Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

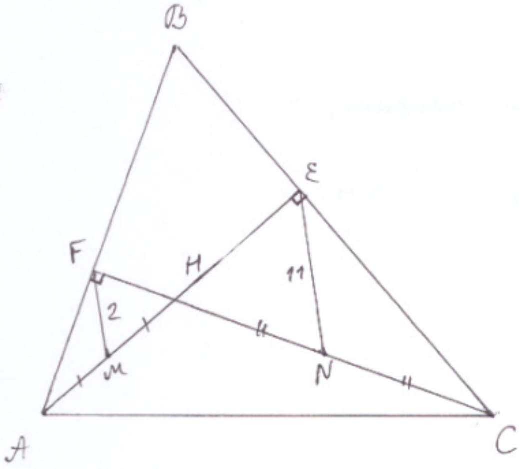
Шифр: **211007567**

ID профиля: **378647**

Вариант 14

Чистовик.

Задача 1.



Дано: $\triangle ABC$,
CF, AE – высоты
$AM = MH$, $HN = NC$
$FM = 2$, $EN = 11$
$FM \parallel EN$

Найти: $\angle ABC$ – ?
S_{ABC} – ?
$R_{опис.}$ – ?

Решение:

1) тк FM и EN – медианы в прямоуг. $\triangle$, $FM = AM = MH = 2$, $EN = HN = NC = 11$
$\Rightarrow \triangle FHM$ – р/б $(FM = MH)$ и $\triangle HEN$ – р/б $(HN = NE) \Rightarrow$
$\angle MHF = \angle MFH$, $\angle NHE = \angle NEH$,
из $FM \parallel EN \Rightarrow \angle MFH = \angle HNE$
но $\angle FHM = \angle NHE$ – верт.
$\Rightarrow \triangle NHE$ – р/ст, Ан-но и $\triangle FMH$ – р/ст.

2) $\angle HFM = 60° \Rightarrow \angle AFM = 30°$
тк. $\triangle AFM$ – р/б, $\angle FAM = 30°$
из $\triangle AEB$ $\angle ABE = 90° - 30° = 60° \Rightarrow \angle ABC = 60°$

3) $AE = 4 + 11 = 15$

4) $CF = 22 + 2 = 24$

5) По т. Пифагора
$EC = \sqrt{HC^2 - HE^2} = \sqrt{22^2 - 11^2} = 11\sqrt{3}$
$AC = \sqrt{AE^2 + EC^2} = \sqrt{15^2 + (11\sqrt{3})^2} = 14\sqrt{3}$

6) По т. синусов
$\frac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R \Rightarrow R = \frac{AC}{2\sin\angle ABC} = \frac{14\sqrt{3}\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}\cdot\sqrt{3}} = 14$

7) в $\triangle AEC$ – прямоуг.
$\sin\angle ECA = \frac{AE}{AC} = \frac{15}{14\sqrt{3}}$
По т. синусов $\frac{AC}{\sin\angle ABC} = \frac{AB}{\sin\angle BCA} \Rightarrow$
$AB = \frac{AC\cdot\sin\angle BCA}{\sin\angle ABC} = \frac{\cancel{14\sqrt{3}}\cdot 15\cdot 2}{\cancel{14\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$

8) $S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot CF = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot 10\sqrt{3}\cdot \cancel{24}^{12} = 120\sqrt{3}$

Ответ: $\angle ABC = 60°$, $S_{ABC} = 120\sqrt{3}$, $R = 14$.

Чистовик.

Задача 2.

Решение:

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ – различные натуральные числа.

Не умаляя общности пусть $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$.

$$\begin{cases} 30a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 450 \quad (1) \\ a_1 + a_2 + a_3 + \dots + 14a_n = 450 \quad (2) \end{cases}$$

$(1) - (2)$

$29a_1 - 13a_n = 0$

$29a_1 = 13a_n$

тк 29 и 13 – взаимно простые числа

$a_1 = 13k, \quad a_n = \frac{29}{13} \cdot 13k = 29k$

Пусть $x = a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1}$

$$\begin{cases} 30 \cdot 13k + 29k + x = 450 \\ 13k + 14 \cdot 29k + x = 450 \end{cases}$$

$419k + x = 450$

тк k и x – целые неотрицательные решим линейное диофантово уравнение.

