Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

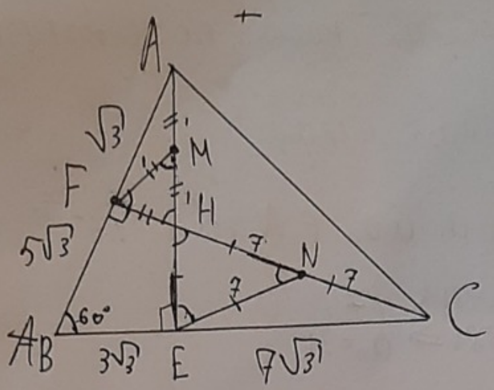
Шифр: **211005405**

ID профиля: **223539**

Вариант 15

Чистовик.

№ 1



Дано:

ΔABC остр-й;

$AM=MH$; $HN=NC$;

$AE \perp BC$; $CF \perp AB$;

$AE \cap CF = H$.

$EN=7$; $FM=1$;

$FM \parallel EN$.

Найти: $S(ABC)$; $\angle ABC$-?; R-оп-й.

Р-е:

1) Т.к. $EN \parallel FM$, то $\angle MEN = \angle FMH$.

2) Т.к. ~~ΔAFH пр-й, то~~ $\angle AFH = 90°$ и $AM=MH$, то $FM=MH \Rightarrow \angle MFH = \angle MHF \Rightarrow$

$\Rightarrow HE=EN$, т.к. $\angle FNE = \angle FNFM$.

3) Аналогично и с $\Delta HNE \Rightarrow$ ~~FH=HM~~ $FM=FH \Rightarrow$

$\angle MFH = 60° \Rightarrow$ ~~ΔHNE~~ $\angle HNE = 60° \Rightarrow$ ΔHNE ч равносторонний $\Rightarrow$ (по той же причине, что и ΔFMH ($HN=EN$)) $\Rightarrow$

$\angle FAE = 30°$ из ~~Δ~~ $\Sigma\angle$ суммы углов $\Delta \Rightarrow \angle ABC = 60° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FHE = 120°$ (из суммы углов 4-ка) $\Rightarrow \angle AHC = 120°$.

~~4) По т. косинусов:~~ 4) $AH = 2\cdot MH = 2$; $CH = 2\cdot HN = 14$ (7 по усл).

5) По т. косинусов: $AC^2 = 2^2 + 14^2 + \cancel{2}\frac{1}{\cancel{2}}\cdot 14\cdot 2 = 196+32 = 228 =$

$= 3\cdot 4\cdot 19 \Rightarrow AC = 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{19}$.

6) По т. синусов:

$$\cancel{2}R = \frac{\cancel{2}\sqrt{3}\cdot\sqrt{19}}{\sin\angle B} = \frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{19}\cdot 2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{19}.$$

7) $FC = 15$, а $AE = 9$.

8) По т. П-ра $EC = 7\sqrt{3}$, а $AF = \sqrt{3}$

9) $BF = tg30°\cdot 15 = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 15 = 5\sqrt{3}$

10) $BE = tg30°\cdot 9 = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 9 = 3\sqrt{3}$.

11) $AB = 6\sqrt{3}$; $BC = 10\sqrt{3}$.

12) $S(ABC) = \sin\angle B\cdot AB\cdot BC\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{6\sqrt{3}\cdot 10\sqrt{3}}{2}$

Чистовик.

Чистовик

№ 2.

Пусть ~~$a_1, a_2, ...$~~ $a_1 < a_2 < ... < a_n$ наша последовательность, тогда по условию:

$32 \cdot a_1 + a_2 + ... + a_n = a_1 + a_2 + ... + 17 a_n$

$\Updownarrow$

$31 \cdot a_1 = 16 \cdot a_n$, т.к. a_1 и $a_n \in \mathbb{N}$, то $a_n \vdots 31$ и $a_1 \vdots 16$; если $a_n = 31 \cdot k$, $k \neq 1$, то

$17 \cdot a_n = 527 \cdot k > 581 \Rightarrow a_n = 31$.

