Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

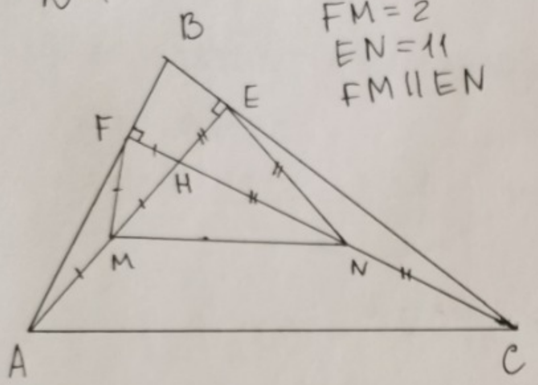
Шифр: **211007256**

ID профиля: **157366**

Вариант 14

[Чистовик]

N 1



$FM = 2$
$EN = 11$
$FM \parallel EN$

Решение:

1) т.к. $FM \parallel EN$, то: как внутр. на...
Аналог.: $\angle MFN = \angle FNE = \beta$.

2) т.к. $\triangle HEC$: $\angle E = 90^\circ$, N – серед. HC, то по св-ву прямоуг. тр., что мед. к гип. $= \frac{1}{2}$ гип.:

$HN = NC = EN = 11$.

Аналог. для $\triangle FHA$:

$FM = MH = AM = 2$.

3) т.к. $FM = MA$ => по опр. р/б тр. $\triangle FMA$ – р/б с осн FA =>
=> по св-ву р/б тр. о равве уг. при осн:
$\angle FAM = \angle MFA = \frac{\alpha}{2}$, т.к. $\angle FMH = \alpha$ – явл. внеш. при в. M
в $\triangle FMA$, по т. о внеш. уг. тр: $\angle MFA + \angle MAF = \alpha$;
Аналог: $\angle NEC = \angle NCE = \frac{\beta}{2}$;

4) $\angle FHE$ по т. о внеш. уг. для $\triangle FHM$ при в. H: $\angle FHE = \alpha + \beta$.
Аналог: $\angle AHC = \alpha + \beta$.

5) по т. о сумме уг. треуг. для $\triangle AHC$:
$\angle H + \angle A + \angle C = 180^\circ$ => $\alpha + \beta + \angle A + \angle C = 180^\circ$ => $\angle A + \angle C = 180^\circ - \alpha - \beta$,
т.е. $\angle HAC + \angle HCA = 180^\circ - \alpha - \beta$.

6) т.к $\angle BFH + \angle HEB = 180^\circ$, то $FBEH$ – впис. по опр. впис. четырёхуг. => $\angle FBE + \angle FHE = 180^\circ$ => $\angle FBE = 180^\circ - \alpha - \beta$.

7) по т. о сумме уг. тр. для $\triangle ABC$:

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ~~$\frac{\alpha}{A} + \frac{\beta}{2} + 180 - \alpha - \beta$~~ =>

=> $\angle BAE + \angle HAC + \angle HCA + \angle FCB + \angle ABC = 180^\circ$ =>

=> $\frac{\alpha}{2} + 180^\circ - \alpha - \beta + \frac{\beta}{2} + \overset{180^\circ - \alpha - \beta}{\cancel{\angle ABC}} = 180^\circ$ =>

=> $180^\circ - 1{,}5(\alpha + \beta) = 0^\circ$ => $\alpha + \beta = 120^\circ$,
тогда $\boxed{\angle ABC = 180^\circ - \alpha - \beta = 60^\circ}$

1

8) в $\triangle ABE$: $\angle B = 60^\circ$, $\angle E = 90^\circ$ => $\angle BAE = 30^\circ = \frac{\alpha}{2}$ => $\alpha = 60^\circ$;
Аналог: $\beta = 60^\circ$.

9) $\triangle FHM$: $\angle F = \angle H = \angle M = 60^\circ$ => $\triangle FHM$ – р/ст. по призн. р/ст. тр о равве всех уг $= 60^\circ$, тогда: $FH = FM = MH = 2$.

(№1 продолж.)

Чистовик

Аналог: $HE = HN = NE = 11$

(2)

10) $AE = AH + HE = AM + MH + HE = 4 + 11 = 15$.