$k_0 = 1 \quad x_0 = 31$

$419(k-1) = -(x-31)$

$k - 1 = -z \Rightarrow k = -z + 1$

$x - 31 = 419z \Rightarrow x = 419z + 31$

$k > 0, x > 0$ – целые $\Rightarrow z$ тоже целое

$$\begin{cases} -z + 1 > 0 \Rightarrow z < 1 \\ 419z + 31 > 0 \Rightarrow z > -\frac{31}{419} \Rightarrow z \geq 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ единственное возможное $z = 0 \Rightarrow k = 1, x = 31 \Rightarrow$

$a_1 = 13, a_n = 29$

Заметим, что $13 < a_i < 29$.

$28 < 31$, а $14 + 15 + 16 > 31 \Rightarrow$ не считая a_1 и a_n, чисел ровно 2.

Все возможные варианты: $14 + 17 = 31$
$15 + 16 = 31$.

Ответ: $a_1 = 13, a_2 = 14, a_3 = 17, a_4 = 29$ или
$a_1 = 13, a_2 = 15, a_3 = 16, a_4 = 29$.

Чистовик

Задача 3.

$a^2x^2 + a^2y^2 - 2a^3x - 6ax - 2a^2y + a^4 + 9 = 0 \quad | : a^2$ ($a \neq 0$, иначе равенство неверно)

$x^2 + y^2 - 2ax - 6x - 2y + a^2 + \frac{9}{a} = 0$

$x^2 - 2x(a+3) + y^2 - 2y + a^2 + \frac{9}{a} = 0$

$x^2 - 2x(a+3) + a^2 + 6a + 9 + y^2 - 2y + 1 + \frac{9}{a} - 6a - 9 - 1 = 0$

$(x - (a+3))^2 + (y-1)^2 = -\frac{9}{a} + 6a + 10$

$\Rightarrow O(a+3; 1)$ и $R = \sqrt{6a - \frac{9}{a} + 10}$ ОДЗ: $6a - \frac{9}{a} + 10 \geqslant 0.$

$2a^2 + 2ax + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$

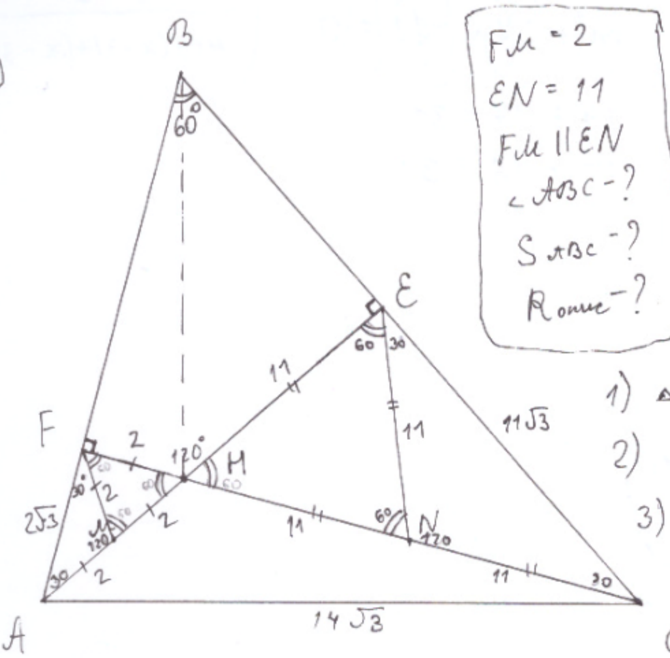
~~$x^2 + 2x(a-y) + 2(a^2+y^2) = 0$~~

$2y^2 - 2xy + (x^2 + 2ax + 2a^2) = 0$

~~Есл~~ Если $D < 0$ и $x_0 < 4$, то $a + 3 \geqslant 4$.

