 18$ (ост. 5 не может быть, т.к. $x$ - наименьшее число), $y_{max} < 34$, то

$\frac{x}{y} = \frac{16}{31} \Rightarrow x = 16$; $y = 31$ (т.к. выражение нельзя сократить, существует лишь один подходящий $x$ и один $y$)

Тогда $32x + y + b = 581$

$512 + 31 + b = 581$

$b = 581 - 543 = 38$

Нам нужно найти такие натуральные числа, сумма которых 38 и они ~~числа~~ больше 16, но меньше 31

Тогда чистовик ⑤

$b = 17 + 21 = 38$

$b = 18 + 20 = 38$

$b = 19 + 19 = 38$ (не подх, т.к. пара одинаковых чисел)

Тогда на доске могут быть написаны:

1) 16, 17, 21, 31

2) 16, 18, 20, 31

Ответ: 1) 16, 17, 21, 31

2) 16, 18, 20, 31

№3

(6) чистовик

A:

$5a^2-6ax-4ay+2x^2+2xy+y^2=0$

B:

$a^2x^2+a^2y^2-6a^2x-2a^3y+4ay+a^4+4=0$

Прямая $y=1$ параллельна оси $Ox$.

Преобразуем выражение для B:

$a^2(x^2-6x+9)-9a^2+a^2\left(y^2-2y\left(a-\frac{2}{a}\right)+a^2\right)+4=0$

$a^2(x-3)^2+a^2\left(y-\left(a-\frac{2}{a}\right)\right)^2+4+4a^2-\frac{4}{1}=9a^2$

$a^2(x-3)^2+a^2\left(y-\left(a-\frac{2}{a}\right)\right)^2=5a^2$

$(x-3)^2+\left(y-\left(a-\frac{2}{a}\right)\right)^2=5$

Т.е. у нас окружность с диаметром $2\sqrt{5}$, сдвигом по $Ox$ вправо на 3 и сдвигом по $Oy$ вверх на $a-\frac{2}{a}$, при этом $a-\frac{2}{a}\neq 1$, т.е. $a\neq 2$; $a\neq -1$

Преобразуем выражение для A:

$5a^2-6ax-4ay+2x^2+2xy+y^2=0$

$5a^2-6ax-4ay+3x^2-x^2+2xy+2y^2-y^2=0$

$5a^2-6ax-4ay+3x^2-(x-y)^2+2y^2=0$

$3(x^2-2ax+a^2)+2(y^2-2ay+a^2)-3a^2-2a^2+5a^2-(x-y)^2=0$

$3(x-a)^2+2(y-a)^2=(x-y)^2$ ⑦ чистовик

Т.е. нам нужно, чтобы $y\neq 1$ (выражение не имело решений. При $y=1$:

$3(x-a)^2+2(1-a)^2=(x-1)^2$

$3x^2-6ax+3a^2+2-2\cdot 2a+2a^2=x^2-2x+1$

$2x^2-6ax+3a^2+2-4a+2a^2+2x-1=0$

$2x^2-x(6a-2)+1+5a^2-4a=0$

$x=\dfrac{6a-2\pm\sqrt{(6a-2)^2-8-40a^2+32a}}{4}$

Т.е. $(6a-2)^2-8-40a^2+32a<0$ (не будет решений, т.к. корень из отриц. числа)

$36a^2-24a+4-8-40a^2+32a<0$

$-4a^2+8a-4<0$

$a^2-2a+1>0$

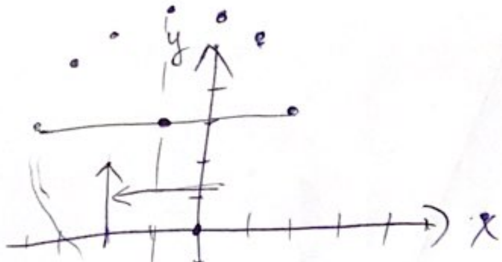
$(a-1)^2>0$ - всегда, т.е. при любом «a» A не будет на $y=1$