~~Если a_1~~ Если $a_1 > 16$, то $a_1 \geq 32$ (т.к. $a_1 \vdots 16$), что противоречит тому, что $a_1 < a_n \Rightarrow a_1 = 16$.

$32 \cdot a_1 + a_n = 543 \Rightarrow a_2 + ... + a_{n-1} = 38$. $\Rightarrow$ всего 4 члена в посл-ти, $a_1; a_2; a_3; a_n$; т.к. если бы их было больше, то ~~по пр. Дирихле~~ ~~их су~~ сумма $a_2 + ... + a_{n-1} > 16 \cdot 3 > 38$.

Найдём все подходящие под условие a_2 и a_3:

$a_2 = 17 \Rightarrow a_3 = 21$.

$a_2 = 18 \Rightarrow a_3 = 20$

$a_2 = 19 \Rightarrow a_3 = 19$ ~~(уже~~ не подходит, т.к $a_2 < a_3$.

Аналогично и дальше ($a_2 > a_3$).

Тогда подходящих нам последовательностей всего 2.

Ответ: 16; 17; 21; 31.

16; 18; 20; 31.

Чистовик.

№ 1 (прод-е).

12) $S(ABC) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\cancel{6}^{3}\sqrt{3} \cdot \cancel{10}^{5}\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 15 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 45\sqrt{3}$

Ответ: $60°$; $45\sqrt{3}$; $2\sqrt{19}$.

Чистовик

№ 3.

1) $5a^2 - 6ax + 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0.$

$y^2 + y \cdot (2x - 4a) + 2x^2 - 6ax + 5a^2 = 0.$

$D = (2x-4a)^2 - 8x^2 + 24ax - 20a^2 =$

$= 4x^2 - 16ax + 16a^2 - 8x^2 + 24ax - 20a^2 =$

$= -4 \cdot (x-a)^2$; т.к. хотя бы 1 корень, то

$D \geq 0 \Rightarrow -4(x-a)^2 \leq 0 \Rightarrow -4(x-a)^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$

$(2x-4a) = -2a$

$y_1 = \frac{2a}{2} = a.$

2) $a^2x^2 - 6a^2x + 9a^2 - 9a^2 + a^2y^2 - 2ay \cdot (a^2-2) +$

$+ (a^2-2)^2 + 4a^2 = 0$

$(ax - 3a)^2 + (ay - (a^2-2))^2 = 5a^2.$

Координата y $y. = \frac{a^2-2}{a}.$

$a \neq 0$, ~~иначе~~ т.к. тогда 2-е ур-е не имело бы реш-й.

1) $a > 1$:

$\frac{a^2-2}{a} < 1 \,/\cdot a > 0.$

$a^2 - a - 2 < 0$

$y = a^2 - a - 2.$

$y = 0 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$

$D = 5.$

$a_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$a_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$

$y < 0$ при $a \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$, $\frac{1+\sqrt{5}}{2} > 1 \Rightarrow a \in \left(1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

Чистовик

№ 3 (продол-е)

2) $0<a<1$:

$\frac{a^2-2}{a}>1 \,\Big|\cdot a>0$

$a^2-a-2>1 \Rightarrow \quad a \in \mathbb{R} \setminus \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right),$

$(0;1) \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow$ a нет р-й.

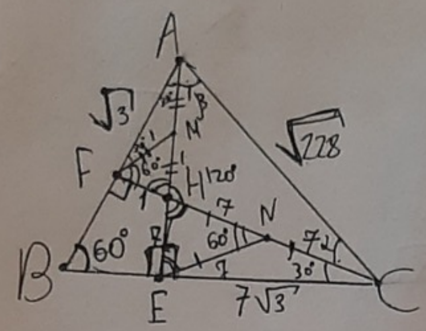
3) $a<0$:

$\frac{a^2-2}{a}>1 \,\Big|\cdot a<0$

$a^2-a-2<1 \Rightarrow \quad a \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ с учётом

$a<0 \quad a \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0\right).$

Ответ: $a \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0\right) \cup \left(1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$



$228 = 3 \cdot 4 \cdot 19$

$196 + 32 = 228$

$228 : 3 = 76$, $76 : 4 = 19$

$\angle ABC = 60°$.