Черновик.

№1



$FM = 2$
$EN = 11$
$FM \parallel EN$
$\angle ABC$ - ?
S_{ABC} - ?
$R_{опис}$ - ?

1) $\triangle MFH$ и $\triangle HEN$ - р/ст.

2) Находим $\angle ABC$ из $\triangle AEB$.

3) $AE = 4 + 11 = 15$

4) $CF = 22 + 2 = 24$

$$\begin{array}{r} \times\, 121 \\ 3 \\ \hline 363 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 588 & 2 \\ 294 & 2 \\ 147 & 7 \\ 21 & 7 \\ 3 & 3 \end{array}$$

5) По Т. Пифагора.

$AF = \sqrt{AH^2 - FH^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16-4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$EC = \sqrt{HC^2 - HE^2} = \sqrt{22^2 - 11^2} = \sqrt{(\overset{11}{22-11})(\overset{33}{22+11})} = \sqrt{11\cdot 11\cdot 3} = 11\sqrt{3}$

$AC = \sqrt{AE^2 + EC^2} = \sqrt{15^2 + (11\sqrt{3})^2} = \sqrt{225 + 363} = \sqrt{588} = \sqrt{2^2\cdot 7^2 \cdot 3} = 14\sqrt{3}$

6) По Т. синусов

$\dfrac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R \Rightarrow$

$R = \dfrac{AC}{2\sin\angle ABC} = \dfrac{14\cancel{\sqrt{3}}\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}\cdot\cancel{\sqrt{3}}} = 14$

7) ~~Проведем AH~~

~~По Т. косинусов (△AHC)~~

~~$AH^2 = AC^2 + HC^2 - 2HC\cdot AC\cos\angle H$~~

В $\triangle AEC$ - прямоуг.

$\sin\angle ECA = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{15}{14\sqrt{3}}$

По Т. синусов

$\dfrac{AC}{\sin\angle ABC} = \dfrac{AB}{\sin\angle BCA} \Rightarrow$

$AB = \dfrac{AC\cdot\sin\angle BCA}{\sin\angle ABC} = \dfrac{\cancel{14\sqrt{3}}\cdot 15\cdot 2}{\cancel{14\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3}} = \dfrac{30}{\sqrt{3}} = \dfrac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$

8) $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot CF = \dfrac{1}{\cancel{2}}\cdot 10\sqrt{3}\cdot \overset{12}{\cancel{24}} = 120\sqrt{3}$

Черновик

$a_1, a_2, \dots, a_n - ?$

№2.

$a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ – различ. нат.

Пусть $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$.

$a_1 \to 30a_1$

$30a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 450$

$a_n \to 14a_n$

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + 14a_n = 450$

$$\begin{cases} 30a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 450 & (1) \\ a_1 + a_2 + a_3 + \dots + 14a_n = 450 & (2) \end{cases}$$

$(1) - (2)$

$29a_1 - 13a_n = 0$

$29a_1 = 13a_n$

29 и 13 – взаимно простые $\Rightarrow a_1 = 13k_0$, $a_n = \frac{29}{13} \cdot 13k_0 = 29k_0$

~~(если $k_0 = 1$) MIN $a_1 = 13$, тогда $a_n = 29$~~

Пусть $X = a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{n-1}$

$$\begin{cases} 30 \cdot 13k + 29k + x = 450 \\ 13k + 14 \cdot 29k + x = 450 \end{cases}$$

(390k, 419k; 419k, 406k)