Тогда имеем $a\neq 1$; $a\neq 2$ - в 1-ом

a - любое число - во 2-ом

Тогда решением будет $a\in(-\infty;1)\cup(1;2)\cup(2;+\infty)$

Ответ: $a\in(-\infty;1)\cup(1;2)\cup(2;+\infty)$



$FM = 1$

$EN = \cancel{7}$

$FM \parallel EN$

$\angle ABC$

$S_{ABC}$

$R - ?$

$(x)^2 + (y)^2 = 4$

$x = 1 \quad y = \sqrt{3}$

$x = -1 \quad = y = \sqrt{3}$

$(x+1)^2 + (y)^2$

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 8$

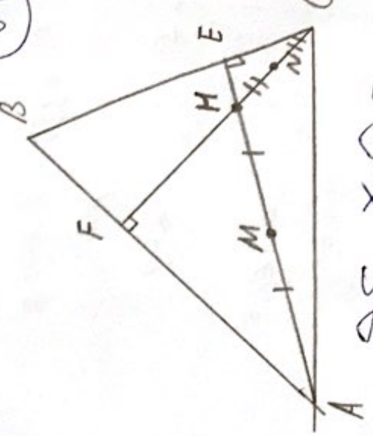
$x =$

$\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}y^2$

$2y^2 - y^2$

$3x^2 - x^2$

$y = \sqrt{9 - (x+1)^2} + 3$




черн

$x = 0$

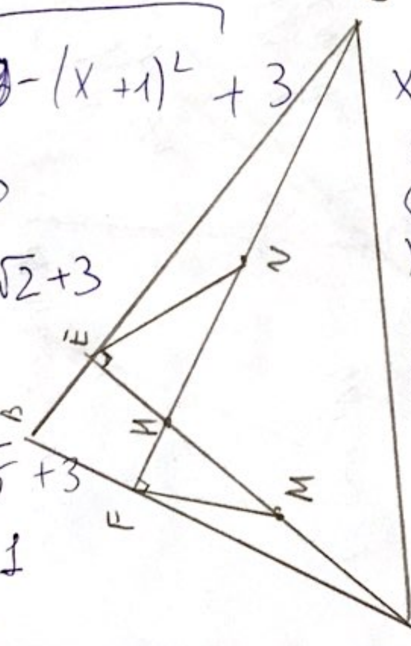
$y = 2\sqrt{2} + 3$

$x = 1$

$y = \sqrt{5} + 3$

$x = -1$

$y = 6$




$x = 2$

$y = 3$

$x = -2$

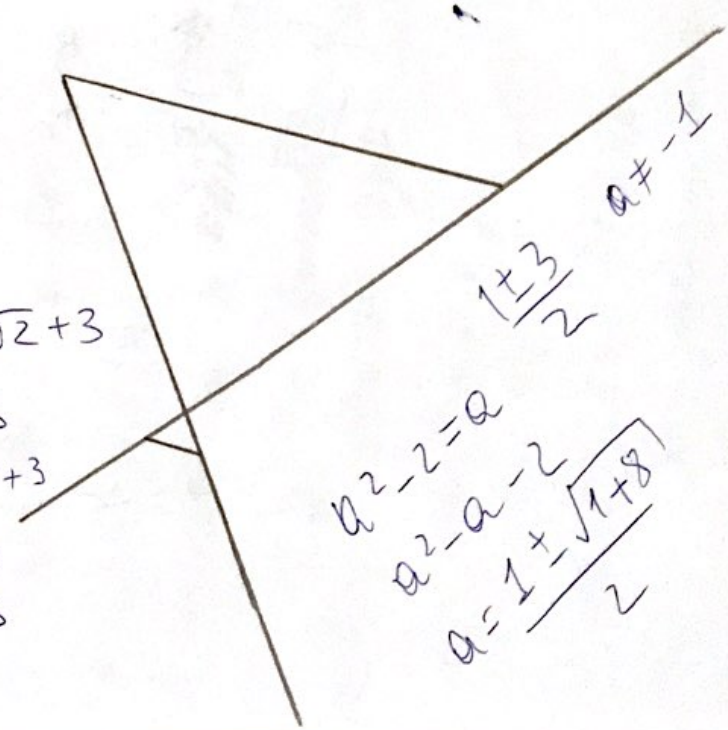
$y = 2\sqrt{2} + 3$

$x = -3$

$y = \sqrt{5} + 3$

$x = -4$

$y = 3$



$a \neq -1$

$\frac{1 \pm 3}{2}$

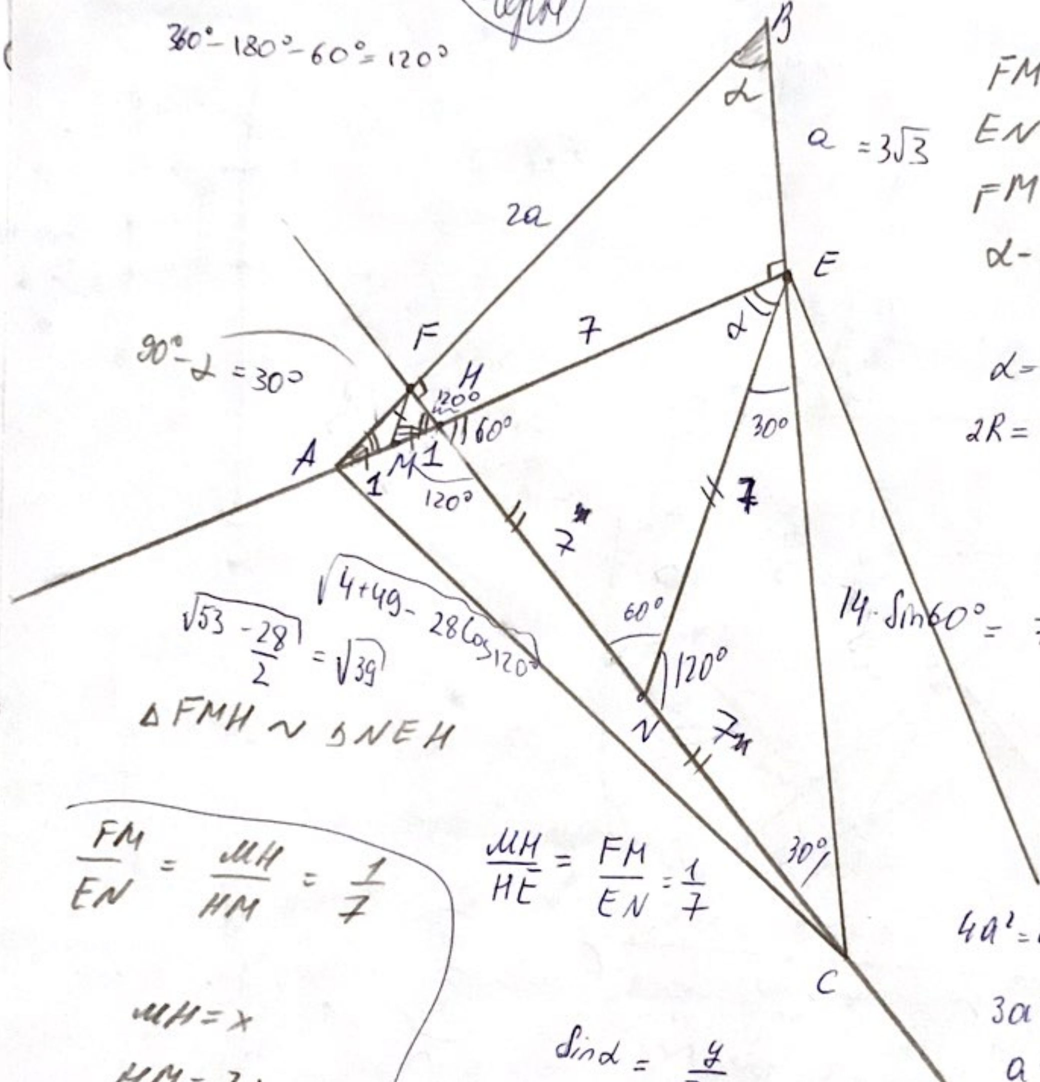
$a^2 - 2 = a$

$a^2 - a - 2$

$a = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$

чист. 2) чистовик

$360° - 180° - 60° = 120°$




$FM = 1$