$\cos 120° = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$

$AF = \sqrt{3}$

$EC = \sqrt{14^2 - 7^2} = \sqrt{7 \cdot 21} = \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 3} = 7\sqrt{3}$

$AC^2 = 2^2 + 14^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 14 \cdot 2 =$

$= 4 + 196 + 28 = 228 = 3 \cdot 76$

$AC = \sqrt{228} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{76} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{19} \cdot 2$

$2R = \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{19}$

$R = 2\sqrt{19}$

$tg 30° = \frac{\sin 30°}{\cos 30°} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$BE = tg 30° \cdot 9 =$

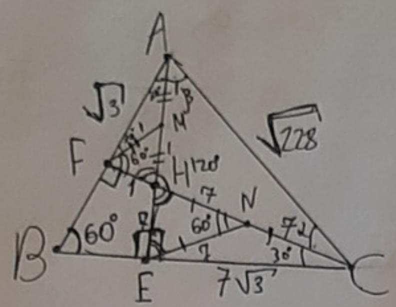
$= \sqrt{3} \cdot 3.$

$BF = \sqrt{3} \cdot 3.$ $4\sqrt{7}$

$BC = 10\sqrt{3}$

$S_\Delta = \frac{\sin 60° \cdot 4\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} = 30\sqrt{3}.$



$228 = 3 \cdot 4 \cdot 19$

$$\begin{array}{r} 196 \\ +\ 32 \\ \hline 228 \end{array} \qquad 228 : 3 = 76,\quad 76 : 4 = 19$$

$\angle ABC = 60^\circ.$

$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$

$AF = \sqrt{83}$

$EC = \sqrt{14^2 - 7^2} = \sqrt{7 \cdot 21} = \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 3} = 7\sqrt{3}$

$AC^2 = 2^2 + 14^2 + \cancel{2} \cdot 2 \cdot 14 \cdot 2 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$

$= 4 + 196 + 28 = 228 = 3 \cdot 76$

$AC = \sqrt{228} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{76} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{19} \cdot 2$

$2R = \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{19}$

$R = 2\sqrt{19}$

$tg 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$BE = tg 30^\circ \cdot 9 = \sqrt{3} \cdot 3.$

$BF = \sqrt{3} \cdot 3. \quad 4\sqrt{3}$

$BC = 10\sqrt{3}$

$S_\Delta = \frac{\sin 60^\circ \cdot 4\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} = 30\sqrt{3}.$

$a_1; a_2; \ldots; a_{n}$.

$a_1 \cdot 31 = 16 \cdot a_n$

~~$a_1=16$.~~ $a_n = 31 \cdot 17$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times\ 17 \\ \hline 217 \\ 31 \\ \hline 527 \\ +\ 16 \\ \hline 543 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 581 \\ -\ 543 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ +\ 31 \\ \hline 543 \end{array} \quad \cancel{581} \quad \begin{array}{r} 81 \\ -\ 43 \\ \hline 38 \end{array}$$

$a_1 = 16$.

$32 \cdot 16 = 2^5 \cdot 2^4 = 2^9 = 512$

$32 \cdot a_1 = 512$.

$a_n \cdot 17 = 527$

$a_n \cdot 17 + a_1 = \cancel{527}\ 543$

$$\begin{array}{r} 512 \\ +\ 31 \\ \hline 543. \end{array}$$

~~$a_2 + \ldots$~~ $a_2 + a_3 = 38$.

$$\begin{array}{r} 38 \\ -\ 18 \\ \hline 20. \end{array}$$

$a_2 + a_3 = 38$

17

$$\begin{array}{r} 38 \\ -\ 17 \\ \hline 21 \end{array}$$

2) 16; 17; 21; 31.