$419k + x = 450$

$k_0 = 1 \quad x_0 = 31$

$419(k-1) = -(x-31)$

$k - 1 = -z \Rightarrow k = -z + 1$

$x - 31 = 419z \Rightarrow x = 419z + 31$

$k > 0$, $x > 0$ – целые $\Rightarrow z$ тоже целое

$$\begin{cases} -z + 1 > 0 \Rightarrow z < 1 \\ 419z + 31 > 0 \Rightarrow z > -\frac{31}{419} \Rightarrow z \geq 0 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$z = 0 \Rightarrow k = 1$, $x = 31 \Rightarrow$

$a_1 = 13$, $a_n = 29$

$\underbrace{a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} = 31}_{\text{[illegible]}}$

$30 \cdot 13 + x + 29 = 450$

$390 + 29 + x = 450$ (419)

$x = 31$

$13 + x + 14 \cdot 29 = 450$ (406)

$406 + 13 + x = 450$ (419)

$x = 31$

$$\begin{array}{r} \times 29 \\ 14 \\ \hline 116 \\ 29 \\ \hline 406 \end{array}$$

если $k = 2$:

$$\begin{cases} 30 \cdot 13 \cdot 2 + 29 + x = 450 \\ 13 \cdot 2 + 14 \cdot 29 \cdot 2 + x = 450 \end{cases}$$

~~т.к. $a_2, a_3, \dots, a_{n-1}$ – различные~~

если $a_3 = a_2 + 1$, $a_4 = a_2 + 2$ и т.д. ...

$\Rightarrow d = 1$

Min $a_2 = 14$

$S_m = (2a_2 + d(m-1)) \cdot \frac{m}{2} = 31$

$(2 \cdot 14 + m - 1) \cdot \frac{m}{2} = 31$ (28)

$(m + 27) \cdot \frac{m}{2} = 31$

$m(m + 27) = 62$

$m^2 + 27m - 62 = 0$

$14 + 17 = 31$

$15 + 16 = 31$

$499k + x = 450$

$419 \cdot 1 + 31 = 450$

$419(k-1) + (x-31) = 0$

$13 < a_i < 29$

$\underbrace{a_2, a_3, a_4, a_5, a_6}_{5}$

~~14 15 16~~

$14 + 15 + 16 > 31 \Rightarrow$ числа ровно 2.

211007567 (U378647 M1276032)

$2a^2 + 2ax + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$ | $a - ?$ | № 3.

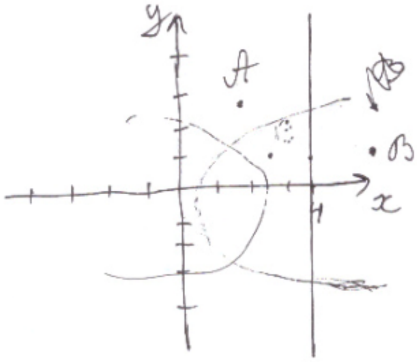
$A(x;y)$

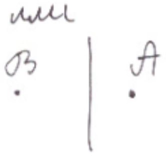
Черновик

окружность с центром В

$a^2x^2 + a^2y^2 - 2a^3x - 6ax - 2a^2y + a^4 + 9 = 0$

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$





$(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$

$2a^2 + 2ax + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0$

$a^2 + 2ax + x^2 + a^2 - 2xy + 2y^2 = 0$

$x^2 + 2x(a - y)$

$2y^2$

$\cancel{a^2x^2 + a^2y^2 - 2a^3x - 6ax - 2a^2y + a^4 + 9 = 0}$

$a^2x^2 + a^2y^2 - 2a^3x - 6ax - 2a^2y + a^4 + 9 = 0$

$a^2x^2 - 2a^3x + a^4 = (ax - a^2)^2$

$a^2y^2 - 2a^2y + a^2 - a^2 = (ay - a)^2 - a^2 =$

$= (ay - a + a^2)(ay - a - a^2)$

$ay(ay - 2a^2)$

$a^2x^2 + a^2y^2 - 2a^3x - 6ax - 2a^2y + a^4 + 9 = 0$

$a \neq 0$: (иначе равенство неверно) $|:a^2$

$x^2 + y^2 - 2ax - 6x - 2y + a^2 + \frac{9}{a} = 0$

~~если а = 0 — невозможно~~

$x^2 - 2x(a+3)$

211007567 (U378647 M1276032)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