$EN = 7$
$FM \parallel EN$
$\alpha - ?$

$a = 3\sqrt{3}$

$\alpha = 60°$
$2R =$

$90° - \alpha = 30°$

$\sqrt{4+49-28\cos 120°}$

$\sqrt{53 - \frac{28}{2}} = \sqrt{39}$

$14 \cdot \sin 60° = 7\sqrt{3}$

$\Delta FMH \sim \Delta NEH$

$\frac{FM}{EN} = \frac{MH}{HM} = \frac{1}{7}$

$\frac{MH}{HE} = \frac{FM}{EN} = \frac{1}{7}$

$4a^2 = a^2 + 81$
$3a^2 = 81$
$a^2 = 27$
$a = 3\sqrt{3}$

$MH = x$
$HM = 7x$

$\sin\alpha = \frac{y}{2x}$

$\frac{AF}{EC} = \frac{1}{7}$

$x = 7$

$14^2$

$\times \frac{14}{14}$, $\frac{56}{14}$, $\overline{196}$

$\cos\beta =$ $\quad 49 = \sqrt{39 + 2} -$

196

$\sin\beta = \frac{7\sqrt{3}}{9}$

4

57

(3)

$32x = 17y$

x - самое маленько

y - самое большое

$y_{max} = 34$

$x_{max} = 18$ черн

510

71 68

$32 \cdot 15 = 320 + 160 = 480$

578

$101 = 3$

$$\begin{array}{r|l} 581 & 32 \\ -32 & 18 \\ 261 & \\ -256 & \\ 5 & \end{array}$$

$17y + a =$

$17y + a + x = 581$

$32x + a + y = 581$

$16y + A = 581$

$31x + A = 581$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times\ 8 \\ \hline 256 \end{array}$$

$\frac{x}{y} = \frac{16}{31}$ если натуральные, то