16; 18; 20; 31.

$(x+3)^2 + (y-3)^2 = \cancel{8}1^2$.

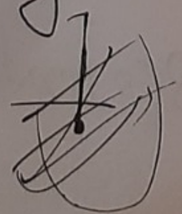
3)

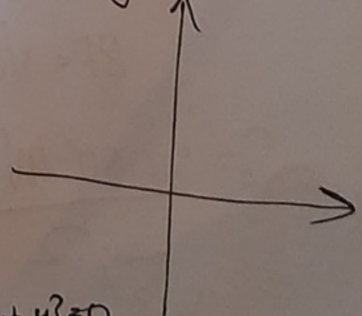
$a^2x^2 + a^2y^2 - 6a^2x$

$a^2x^2 - 6a^2x + 9a^2 - 9a^2 + a^2y^2 - 2a^3y + a^4 + 4 = 0$.

$(ax - 3a)^2 + (ay - a^2)^2 = 9a^2 - 4$.

$B(\frac{3a}{a}; a)$





$B(3; a)$.

~~$5a^2 +$~~ $5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$

$x^2 - 6ax + 9a^2 - 4a^2 - 4ay - y^2 + x^2 + 2xy + 2y^2 = 0$.

$(x - 3a)^2 + (y + 2a)^2 + (x+y)^2 + y^2 = 0$.

$a^2x^2 + a^2y^2 - 6a^2x + 2a^3y + 4ay + a^4 + 4 = 0.$

$\cancel{a^2x^2 - 6a^2x + 9a^2 - 9a^2 + a^2y^2 + 2a^3y + a^4 + 4ay + 4 = 0}$

$\cancel{(ax - 3a)^2 + (ay+2)^2 - 9a^2 + a^4 - 4ay = 0}$

$a^2y^2 + y\cdot(4a - 2a^3) + a^2x^2 - 6a^2x + a^4 + 4 = 0$

$D = (4a - 2a^3)^2 - 4a^2\cdot(a^2x^2 - 6a^2x + a^4 + 4) =$

$= 4a^2\cdot((a^2-2)^2 - a^2x^2 + 6a^2x - a^4 - 4) =$

$= 4a^2\cdot(a^4 - 4a^2 + 4 - a^2x^2 + 6a^2x - a^4 - 4) =$

$= 4a^2\cdot(6a^2x - a^2x^2 - 4a^2) =$

$= 4a^2\cdot(\ldots - 4a^2 + 6ax$

$(2a^3 - 4a) =$
$= 2a\cdot(a^2-2)$

$y = a$

$a^2x^2 + a^2y^2 - 6a^2x - 2a^3y + 4ay + a^4 + 4 = 0.$

$\cancel{a^2y^2 - 2a^3y}$

$a^2x^2 - 6a^2x + 9a^2 - 9a^2 + a^2y^2 - 2y\cdot a\cdot(a^2 - 2) + a^4 + 4 = 0.$

$(ax - 3a)^2 + (ay - (a^2-2))^2 \qquad a^4 + 4 = (a^2-2)^2 + 4a^2$

$\frac{a^2-2}{a} = a - \frac{2}{a};\quad a.$

$a > 1:$

$a - \frac{2}{a} < 1.$

$\frac{a^2-2}{a} < 1.$

$a^2 - 2 < a.$

$a^2 - a - 2 < 0.$

$1 + 4 = 5.$

$a_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$a_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$

$a \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right); a > 1.$

$\frac{1+\sqrt{5}}{2} > 1$

$a \in \left(1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

$0 < a < 1:$

$\frac{a^2-2}{a} > 1$

$\frac{a^2-2}{a} < 1 \quad a < 1.$

$a \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0\right)$

$2 \cdot 4 = 8 \cdot 2 = 16$

$B(3; a)$.

1) $a \cancel{\geq} > 1$;

$5a^2 - 6ax - 4ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0$.