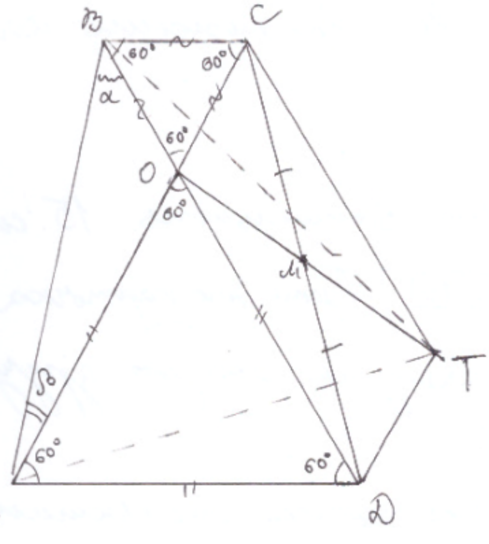
Шифр: **211007567**

ID профиля: **378647**

Вариант 14

Чистовик

Задача 6.



Дано: $ABCD$ – четырехуг.
$\triangle BOC$, $\triangle AOD$ – р/ст,
$CM = MD$, $OM = MT$.
а) Д-ть: $\triangle ABT$ – р/ст
б) $BC = 3$, $AD = 4$
Найти: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ – ?

Решение:

а) 1) тк $CM = MD$, $OM = MT$,
$OCTD$ – паралл. $\Rightarrow$
$\angle CTD = \angle COD = 180° - 60° = 120°$
тк $\angle CTD + \angle CAD = 180°$, $ACTD$ – впис.
$\Rightarrow \angle CAT = \angle CDT$,
а $\angle CDT = \angle OCD$ (тк $OC \parallel DT$)
+ тк $\triangle ABO = \triangle COD$ (по I признаку)
$\angle OCD = \angle ABO = \alpha$,
а $\angle BAO = \angle ODC = \beta$,
+ $\angle ODC = \angle DCT$ (тк $OD \parallel CT$)

2) из $\triangle ABO$
$\alpha + \beta = 180° - 120° = 60°$

3) $\angle BCT = 60° + \alpha + \beta = 120°$
$\angle BAT = 60°$ (тк $ABCT$ – впис., тк
$\angle ATC = \angle ADC$ из $ACTD$ – впис.
т.е. $\angle ATC = \beta + 60°$,
а $\angle ABC + \angle ATC = 60° + 60° + \alpha + \beta = 180°$)
$\Rightarrow \angle BCT + \angle BAT = 180° \Rightarrow$
$\angle BCA = \angle BTA = 60°$
Т.О. в $\triangle ABT$ $\angle BAT = 60°$, $\angle BTA = 60°$
$\Rightarrow \triangle ABT$ – р/ст.
ч.т.д.

б) 1) Заметим, что
$ABCD$ – р/б трап.
(тк $\triangle ABO = \triangle COD$) $\Rightarrow$
$CD = AB = BT$.

2) тк $OD \parallel CT$, а $CD = BT$
$BCTD$ – р/б трап. $\Rightarrow$
$BC = TD = 3$

3) в $\triangle ADT$ по Т. косинусов
$AT^2 = AD^2 + DT^2 - 2AD \cdot DT \cdot \cos\angle ADT$
$AT^2 = 16 + 9 - \cancel{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-\frac{1}{\cancel{2}}) =$
$= 25 + 12 = 37 \Rightarrow$
$AT = \sqrt{37} = AB = BT$
$\Rightarrow S_{ABT} = \frac{1}{2} AT \cdot \frac{AT\sqrt{3}}{2} =$
$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{37} \cdot \frac{\sqrt{37 \cdot 3}}{2} =$
$= \frac{37\sqrt{3}}{4}$

4) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC \cdot \sin\angle BOC$
$BD = AC = 3 + 4 = 7 \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 7^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$
$= \frac{49\sqrt{3}}{4}$

5) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{37\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{49\cancel{\sqrt{3}}} = \frac{37}{49} \Rightarrow$ Ответ: $\frac{37}{49}$.