$x = 16$

$y = 31$

$32x + y + \ldots = 581$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times\ 17 \\ \hline 217 \\ 31 \\ \hline 527 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 581 & 17 \\ -51 & 34 \\ 71 & \\ -68 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 32 \\ \hline 32 \\ 48 \\ \hline 512 \end{array}$$

$512 + 31 + \ldots = 581$

$543 + \ldots = 581$

$a^4 + 2a^2 + 1$

$a$

$17, 18 \quad \ldots = 38$

$18 + 20 = 38$

$21 + 17 = 38$

$2a(a^2 + 2)y$

$a^2(x-3)^2 + a^2(y-a)^2 + 4ay + a^4 + 4 = 0$

$x = 1$

$a^2(x-3)^2 + a^2y^2 - 2a^3y + 4ay + a^4 + 4 = 9a^2$

$y - \left(a - \frac{2}{a}\right)$

$a^2\left(y^2 - 2ay + \frac{4y}{a} + a^2\right) + \frac{4a^2}{a}$

$5a^2 - 6ax - 4ay + 3x^2 - x^2$

$+ 2xy + 2y^2 - y^2$

$a^2\left(y^2 - 2y\left(a - \frac{2}{a}\right) + \left(a - \frac{2}{a}\right)^2\right.$

$5a^2 - 6ax - 4ay + 3x^2$

$a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}$

$-(x-y)^2 + 2y^2$

$2(y^2 - 2ay + a^2)$

$a^2(x-3)^2 + a^2\left(y - \left(a - \frac{2}{a}\right)\right)^2 + 4a + \cancel{4} + 4a^2 - \cancel{4} = 9a^2$