$(x-3a)^2 - (y+2a)^2 + (x+y)^2 + y^2 = 0$.

$x - 2a$

$y < 1$.

$y^2 + y \cdot (2x - 4a) + 2x^2 - 6ax + 5a^2 = 0$.

$D = (2x-4a)^2 - 8x^2 + \cancel{12ax}\ 24ax - 20a^2 =$

$= 4x^2 - 16ax + 16a^2 - 8x^2 + 24ax - 20a^2 =$

$= -4x^2 + 8ax - 4a^2 = -4 \cdot (x-a)^2 \Rightarrow x = a$.

$2x - 4a = 2 \cdot -2a$.

$\cancel{D = \frac{2a - 2 \cdot 0}{2}} = a$.

$x_1 = a$.

a^2

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211005405**

ID профиля: **223539**

Вариант 15

Чистовик

№ 4.

$$x^4+y^4=31+x^2y^2$$

$$(x^2+y^2)^2=x^4+y^4+2x^2y^2=31+3x^2y^2$$

$$x^2+y^2=\frac{3+x^2y^2}{3}$$

$$\left(\frac{3+x^2y^2}{3}\right)^2=31+3x^2y^2$$

$t=x^2y^2$; $t\geqslant 0$.

$$(3+t)^2=31\cdot 9+27t$$

$$t^2+6t+9=31\cdot 9+27t$$

$$t^2-21t-30\cdot 9=0$$

$$D=21^2+4\cdot 270=39^2$$

$$t_1=\frac{21+39}{2}=30.$$

$t_2=\frac{21-39}{2}<0 \Rightarrow$ не подходит.

$$x^2y^2=30.$$

$$y^2=\frac{30}{x^2}.$$

Заметим, что все операции в с-ме чётные т.е. если пара $(x;y)$ - решение, то $(-x;-y)$ также является р-м

$$\cancel{3}x^2+\frac{30}{x^2}\cdot\cancel{3}=\cancel{3}\cdot 11 \,|\, :\cancel{3}$$

$$x^4-11x^2=30$$

$$D=\cancel{\ }1$$

$\left[\begin{array}{l}x^2=6\\x^2=5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\sqrt{6};\ y=\pm\sqrt{5}\\x=\pm\sqrt{5};\ y=\pm\sqrt{6}\end{array}\right.$ Ответ: $(\pm\sqrt{6};\pm\sqrt{5})$; $(\pm\sqrt{5};\pm\sqrt{6})$.

211005405 (U223539 M1273920)

Чистовик.

№ 5.

Заметим, что всего дублей 20.

~~Теперь рассмотрим ситуацию, когда мы достали ровно 1 дубль:~~

Допустим, что мы достали какой-то дубль, тогда способов его выбрать C_{20}^{1}.

~~Количество способов выбрать оста~~

Теперь ~~если у нас дол~~же если в сумме мы достали 1 дубль, то кол-во способов это сделать:

$C_{20}^{1} \cdot C_{19}^{1} \cdot C_{18}^{1}$

Если мы достали 2 дубля, то кол-во способов это сделать $= C_{20}^{2}$.

Тогда всего в сумме, кол-во способов достать 2 карточки $= C_{20}^{2} + C_{20}^{1} \cdot C_{19}^{1} \cdot C_{18}^{1} = \cancel{2} \, 20 \cdot 19 \cdot \frac{37}{2} = 190 \cdot 37 = 7030$.

Ответ: 7030 способов.

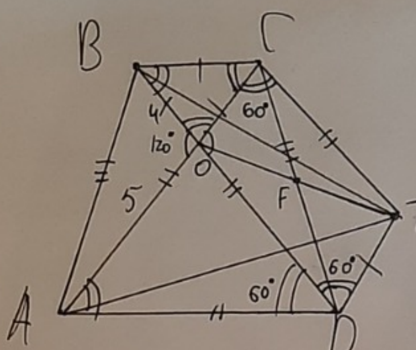
211005405 (U223539 M1273920)

Чистовик

№ 6.