$BC = BE + EC$;

$EC = \frac{HC\sqrt{3}}{2} = \frac{22\sqrt{3}}{2}$ т.к. ΔEHC - прямоуг, EC - кат. напр $\angle 60°$.

$BE = \frac{1}{2} BA = \frac{1}{2} \cdot \frac{2AE}{\sqrt{3}} = \frac{30}{2\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$.

(как катет в прямоуг. тр., напр уг. в 30°.

$BC = 5\sqrt{3} + \frac{22\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$.

$$\boxed{S_{\Delta ABC} = \frac{AE \cdot BC}{2} = \frac{15 \cdot 16\sqrt{3}}{2} = 15 \cdot 8\sqrt{3} = 120\sqrt{3}.}$$

11) по т. косинусов ΔMHN:

$MN^2 = HN^2 + MH^2 - 2MH \cdot HN \cdot \cos \angle MHN$

$MN^2 = 4 + 121 - 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$MN^2 = 125 + 22$

$MN^2 = 147$

$MN = 7\sqrt{3}$, т.к. $MN > 0$ по акс. изм. отр.

12) т.к. M - серед. AH, N - серед. CH, то MN - средлин. ΔAHC. (по опр) по т. о сред. лин: $AC = 2MN = 14\sqrt{3}$.

13) по т. синусов ΔABC:

$2R = \frac{AC}{\sin \angle B}$; $2R = \frac{14\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 28 \Rightarrow \boxed{R = 14}$

радиус опис. окр

Ответ: $\angle ABC = 60°$, $S_{\Delta ABC} = 120\sqrt{3}$; $R = 14$.

Чистовик

N2

$a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$, $a_1 < \ldots < a_n$

$30a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 450$ (1)

$a_1 + \ldots + 14a_n = 450$ (2)

Решение:

1) Вычтем из ~~(2) в (1)~~: (1)−(2):

$$29a_1 - 13a_n = 0$$

$$a_1 = \frac{13}{29}a_n \text{ или } a_n = \frac{29}{13}a_1;$$

т.к. a_1 и $a_n \in \mathbb{N}$, то $a_1 \vdots 13$, $a_n \vdots 29$.

2) предположим, что $a_n > 29$, т.е. хотя бы 58, тогда $58 \cdot 14 + a_1 + \ldots + a_{n-1} = 450$, но $58 \cdot 14 > 580 > 450$, т.е. противореч. с тем, что все числа $a_1, \ldots, a_n$ - натур., тогда:

$a_n = 29$.

3) предположим, что $a_1 > 13 \Rightarrow a_1$ хотя бы 26.

тогда $26 \cdot 30 = 780 > 450 \Rightarrow$ противореч. $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = 13$.

4) $30 \cdot 13 + \ldots + a_{n-1} + 29 = 450$

$390 + \ldots + a_{n-1} + 29 = 450$

$419 + a_2 + \ldots + a_{n-1} = 450$

$a_2 + \ldots + a_{n-1} = 31$.

Заметим, что т.к. a_n - наиб, то:

$a_2, \ldots, a_{n-1} < 29$, т.е. 31 - сумма 2 и более чисел.

но также a_1 - минимальное $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_2, \ldots, a_{n-1} > 13 \Rightarrow a_k + a_t + a_s > 39 > 31$,

Чистовик

~~3~~. (N 2 продолж.)

значит 31 — сумма ровно 2 чисел.

31 = 14 + 17 = 16 + 15 — только такие числа попадают в диапазон от 13 до 29 не вкл., для 18 и более число с ним в сумме до 13 и менее ← что не входит в диапазон.

Ответ: 13, 14, 17, 29 или ~~13, 15, 16, 29~~ 13, 15, 16, 29.