$3(x^2 - 2ax + a^2)$

$a^2(x-3)^2 + a^2\left(y - \left(a - \frac{2}{a}\right)\right)^2 = 5a^2 - 4a$

$(x-3)^2 + \left(y - \left(a - \frac{2}{a}\right)\right)^2 = 5 - \frac{4}{a}$

$a \geq 0{,}8$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211005622**

ID профиля: **333442**

Вариант 15

№4 ① чистовик

$$\begin{cases} 3x^2+3y^2-x^2y^2=3 \\ x^4+y^4-x^2y^2=31 \end{cases}$$

Введём замену: $\begin{cases} a = x^2+y^2 & (a \geq 0) \\ b = x^2y^2 & (b \geq 0) \end{cases}$

Тогда $a^2-2b=x^4+y^4$, т.е. ур-я принимают вид:

$$\begin{cases} 3a-b=3 & \big| \cdot 3 \\ a^2-3b=31 \end{cases}$$

$a^2-9a=31-9$

$a^2-9a-22=0$

$a=\dfrac{9 \pm \sqrt{81+88}}{2}=\dfrac{9 \pm 13}{2}$

$a_1=11$

$a_2=-2$ (не подх, т.к. $a \geq 0$; $b \geq 0$)

Т.е. $b=3a-3=30$

Тогда имеем: $\begin{cases} x^2+y^2=11 \\ x^2y^2=30 \end{cases} \Rightarrow x^4+30=11x^2$

$\rfloor t=x^2$ $(t \geq 0)$

$t^2-11t+30=0$

$t=\dfrac{11 \pm \sqrt{121-120}}{2}=\dfrac{11 \pm 1}{2}$

$t_1=6$

$t_2=5$

Тогда $x_{1,2}=\pm\sqrt{6}$; $x_{3,4}=\pm\sqrt{5}$

$y^2 = \frac{30}{x^2}$ ; $y = \frac{\sqrt{30}}{x} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{6}}{x}$ ② чистовик

Учитывая $x_1$ и $x_2$ получаем

$y_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ или $(\sqrt{6}; \sqrt{5})$

$y_{3,4} = \pm\sqrt{6}$ $(-\sqrt{6}; -\sqrt{5})$

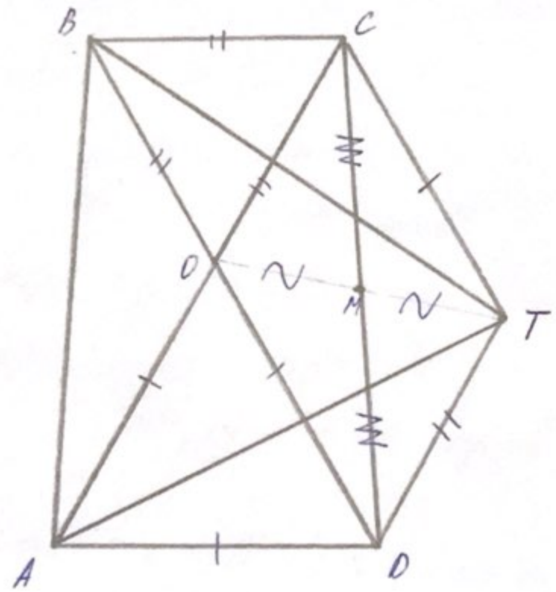
$(\sqrt{5}; \sqrt{6})$

$(-\sqrt{5}; -\sqrt{6})$

Ответ: $(\sqrt{6}; \sqrt{5})$; $(-\sqrt{6}; -\sqrt{5})$; $(\sqrt{5}; \sqrt{6})$; $(-\sqrt{5}; -\sqrt{6})$

чистовик №6

3




Дано: $\triangle OBC$, $\triangle AOD$ — правильные

Определить:

1) Док-ть $\triangle ABT$ — пр.

2) $\overset{y}{BC} = 4$, $\overset{x}{AD} = 5$

Найти $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ — ?

Решение:

1) $\triangle AOB = \triangle DOC$ по 2-м сторонам и углу между ними, т.к. $BO = OC$, $AO = OD$ (т.к. $\triangle OBC$ и $\triangle AOD$ прав.) и $\angle BOA = \angle COD$ (вертик.), значит $AB = CD$

2) Проведем отрезки $CT$ и $TD$.

3) $OM = MT$, т.к. симметрия отн. центра $CD$, т.е. точки $M$.