Дано: ABCD – выпуклый 4-к; BD и AC – диаг; $BD \cap AC =$ ~~O~~ точка O. $OF=FT$; $CF=FD$; $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ правильные. $BC=4$; $AD=5$.

Найти и д-ть:
1) $\triangle ABC$ – ~~пр-и~~ прав-й
2) $\frac{S_{\triangle ABC}}{S(ABCD)}$ – ?



1) ~~+~~ Р-ние: ~~1) BO=OC=BC; ∠DBC=∠DCO=∠BOC= =∠AOD=...=60°~~;

1) $BC \parallel AD$, т.к. $\angle CAD = \angle ACB = 60°$, при сек. AC (по усл)

2) $\angle BOA = 180° - \angle AOD = 120° = \angle COD$ (по усл)

3) $OC=OB$; $AO=OD$ (по усл)

4) $\triangle ABO = \triangle DCO$ (по 2-м сторонам и углу между ними см. п. 2 и п.3) $\Rightarrow AB=CD$.

5) Т.к. $OF=FT$ и $CF=FD$, то CODT – параллелограмм $\Rightarrow$ $\angle ODT = 180° - \angle COD = 60° = \angle OCT$; ~~CT=DT~~ $CT=OD$; $DT=OC$.

6) ~~+~~ в $\triangle BCT$, $\triangle ADT$ и $\triangle BOA$: $BO=BC=DT$; $AO=AD=CT$; $\angle BOA = \angle ADT$ ($\angle ADT = \angle BDT + \angle ADB = 120°$) $= \angle BCT$ (аналогично) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AB=BT=TA \Rightarrow \triangle ABC$ – правильный, ч.т.д.

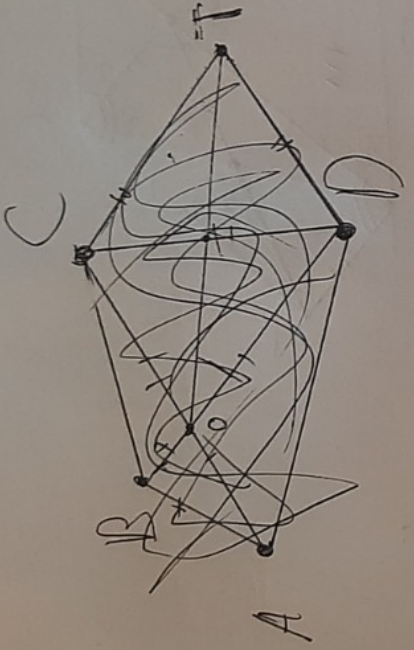
7) $S_{ABCD} = \frac{(4+5)\cdot(4+5)\cdot \sin 60°}{2}$, т.к. $BD = BO+OD = 4+5$, $AC = AO+OC = 4+5$.

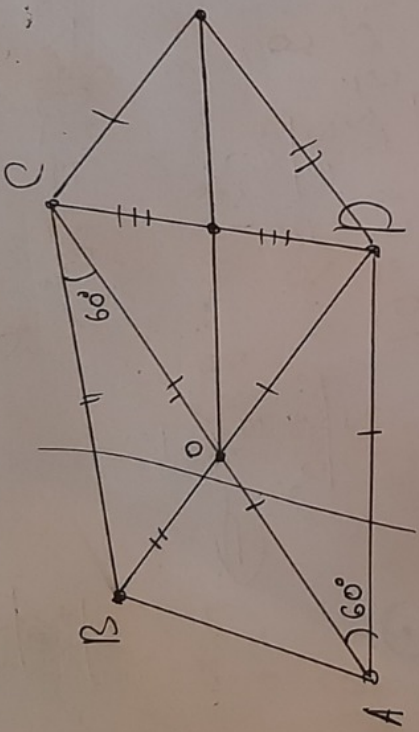
8) ~~S~~ По т. косинусов:
$AB^2 = BO^2 + AO^2 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4\cdot 5 = 4^2+5^2+20 = 61$