211007567 (U378647 M1276033)

Чистовик

Задача 5.

Так как у фокусника всего 15^2 карточек, и все карточки различны, в этом наборе есть все возможные комбинации чисел от 1 до 15.

1) Карточку-дубль фокусник может вытащить 15 способами (это $\boxed{1|1}$, $\boxed{2|2}$, $\boxed{3|3}$, ..., $\boxed{15|15}$). Пусть это карточка $\boxed{x|x}$.

2) Второй фокусник может вытянуть любую другую карточку-дубль: это 14 способов.

Посчитаем, ~~сколько карточек "не дублей"~~ сколькими способами фокусник может вытащить карточку "не дубль":

Всего карточек "не дублей" $15^2 - 15 = 15 \cdot 14$.

Из них 28 карточек содержат число x.

(Это $\boxed{x|1}$, $\boxed{x|2}$, $\boxed{x|3}$, ... , $\boxed{x|15}$, не включая $\boxed{x|x}$ – 14

+ $\boxed{1|x}$, $\boxed{2|x}$, $\boxed{3|x}$, ..., $\boxed{15|x}$, не включая $\boxed{x|x}$ – 14)

$\Rightarrow$ Вторую карточку он может вытянуть

$14 + (15 \cdot 14 - 28) =$ ~~[illegible]~~ $15 \cdot 14 - 14 = 256$ способами.

Итого, $15 \cdot 256 = 3840$ способов.

Ответ: 3840.

211007567 (U378647 M1276033)

Чистовик

Задача 4.

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

введём замену $a=x^2$, $b=y^2$.

~~$7a^2+7b^2$~~

$$\begin{cases} 7a+7b-3ab=7 & (1) \\ a^2+b^2-ab=37 \;|\cdot 3 & (2) \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2=37+ab$$

(2) $3a^2+3b^2-3ab=111$

(1) − (2)

$7a-3a^2+7b-3b^2=-104$

$3a^2-7a+3b^2-7b=104$

$a(3a-7)+b(3b-7)=104$

$3(a^2+b^2)-7(a+b)=104$

~~$3(a+b)^2-6ab-7(a+b)=104$~~

$3(37+ab)-7(a+b)=104$

~~$111+3ab$~~

211007567 (U378647 M1276033)

Черновик

$x, y - ?$

$2 - \frac{3}{7} = 1\frac{4}{7} = \frac{11}{7}$

ОДЗ!

№4
$$\begin{cases} 7x^2 + 7y^2 - 3x^2y^2 = 7 \quad (1) \\ x^4 + y^4 - x^2y^2 = 37 \quad (2) \end{cases}$$

(2) $x^4 + y^4 - x^2y^2 + 3x^2y^2 - 3x^2y^2 = 37$

$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 3x^2y^2 = 37$

$(x^2+y^2)^2 - 3x^2y^2 = 37$

$(x^2+y^2+\sqrt{3}xy)(x^2+y^2-xy\sqrt{3}) = 37$

(1) $7x^2 + 7y^2 - 3x^2y^2 = 7 \mid :7$

$x^2 + y^2 - \frac{3}{7}xy = 1$

Пусть $x^2 = a$, $y^2 = b$.

$$\begin{cases} 7a + 7b - 3ab = 7 \quad (1) \\ a^2 + b^2 - ab = 37 \quad (2) \end{cases}$$