4) Рассмотрим $OCTD$:

Это паралелограм, т.к. диагонали пересекаются в своих центрах.

5) Т.к. $OCTD$ - парал., то равны противоположные его стороны: $OD = CT$; $OC = TD$

6) $\angle COD = \frac{360° - \angle AOD - \angle BOC}{2}$ (т.к. $\angle COD = \angle BOA$ см. п. 1)

$\angle COD = \dfrac{360° - 60° - 60°}{2} = 120°$

7) Из св-в парал. $\angle OCT = \angle ODT = 180° - \angle COD = 60°$

8) Рассмотрим $\triangle ATD$:

$\angle ADT = \angle ODT + \underbrace{\angle ADO}_{60°,\text{ т.к. } \triangle AOD\text{-прав.}} = 120°$

(4)

чистовик

9) Рассмотрим $\triangle BCT$:

$\angle BCT = \angle OCT + \underbrace{\angle BCO}_{60°,\text{ т.к. } \triangle BOC\text{-прав}} = 120°$

10) $\triangle BCT = \triangle ATD = \triangle AOB = \triangle DOC$, т.к. равны 2 стороны $AD = AO = CT = OD$, $DT = CB = BO = OC$ и угол между этими сторонами $\angle BOA = \angle COD = \angle ADT = \angle BCT = 120°$. Т.к. все эти тр-ки равны, то равны все их стороны, значит $\underbrace{AB = BT = AD}_{\text{стороны } \triangle ABT} = CD$

11) Т.к. в $\triangle ABT$ равны все стороны, то он равносторонний (или правильный)

Доказано

12) Определим $S_{ABCD}$:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}x^2 \sin\alpha + \frac{1}{2}y^2 \sin\alpha + \frac{1}{2}xy \sin(180° - \alpha) \cdot 2$$

$\alpha = 60°$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \underbrace{\sin(180° - \alpha)}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} =$$

$$= \frac{25\sqrt{3}}{4} + 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{4} + 14\sqrt{3} = \frac{81\sqrt{3}}{4}$$

13) Определим одну сторону $\Delta ABT$:
Запишем т. косинусов для $\Delta AOB$:

$$AB = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy\cos(180° - \alpha)}$$

$$AB = \sqrt{25 + 16 - 2 \cdot 20 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{41 + 20} = \sqrt{61}$$

14) Тогда $S_{ABT} = \frac{1}{2} AB^2 \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{61} \cdot \sqrt{61} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$
$= \frac{61\sqrt{3}}{4}$

15) Тогда $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{61}{81}$

Ответ: 1) Доказано (1– 11 пункты)
2) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{61}{81}$

5

чистовик.

№5

6

чистовик

У нас 400 различных карточек, т.е. максимально возможное кол-во перестановок 20 чисел. Тогда мы должны иметь 20 дублей (1-1, 2-2, ...) Вероятность того, что фокусник вытащит дубль: $q_1 = \frac{20}{400} = \frac{1}{20}$ или 5%

карточек содержащих данную цифру всего 20 (считая дубль), т.е. нашему условию будут удовлетворять 380 карточек. Вероятность вытащить карточку из 380 будет равна:

$$q_2 = \frac{380}{\underset{\text{т.к. одну уже вытащили}}{\underline{399}}} \approx 95,24\%$$

Если фокусник сначала вытащит обычную карту, то: $k_1 = \frac{380}{400} = \frac{19}{20} = 95\%$

Чтобы дубль:

$k_2 = \frac{18}{399} = 4,5\%$ – т.к. на обычной карте 2 цифры, значит уже 2 дубля не подходят

$a = x^4 + y^4$ чернови

$b = x^2 y^2$

$\sqrt{a - 2b} - \sqrt{b}$

$a - b = 31$

$\sqrt{a - 2b} - \sqrt{b} - b = 3$

$\cancel{a - 2b = 2\sqrt{b(a-2b)} - b\sqrt{a-2b} - b = \sqrt{b}b}$

$a = x^2 + y^2$

$b = x^2 y^2$

$a^2 - 2b = x^4 + y^4$

$$\begin{cases} 3a - b = 3 & | \cdot 3 \\ a^2 - 3b = 31 \end{cases}$$

$a = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 88}}{2} = \frac{9 \pm 13}{2}$

$a_1 = 11$

$a_2 = -2$ - не подх.