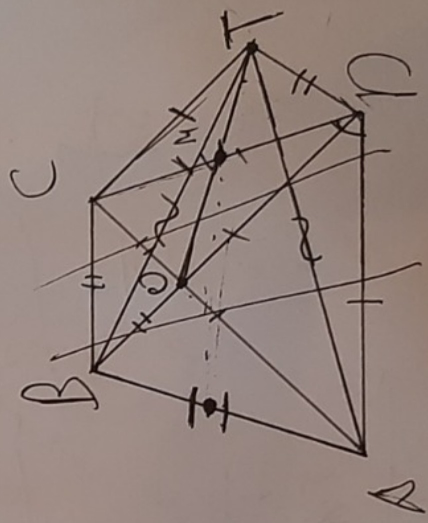
9) $S_{\triangle ABT} = \frac{AB^2 \cdot \sin 60°}{2}$

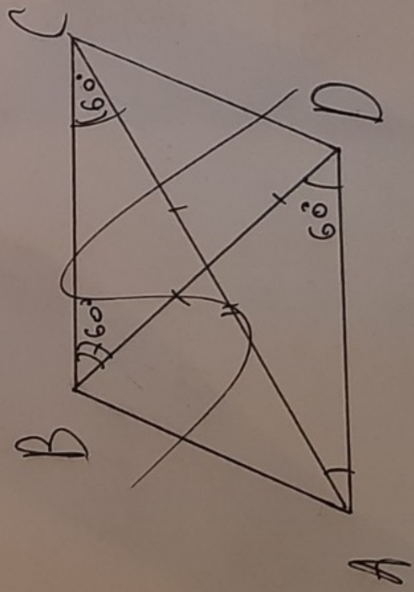
10) $\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{AB^2}{9^2} = \frac{61}{81}$

Ответ: $\frac{61}{81}$.



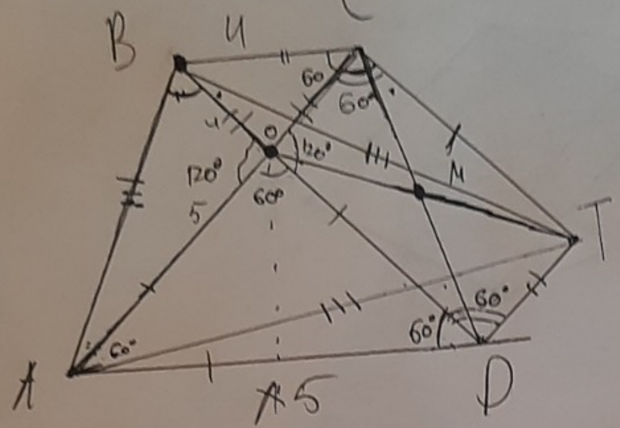






211005405 (U223539 M1273920)

$\angle OBT = \angle DCT - ?$



$\angle BOA = \angle ADT = 120^\circ.$

$$\begin{array}{r} 16 \\ +25 \\ \hline 341 \\ +20 \\ \hline 61 \end{array}$$

$S h_0 = 5 \cdot \sin 60^\circ + 4 \cdot \sin 60^\circ = 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftarrow$

$S_0 = 9 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2 \cdot 2} = 9 \cdot 9 \cdot \frac{\sin 60^\circ}{2}.$

$AB^2 = 4^2 + 5^2 + 4 \cdot 5 = 61$

$S = \frac{61 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{61 \cdot \sin 60^\circ}{2}$

$\frac{S}{S_0} = \frac{61}{81}$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \cdot 37 \\ \hline 133 \\ 57 \\ \hline 7030 \end{array}$$