(1) $a(7-3b) = 7 - 7b$

$a = \frac{7(1-b)}{7-3b} = \frac{7(b-1)}{3b-7}$

$\left(\frac{7(b-1)}{3b-7}\right)^2 + b^2 - \frac{7b(b-1)}{3b-7} = 37$

$\frac{49(b^2-2b+1)}{(3b-7)^2} + b^2 - \frac{7b^2-7b}{3b-7} = 37$

$\frac{49b^2 - 98b + 49 + b^2(3b-7)^2 - (7b^2-7b)(3b-7)^2}{(3b-7)^2} = 37$

$49b^2 - 98b + 49 + b^2(9b^2 - 42b + 49) -$

$a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$

$a^3 + b^3$

$x^2(7-3y^2) + 7(y^2-1) = 0$

$x^2 = \frac{7(y^2-1)}{(7-3y^2)}$

$y^4 - y^2 \cdot \frac{7(y^2-1)}{7-3y^2} + \frac{49(y^2-1)^2}{(7-3y^2)^2} = 0 \quad | \cdot 7 - 3y^2$

$$\begin{cases} 7x^2 + 7y^2 - 3x^2y^2 = 7 \\ x^4 + y^4 - x^2y^2 = 37 \end{cases}$$

$7x^2 + x^4 + 7y^2 + y^4 - 4x^2y^2 = 44$

$x^2(7+x^2) + y^2(7+y^2) - 4(x^2y^2 + 11) = 0$

$\cancel{49b^2 - 98b + 49 + \ldots + b^2(9b^2 - 42b + 49)}$

$$\begin{cases} 7a + 7b - 3ab = 7 \quad (1) \\ a^2 + b^2 - ab = 37 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b)(a^2 - ab + b^2) = 37(a+b) \quad (1) \\ 7(a+b) - 3ab = 7 \Rightarrow 7(a+b) = 7 + 3ab \quad (2) \end{cases}$$

$a^2 + b^2 - ab - ab + ab = 37$

$(a-b)^2 + ab = 37$

(1) : (2) $\frac{a^2 - ab + b^2}{7} = \frac{37(a+b)}{3ab+7}$

$a \neq -b$

(1) : (2) $\frac{a^3 + b^3 = 37(a+b)}{7 + 3ab = 7(a+b)}$

$\frac{a^3 + b^3}{7 + 3ab} = \frac{37}{7}$

$7a^3 + 7b^3 = 259 + 111ab$

$3((a+b)^2 - 2ab) = 3(a+b)^2 - 6ab$

211007567 (U378647 M1276033)

Черновик

№2.

15^2 (различ.) карточек

2(с) | 4(к)
4(с) | 2(к) – различн

$\boxed{к}$ 5 $\boxed{с}$

все возможн. комбинаций!

1 – 15

дубль – совпадают К и С числа из 2 карт
хотя бы 1 – дубль

x | x   y | z $y \neq x$, $z \neq x$
возможно $y = z$

1) карточка: 15 вариантов (~~цифра~~ число X)

2) 14 (вытян дубль) + 15 · 14 – 28 =

$= 15 \cdot 14 - 14 = 14 \cdot (15 - 1) = 256$

$15 \cdot 256 = 3840$

$$\begin{array}{r} 256 \\ \times\ 15 \\ \hline 1280 \\ 256\ \ \\ \hline 3840 \end{array}$$

$15^2 - 15 = 15 \cdot 14$ – не дубли

$\underbrace{1|2 \quad 1|3 \ldots \quad 1|15}_{14}$

~~не дубли~~

$\underbrace{2|1 \quad 3|1 \quad 4|1 \quad 5|1 \ldots}_{14}$

28 способов вытян карт. с ~~цифрой~~ числом X ⇒

15 · 14 – 28, – без числа X

$$\begin{cases} 7x^2 + 7y^2 - 3x^2y^2 = 7 \\ x^4 + y^4 - x^2y^2 = 37 \end{cases}$$