$a^2 - 9a = 22$

$a^2 - 9a - 22 = 0$

$b = 3a - 3 = 30$

$x^2 + y^2 = 11$

$x^2 y^2 = 30$

$x^4 + 30 - 11x^2 = 0$

$t = x^2$

$y^2 = \frac{30}{x^2}$

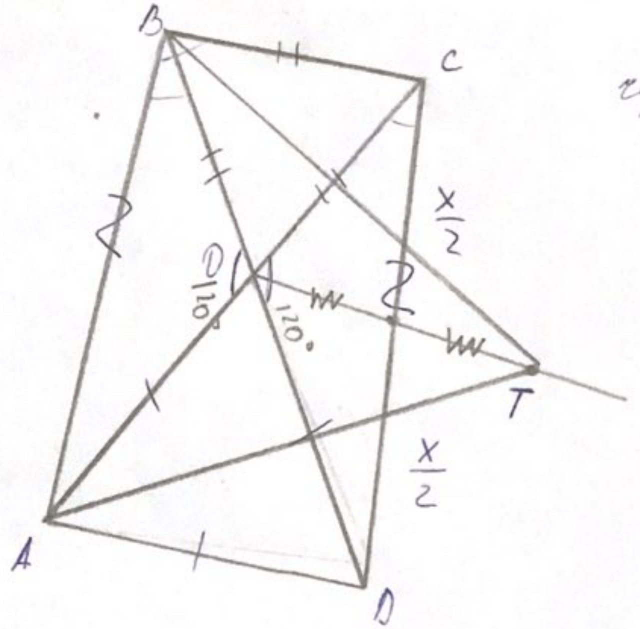
$t^2 - 11t + 30 = 0$

$x_1 = \pm\sqrt{6}$

$t = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 120}}{2} = \frac{11 \pm 1}{2}$

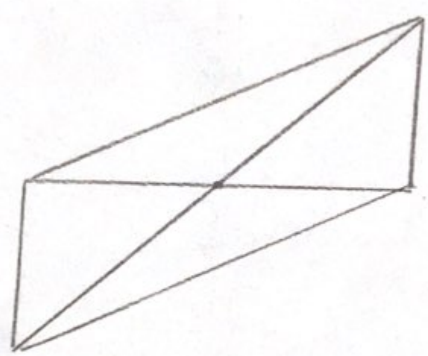
$x_2 = \pm\sqrt{5}$

$y_1 = \pm\sqrt{5}$ $y_2 = \pm\sqrt{6}$ $t = 6$, $t = 5$




черновик

1800

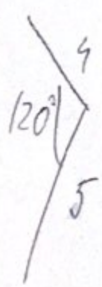


$$\begin{array}{r|l} 380000 & 399 \\ \hline -3591 & 952{,}4 \\ 2090 & \\ -1995 & \\ 950 & \end{array}$$

3990

36591

$$\times\begin{array}{r} 399 \\ 5 \\ \hline 1995 \end{array}$$




$16+25-\cancel{2}\cdot4\cdot5\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$