4

Черновик

$(a(x-a)-(ax-3))^2+(a(y-1))^2=a^2(1+x^2)-2(ax^2-a^3x+3a^2+3ax)$

$(\cancel{ax}-a^2-\cancel{ax}+3)^2$

$(3-a^2)+(a(y-1))^2=a^2+ax^2-2ax^2+2a^3x-6a^2-6ax$

$(3-a^2)+(a(y-1))^2=-a^2x^2-5a^2+2a^3x-6ax$

$2a^2+2ax+x^2+2y^2-2xy=0 \Rightarrow (x-y)^2+y^2+2a^2+2ax=0$

$-(+a^2x^2+5a^2-2a^3x+6ax)$

$\cancel{-(a^2x^2-2a^3x+a^4}$

$2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$

A: $8+4x+x^2-2xy+2y^2=0$

$a=2$: $4x^2+4y^2-16x-12x-8y+16+9=0$

$4x^2+4y^2-28x-8y+25$

$x^2+y^2-7x-2y+6\frac{1}{4}=0$

$x^2-7x+12\frac{1}{4}+y^2-2y+1$

$(x-\frac{7}{2})^2+(y-1)^2=7$

$3{,}5<4$

$3\frac{1}{2}$

$\frac{7}{2}=\frac{49}{4}=12\frac{1}{4}$

$13\frac{1}{4}-6\frac{1}{4}=7$

$x^2+4x+8-2xy+2y^2=0$

$(x-y)^2+y^2+4x+8=0$

$\cancel{x>4}$

$\cancel{(5-y)^2+y^2+20+8=0}$

$a=0$: $+9=0$

$x^2-2xy+2y^2=0$

$(x-y)^2+y^2=0 \Rightarrow x=y=0$.

A(0;0)

B(4;1)

$\boxed{a\neq 1}$ B: $+9=0$ – реш. нет.

$\boxed{a\neq 0}$ A:

$a=1$: $2+2x+x^2-2xy+2y^2=0$

$a=1$: B: $x^2+y^2-2x-6x-2y+1+9=0$

$x^2-8x+y^2-2y+10=0$

$(x-4)^2+(y-1)^2=7$

211007256 (U157366 M1274870)

черновик

$$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0$$

9

a^4

доб

a^2x^2

$-2a^3x$

$-6ax$

$\mp a^2x^2$

a^4

9

$+a^2x^2$

доб

a^2y^2

$-2a^2y$

$-a^2$

$+a^2$

$$-2(ax-a^2)(ax-3)=$$
$$=-2(a^2x^2-a^3x+3a^2-3ax)$$

$$(ax\cancel{*}-a^2)^2+(ax-3)^2+(ay-a)^2=a^2+a^2x^2$$

$$(a(x-a))^2+(ax-3)^2+(a(y-1))^2=a^2(1+x^2)$$

$\cancel{2a^2+2ax+x^2-2xy+2y}$ $\quad 2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$