$a = x^2$, $в = y^2$

$$\begin{cases} 7a + 7в - 3aв = 7 \\ a^2 + в^2 - aв = 37 \end{cases}$$

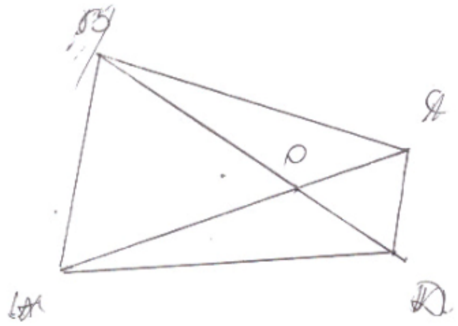
$7a - 3aв = 7 - 7в$

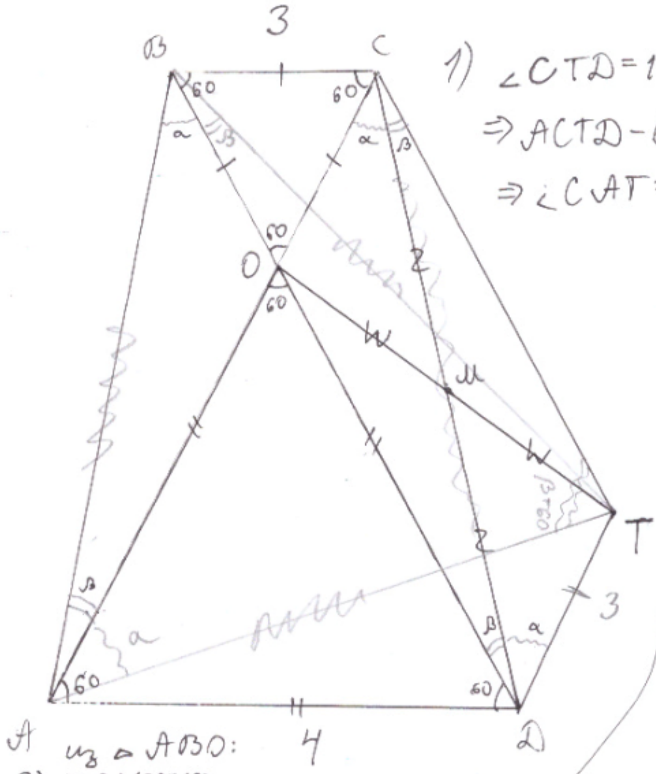
$3aв - 7a = 7в - 7$

$a = \dfrac{7в - 7}{3в - 7}$

Черновик

Д-ть: $\triangle ABT$-прав.





1) $\angle CTD = 120°$

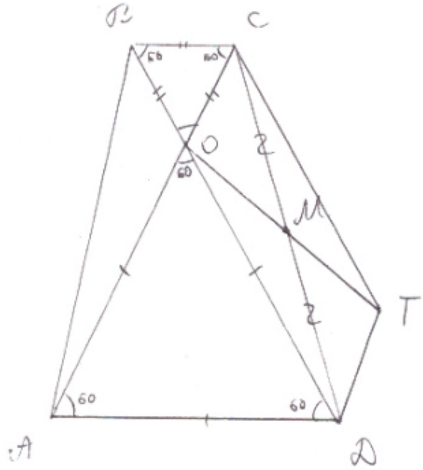
$\Rightarrow ACTD$ - впис.

$\Rightarrow \angle CAT = \alpha$

из $\triangle ABO$:

2) $\alpha + \beta + 120 = 180$

$\alpha + \beta = 60$



3) $\angle BCT + \angle BAT = 180° \Rightarrow$

$ABCT$ - впис.

$+ \angle BAT = 60°$

$\Rightarrow \angle BCA = \angle BTA = 60°$

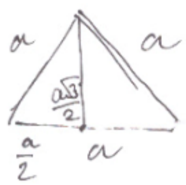
2) $BCTD$ - р/б трап.

$BC = TD = 3$

б) 1) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC \cdot \sin\angle BOC$

$BD = AC = 3 + 4 = 7$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$



~~$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$~~

$\frac{3}{4}a^2 + \frac{a^2}{4} = a^2$ $\quad S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$

211007567 (U378647 M1276033)