$16+25+20$

$45+16$

1520

$$\times\begin{array}{r} 399 \\ 2 \\ \hline 798 \end{array}$$

$n = 20^2$ $\quad k \in [1; 20]$ черновик

2 к при этом 2 2 и 3 11

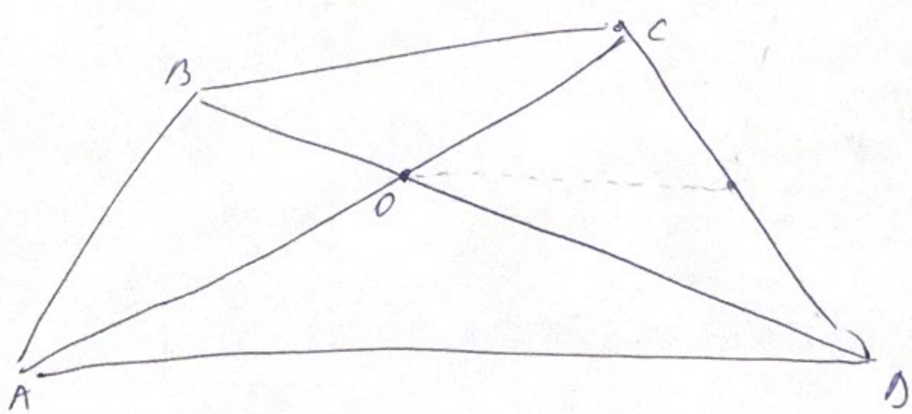
$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{n+k-1}^k$$

$$\frac{20!}{1!\,19!} = 20$$

$\frac{1}{20}$ 5%

$$\frac{20!}{2!\,18!}$$



черновик

$$\begin{cases} 3x^2+3y^2-x^2y^2=3 \\ x^4+y^4-x^2y^2=31 \end{cases}$$

$$\frac{1{,}35\cdot 12+1}{13}=$$

$$=$$

$$\frac{17{,}20}{13}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ \times\ 12 \\ \hline 270 \\ 135 \\ \hline 16{,}20 \end{array}$$

$$x^4+y^4-x^2y^2 \quad | \quad 3x^2+3y^2-x^2y^2$$

$$-\ x^4+x^2y^2-\frac{1}{3}x^4y^4 \qquad \frac{1}{3}x^2+\frac{1y^4}{3x^2}$$

$$y^4-2x^2y^2-\frac{1}{3}x^4y^4$$

$$-\ y^4+y^2-y^4$$

$x$

$$(x^2-y^2)^2+3(x^2+y^2)=34$$

$$(x-y)^2(x+y)^2+3(x^2+y^2)=34$$

$$x^4+y^4-(3x^2+3y^2)=28 \qquad (x-y)^2(x+y)^2+3(x+y)^2=34+6xy$$

$$x^4+y^4-3(x^2+y^2) \qquad (x+y)^2((x-y)^2+3)$$

$$x^4-3x^2+\frac{9}{4}+y^4-3y^2+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}-\frac{9}{4}=28$$

$$\left(x^2-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y^2-\frac{3}{2}\right)^2=28-\frac{9}{2}=\frac{47}{2}$$

$$\sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r|l} 1720 & 13 \\ -13 & 1{,}32 \\ \hline 42 & \\ -39 & \\ \hline 30 & \end{array}$$

$$3\cdot 5+3\cdot 6-5\cdot 6=3$$

$$15+18-30$$

$$25+36-30=31$$

$$\begin{cases} 3x^2+3y^2-x^2y^2=3 \\ x^4+y^4-x^2y^2=31 \end{cases}$$

$P_n = n!$

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

$(x^6+y^6)$

черт

$(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

$x^6 - \cancel{x^4y^2} + x^2y^4 + \cancel{x^4y^2} - \cancel{x^2y^4} + \cancel{y^6}$

$3(x^6+y^6) = 31(3+x^2y^2)$

$(3+x^2)x^2 + (3+y^2)y^2 = 28$

$(3-x^2)x^2 + (3-y^2)y^2 = 28$

$x^2(x^2-y^2)+y^4 = 31$

$x^2y^2 = 3(x^2-1+y^2)$

$x^2y^2 = x^4-31+y^4$

$3x^6 + \cancel{3x^2y^4} - \cancel{3x^4y^2} +$

$+ \cancel{3y^2x^4} + 3y^6 - \cancel{3x^2y^4} -$

$-x^6y^2 - x^2y^6 + x^4y^4 = 93$

$3x^6+3y^6-x^6y^2-x^2y^6+x^4y^4=9$

$x^2(3x^4-y^6)+y^2($

$-x^2y^2(x^4+y^4-x^2y^2)+3(x^6+y^6)=93$

$(x^4+y^4-x^2y^2)(3x^2+3y^2-x^2y^2)=93$