$\cancel{x^2+(2a-2y}$

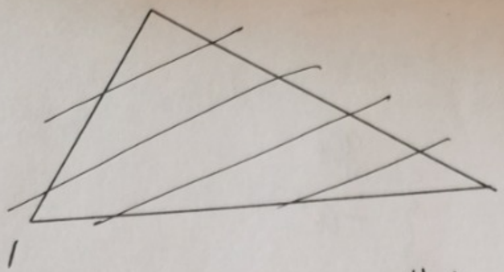
$\cancel{(a+x)^2+(x-y)^2=}$

$$(a+x)^2+(x-y)^2=1{,}5x^2$$

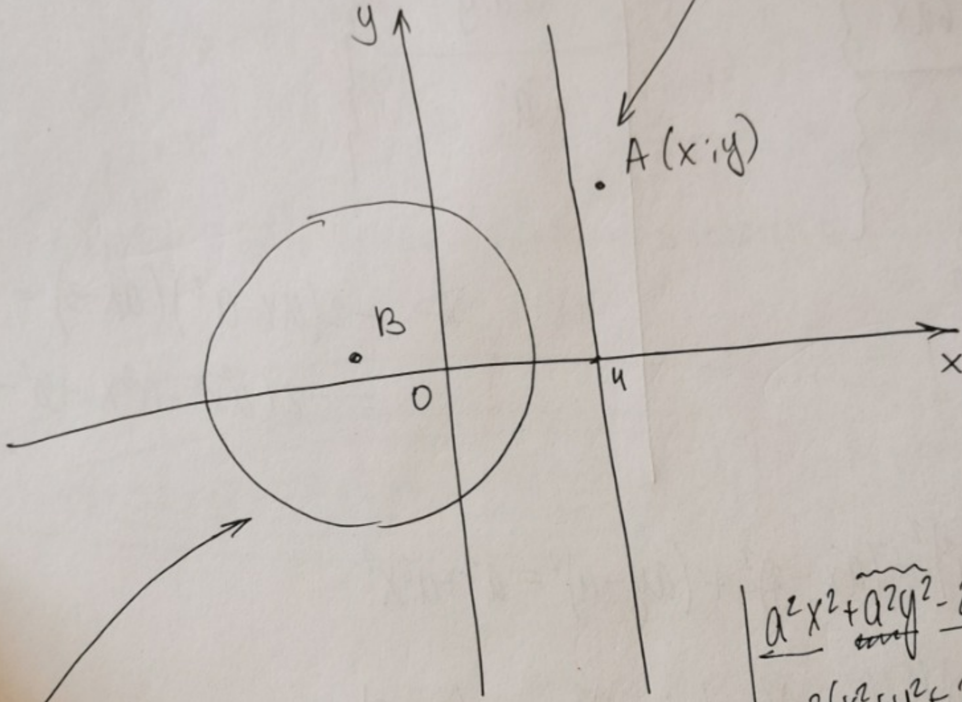
$$(a+x)^2+(y-x)^2=1{,}5x^2$$

черновик ~~чистовик~~

N 1



$2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$



$\boxed{x=4}$

$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0$

1) $(2a^2+2ax+2x^2-2xy+2y^2)-3x^2=0$

$2(a+x)^2+2(x-y)^2-3x^2=0$

$(a+x)^2+(x-y)^2=1{,}5x^2$

$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2 - (a;b), R$

$B(a;b)$

$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0$

$a^2(x^2+y^2+2ax-2y+a^2)-6ax+9=0$

$(a^2x^2-2a^3x+a^4)$

$(a^2x^2-6ax+9)$

$(a^2y^2-2a^2y+a^2)$

$-a^2x^2 \quad -a^2$

(

1 лист

Черновик

$a_1, a_2, \dots, a_n$

$a_1, \dots, a_n \in \mathbb{N}$

$30a_1 + \dots + a_n = 450$

$-$

$a_1 + \dots + 14a_n = 450$

$15{,}5a_1 + a_2 + \dots + 7{,}5a_n = 450$

$a_1 < \dots < a_n$

$29a_1 - 13a_n = 0$

$58 \cdot 14 = 540 + \dots$

$29a_1 = 13a_n$

$a_1 = \frac{13}{29}a_n$, $a_1 \in \mathbb{N} \Rightarrow a_n \vdots 29$

$a_n = \frac{29}{13}a_1 \Rightarrow a_1 \vdots 13.$

42

42

$13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23+24+25+26+27+28+29$

42

42

$25-13+1 = 29-12 = 17$

42

$9 \cdot 42 + 21 = 360+18+21 = 378+21 = 399 = 3 \cdot 133$

$\frac{a_0 + d(n-1)}{2} n = \frac{13+16}{2} \cdot 17 =$

$26 \cdot 14 = 104 + 26\ldots = 364$

$14+$

$26 \cdot 3 = 780$

$31 - 14 = 17$

$x = 31$

$14 \cdot 29$

$29 \cdot 14 = 116 + 29\ldots = 406$, $406 + 13 = 419$

$30 \cdot 13 = 390$

$406 + x = 450$

$390 + 29 + x = 450$

$419 + x = 450$

$x = 31$

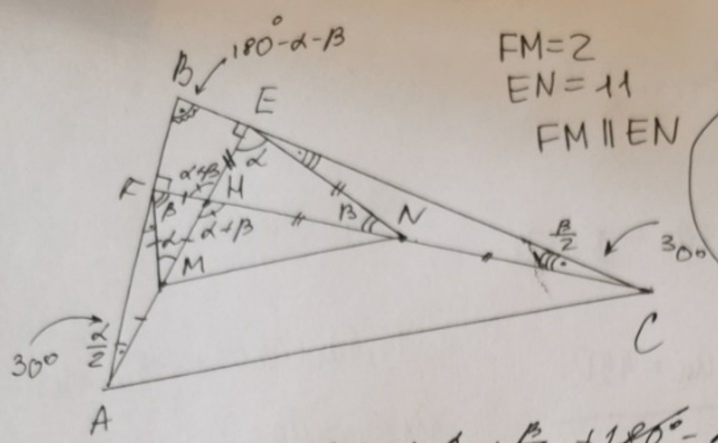
$406 + 26 = 432$

26, 29

$450 - 432 = 18$, x

211007256 (U157366 M1274870)

Черновик



$FM=2$
$EN=11$
$FM \parallel EN$

$\angle ABC$ - ?