A_{19}^2

$3x^2+3y^2-x^2y^2=3$

$(x^2+y^2)^2=x^4+2x^2y^2+y^4$

$x^4+y^4=31+x^2y^2$

$(x^2+y^2)^2=31+3x^2y^2$

$x^2+y^2=\frac{3+x^2y^2}{3}$ $\quad (xy)^2=t.$

$\left(\frac{3+t}{3}\right)^2=31+3t$

$t^2+6t+9=31\cdot 9+27t$

$t^2-21t-30\cdot 9=0$

$D=441+4\cdot 30\cdot 9=39^2.$

$t_1=\frac{21+39}{2}=30.$

$t_2<0.$

$x^2y^2=30.$

$y^2=\frac{30}{x^2}$

$3x^2+3\cdot\frac{30}{x^2}=30+3 \,|\, :3$

$x^2+\frac{30}{x^2}=11$

$x^4+30=11x^2$

$x^4-11x^2+30=0$

$D=1.$

$x_1^2=\frac{11+1}{2}=6$

$x_2^2=\frac{11-1}{2}=5.$

$y^2=5$

$y^2=6.$

$x=\pm\sqrt{6};\ y=\pm\sqrt{5}$

$y=\pm\sqrt{6};\ x=\pm\sqrt{5}$

$54+8=62$

$69\cdot 9$

$4\cdot 30\cdot 9=270\cdot 4$

$270\cdot 4=1080$

$1080+441=1521$

$\sqrt{1521}=39$

$39\cdot 39$

$20\cdot 19+20$

$C_{19}^1\cdot C_{19}^1\cdot C_{20}^1=\cancel{20}\ 380$

$=361\cdot 20.$

$380-19^2=19^2$

$380-19=361$

C_{20}

$$\begin{cases} 3x^2+3y^7-x^2y^2=3 \\ x^4+y^4-x^2y^2=31 \end{cases}$$

$x^2y^2 = \frac{(x^2+y^2)^2-x^4-y^4}{2}$

$x^4+y^4 = \cancel{xx} - x^2y^2 = (x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 31$

$\cancel{x^2+y^2 = \frac{3+x^2y^2}{3}}$

$x^2y^2 = 3-$

$x^2+y^2 = \frac{3+x^2y^2}{3}$

$\cancel{x^4+y^4 = (x^2+y^2)}$

$C_{20}^1 \cdot C_{19}^1 \cdot C_{18}^1 +$

$+ C_{20}^2 =$

$= 20\cdot19\cdot18 + \frac{20\cdot19}{2} =$

$= 20\cdot19\cdot\left(\frac{37}{2}\right)$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times\ 19 \\ \hline 333 \\ 37 \\ \hline 7030 \end{array}$$

1 дубль

C_{20}^1

Всего дублей 20.

1-й:

1 дубль

$C_{20}^1 \cdot (C_{19}^1 \cdot C_{18}^1)$

2 дубля:

C_{20}^2

$\frac{20\cdot19\cdot18}{2} + \frac{20\cdot19}{2} =$

$20\cdot19\cdot18 + \frac{20\cdot19}{2} = 20\cdot19\cdot\left(\frac{37}{2}\right) =$

$= 190\cdot37$

$20\cdot19\cdot18 + \frac{20\cdot19}{2} =$

$=$

$20^2 = 400.$

4

$C_{20}^{2} + C_{20}^{1} \cdot C$

$\sqrt{5}$; $\sqrt{6}$.

$x^2 = 5$

$y^2 = 6.$

$x^2 y^2 = 30.$

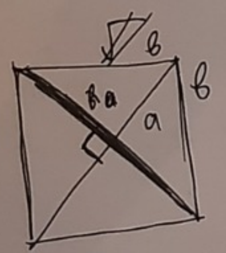
$3 \cdot 5 + 3 \cdot 6 - 30 =$

$= 3 \cdot 11 - 30 = 3.$

$5^2 + 6^2 =$

$= 25 + 36 - 30 =$

$= 61 - 30 = 31.$



$2b^2 = a^2$

$\frac{a^2}{2}.$

$\cancel{4^2}$

$$\begin{array}{r} 16 \\ +25 \\ \hline 41 \\ +20 \\ \hline 61 \end{array}$$