$S_{\triangle ABC}$ - ?

$R_{\triangle ABC}$ - ?

$180^\circ-(\alpha+\beta)+\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}+\cancel{180^\circ}-\alpha-\beta=\cancel{180^\circ}$

$180^\circ-2\alpha-2\beta+\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}=0^\circ$

$180^\circ-1{,}5(\alpha+\beta)=0^\circ$

$\alpha+\beta=120^\circ \Rightarrow \angle B=60^\circ$

$\alpha=60^\circ$, т.к $\angle B=60^\circ$, $\angle E=90^\circ$, $\frac{\alpha}{2}$ тогда 30°.

$\beta=60^\circ$.

$FM=2$
$FH=2$
$HN=11$
$MH=2$

$MN^2=4+121-2\cdot2\cdot11\cdot\cos120^\circ$

$MN^2=125+\frac{44}{2}=$

$=125+22=147$

$MN=\sqrt{147}=7\sqrt{3}$

$AC=14\sqrt{3}$

$2R=\frac{14\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=28$

$R=14.$

$HC=2EN=22$; $HE=\frac{1}{2}HC=11$

$AH=2FM=4$

$AE=AH+HE=4+11=15$

$BC=BE+EC=\frac{22\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}BA$

~~BA=~~

$AE=\frac{BA\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BA=\frac{2AE}{\sqrt{3}}=\frac{30}{\sqrt{3}}=10\sqrt{3}$

$147=3\cdot49=$

$BC=11\sqrt{3}+10\sqrt{3}=21\sqrt{3}$

$S_{\triangle ABC}=\frac{21\sqrt{3}\cdot15}{2}=\cancel{30}\ \frac{315\sqrt{3}}{2}=157{,}5\sqrt{3}$?

~~MN=~~

$2R=\frac{AC}{\sin B}$; $AC=\cancel{\tfrac{1}{2}}\,2MN=$

211007256 (U157366 M1274870)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211007256**

ID профиля: **157366**

Вариант 14

чистовик

N4

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

пусть $x^2=m, y^2=n$, тогда $m\geq 0, n\geq 0$.

$$\begin{cases} 7m+7n-3mn=7 \ (1) \\ m^2+n^2-mn=37 \ (2) \end{cases}$$

(2) $m^2+n^2-mn=37$

$m^2+n^2+2mn-3mn=37$

$(m+n)^2-3mn=37$ (4)

(1) $-3mn=7-7n-7m$

~~$-3mn=7$~~

тогда: подставим результат из (1) во (2):

$(m+n)^2-3mn=37$

$(m+n)^2+7-7n-7m=37$

$(m+n)^2-7(m+n)=30$

$(m+n)^2-7(m+n)-30=0$

пусть $m+n=k$, тогда т.к $m\geq 0, n\geq 0$, то и $k\geq 0$.

$$\begin{cases} k^2-7k-30=0 \ (3) \\ k\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} k=10 \\ k=-3 \end{array}\right. \\ k\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{k=10}$$

(3) $D=49-4\cdot 1\cdot(-30)=120+49=169=13^2>0-2рр$

$k_{1,2}=\frac{7\pm 13}{2}$; $k_1=10$; $k_2=-3$.

т.к $k=10$, то $m+n=10$, подставим в (4):

1

$(m+n)^2-3mn=37$

$100-3mn=37 \Rightarrow mn=21$.

$$\begin{cases} mn=21 \\ m+n=10 \\ m\geq 0, n\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(10-m)=21 \\ n=10-m \\ m\geq 0, n\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-10m+21=0 \ (5) \\ n=10-m \\ m\geq 0, n\geq 0 \end{cases}$$

211007256 (U157366 M1274871)

Чистовик

(N4 продолжение)

(5) $m^2-10m+\cancel{21}^{21}=0$

$\frac{D}{4}=25-21=4>0$ - 2рр

$m_{1,2}=\frac{5\pm2}{1}$; $m_1=3$; $m_2=7$

$\begin{cases} m-10m+21=0 \\ n=10-m \\ m\geq0,\ n\geq0 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m=3 \\ n=7 \end{cases} \\ \begin{cases} m=7 \\ n=3 \end{cases} \end{array}\right.$

значит, т.к. $m=x^2$, $n=y^2$, то:

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2=3 \\ y^2=7 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2=7 \\ y^2=3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=+\sqrt{3} \\ y=\cancel{\pm}\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$;

Ответ: $(\sqrt{3};\sqrt{7})$; $(-\sqrt{3};-\sqrt{7})$; $(\sqrt{3};-\sqrt{7})$; $(-\sqrt{3};\sqrt{7})$; $(\sqrt{7};\sqrt{3})$; $(\sqrt{7};-\sqrt{3})$; $(-\sqrt{7};\sqrt{3})$; $(-\sqrt{7};-\sqrt{3})$.

2

211007256 (U157366 M1274871)

Чистовик

N5 15^2 карточек (разл) числа - от 1 до 15, оди.ст - кр, др - син.

Решение:

1) Всего возможных карточек: $15 \times 15 = 15^2$ - т.е. у нас в наборе есть все возможные.

2) карточек-дублей всего 15 (с числами от 1 до 15) ~~......~~.

3) Карточек, где не встречалось бы какое-то из выбранного нами ~~.....~~ ~~.....~~ дубля: $14 \times 14 = 196$.

4) Вариантов выбора: $196 \times 15 = 2940$

но заметим, что при таком счёте варианты $\underbrace{\text{14-дубль и 15 дубль}}_{\text{1 вар}}$ и $\underbrace{\text{15-дубль, 14-дубль}}_{\text{2 вар}}$

учтены дважды, но при этом они одинаковы, таких случаев: ~~2940~~ $15 \times 14 = 210$.

т.е. вариантов выбора: $2940 - 210 = 2730$.

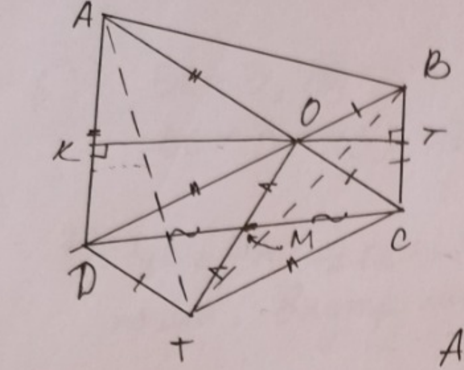
3

Ответ: 2730.

211007256 (U157366 M1274871)

Чистовик

N6



Решение:

1) Поскольку $\triangle AOD$ – правильный (по усл.), то: $AO=OD=AD$ (по опр. р/ст. тр.)

и $\angle AOD=\angle ODA=\angle DAO=60°$. (по св-ву р/ст. тр.: все уг. ~~при осн.~~ $=60°$)

Аналог: $\angle BOC=\angle OCB=\angle CBO=60°$.

2) $OCTD$: $OT \cap DC = M$, $DM=CM$, $OM=TM$ $\}$ => $DOCT$ – паралл. (по призн. паралл.: диаг. пересек. и в т. пересеч. делится пополам.) =>

~~3)~~ => $OD=TC=OA=AD$ (по св-ву паралл.: прот. ст. равн.)

Аналог: $OC=DT=OB=BC$

также: $\angle DOC+\angle ODT=180°$, т.к. $\angle BOC$ и $\angle DOC$ – смеж, (по опр), $\angle BOC=60°$, то: ~~∠DO~~ по ~~...~~ т. о смеж. уг.: $\angle BOC+\angle DOC=180°$ => $\angle DOC=120°$.

Тогда: $\angle ODT=60°$. Аналог: $\angle OCT=60°$. и $\angle DTC=120°$.

3) $\triangle ADT$ и $\triangle TCB$: $BC=DT$, $AD=TC$, $\angle ADT=\angle ADO+\angle ODT=$

$=\angle OCB+\angle OCT=\angle BCT=120°$, тогда:

$\triangle ADT=\triangle TCB$ (по 2 ст. и уг. между ними). => $AT=TB$ (как соотв. ст. равн. тр.)

4

$\angle DAT=\angle BTC$, $\angle DTA=\angle TBC$. (как соотв. уг. равн. тр.)

4) По т. о сумме уг. тр. для $\triangle ADT$:

$$\left.\begin{array}{l}\angle DAT+\angle DTA+\angle ADT=180° \\ \angle ADT=120°\end{array}\right\} \Rightarrow \angle DAT+\angle DTA=60°$$

$\angle DAT=\angle BTC$ $\}$ =>

=> $\angle ATB=\angle DTC-(\angle ATD+BTC)=120°-60°=60°$;

5) $\triangle ATB$: $AT=BT$, $\angle ATB=60°$ => $\boxed{\triangle ATB \text{ – р/ст}}$ (по призн. р/ст. тр.: 2 ст. равны и один из уг. $=60°$).

Чистовик

(N6 продолжение)

6) $BC = 3,\ AD = 4$

$BC = DT = 3;\ AD = TC = 4.$

7) т.к $\angle DAO = \angle OCB = 60^\circ \Rightarrow AD \parallel BC$ (по призн. парал. прям: внутр накр. леж. уг равн.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow ABCD$ - трапец. (по опр. трапец)

8) Найдём её высоту TK: $TK = OK + OT;$

$OK = \frac{AO\sqrt{3}}{2} = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2}$

$OT = \frac{BO\sqrt{3}}{2} = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow TK = \frac{7\sqrt{3}}{2}.$

$S_{ABCD} = \frac{7\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4+3}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{4}.$

5

~~S_{ABT}~~

9) по т. косинусов, ΔADT:

$AT^2 = AD^2 + DT^2 - 2AD \cdot DT \cdot \cos\angle ADT$

$AT^2 = 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$AT^2 = 25 - 24 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 25 + 12 = 37$

По формуле: $S_{\Delta ABT} = \frac{AT^2\sqrt{3}}{4} = \frac{37\sqrt{3}}{4} = 9{,}25\sqrt{3}.$

$\frac{S_{\Delta ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{37\sqrt{3}}{4} : \frac{49\sqrt{3}}{4} = \frac{37}{49}.$

Ответ: а) док. см. в реш., б) $\frac{37}{49}$.

Черновик

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7m+7n-3mn=7 \\ m^2+n^2-mn=37 \end{cases}$$

$(m^2+n^2+2mn)-3mn=37$

$(m+n)^2-3mn=37$

$-3mn=7(1-m-n)$

$(m+n)^2+7-7(m+n)=37$

$t^2-7t=30$

$t^2-7t-30=0$

~~$x_1+x_2=7$~~

~~$x_1 \cdot x_2=30$~~

$D=49-4\cdot1\cdot(-30)=$

$=120+49=169=13^2>0$ - 2рр

$t_{1,2}=\frac{7\pm13}{2}$; $\frac{20}{2}=10$; -3 ✗

$m+n=10$

$100-3mn=37$

$3mn=63$

$mn=21$

$$\begin{cases} m+n=10 \\ mn=21 \\ m\geq0 \\ n\geq0 \end{cases}$$

$m=10-n$

$n(10-n)=21$

$n^2-10n+21=0$

$\frac{D}{4}=25-1\cdot21=4>0$ - 2рр

$n_{1,2}=\frac{+5\pm2}{1}$; $n_1=7$

$n_2=3$

$m=3$

$m=7$

$(\pm\sqrt{3};\pm\sqrt{7})$ и $(\pm\sqrt{7};\pm\sqrt{3})$.

211007256 (U157366 M1274871)

Черновик

№4 $\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$

пусть $x^2=m,\ y^2=n,\ m\geq 0,\ n\geq 0$

$\begin{cases} 7m+7n-3mn=7 \\ m^2+n^2-mn=37 \end{cases}$

$3mn=7(m+n-1)$

$mn=\frac{7}{3}(m+n-1)$

$m^2+n^2-\frac{7}{3}m-\frac{7}{3}n+\frac{7}{3}=37$

$m^2-2\cdot\frac{7}{6}m+\frac{49}{36}+n^2-2\cdot\frac{7}{6}n+\frac{49}{36}=35\frac{2}{3}$

$\frac{49}{36}\cdot 2=\frac{49}{18}=2\frac{13}{18};$

$\begin{array}{r} 49 \\ -36 \\ \hline 13 \end{array}$ $\quad (m-\frac{7}{6})^2+(n-\frac{7}{6})^2=35\frac{2}{3}+2\frac{13}{18}$ $\quad \begin{array}{r} 40 \\ \times 40 \\ \hline 1600 \end{array}$

$1465=5\cdot 2813$

$\begin{array}{r} 90 \\ +21 \\ \hline 111 \end{array}$

$(m+n)^2+mn=37$

$3(m+n)^2+3mn=111$

$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 236 \\ 118 \\ \hline 1416 \\ +\ 49 \\ \hline 1465 \end{array}$

$3mn=7(m+n-1)$

$3t^2+7t-118=0$

$3(m+n)^2+7(m+n-1)=111$

$D=49-4\cdot 3\cdot(-118)=$

$3t^2+7t-7=111$

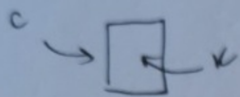
$=49+12\cdot 118=$

$3t^2+7t=118$

$=1416+49=1465$:(

Черновик

15^2 карточек



~~ячеек~~ карт - дублей 15.

$15 \times 196 = 2 \cdot 15 \cdot 98 = 30 \cdot 98 = 2940 - 210 =$
$= 2730$

$$\begin{array}{r} {}^{2}\\ 98 \\ \times\ 3 \\ \hline 2940 \end{array}$$

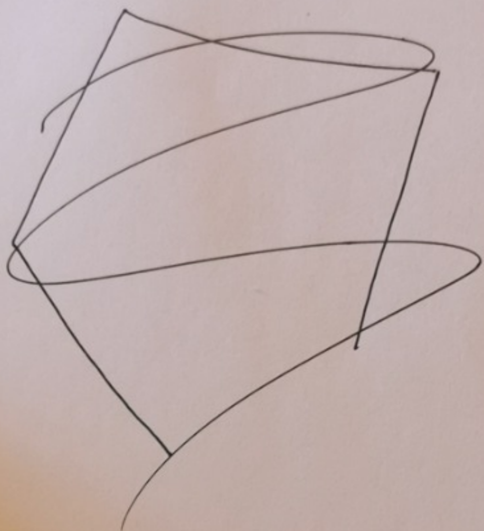
15−15 и 14−14

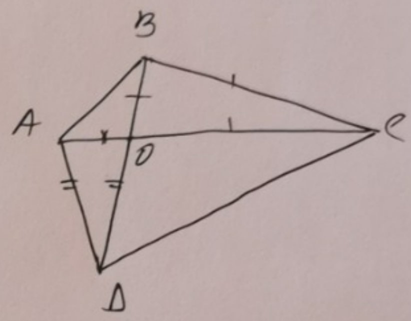
$15 \cdot 14 = 30 \cdot 7 = 210.$

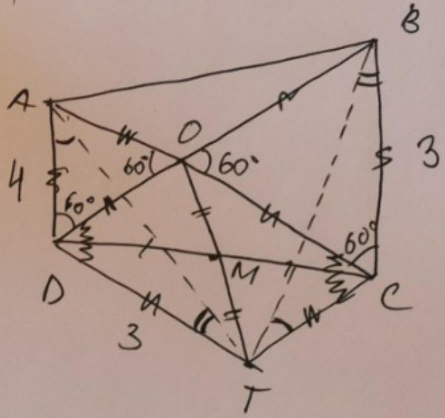
$14 \times 14 = 196$

	с к
15−15	13−14
	с к
15−15	14−13

N6 ~~Чистовик~~ Черновик







$h = h_1 + h_2 = \frac{4\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{7\sqrt{3}}{2}$

$\frac{7\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{49\sqrt{5}}{4}$

По т. кос:

$\triangle ADT$:

$AT^2 = 16 + 9 - 24 \cdot 3 \cdot \cos 120°$

$AT^2 = 25 - 24 \cdot (-\frac{1}{2})$

$AT^2 = 25 + 12 = 37$

$AT = \sqrt{37}$

$S_{\triangle ADT} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{37\sqrt{3}}{4}$

211007256 (U157366 M1274871)