Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211006771**

ID профиля: **157852**

Вариант 14

Чистовик

№1 (продолжение)

Ответ: 60°; $120\sqrt{3}$; 14.

Чистовик ③

№2

~~Пусть~~ Обозначим:

a_{min} - наименьшее число

a_{max} - наибольшее число

S - сумма всех чисел, без a_{min} и a_{max}.

Тогда:

По условию $S + 30a_{min} + a_{max} = 450$

$S + 14a_{max} + a_{min} = 450$

$\Downarrow$

$29a_{min} = 13a_{max}$

$a_{min}, a_{max} \in \mathbb{N} \Rightarrow$ т.к. 29 и 13 взаимно просты, то

$\begin{cases} a_{min} \vdots 13 \\ a_{max} \vdots 29 \end{cases} \Rightarrow a_{min} \geqslant 13$

Пусть $a_{min} > 13 \Rightarrow a_{min} \geqslant 26$, т.к. $a_{min} \vdots 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow S + 30a_{min} + a_{max} \geqslant 30a_{min} \geqslant 30 \cdot 26 > 450 \Rightarrow W \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Предположение неверно $\Rightarrow a_{min} \leq 13$, $a_{min} \geqslant 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_{min} = 13 \Rightarrow$ т.к. $29a_{min} = 13a_{max}$, то

$a_{max} = 29$. $\Rightarrow$ Все остальные числа больше 13 и меньше 29, они все различны.

$S = 450 - 30a_{min} - a_{max} = 450 - 30 \cdot 13 - 29 =$

$= 60 - 29 = 31$

Заметим, что одного числа, кроме a_{min} и a_{max} не хватит, т.к. оно меньше 29, а 3 числа будут давать сумму не менее $42 > 31$, т.к. каждое из них не менее 14. $\Rightarrow$ Возможны только 2 числа, помимо a_{min} и a_{max}. Пусть это числа x и y,

$\begin{cases} x+y = 31 \\ x \neq y \\ 13 < x, y < 29 \end{cases}$ Пусть $x \leq y$, т.к. $x \neq y$, то $x < y$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow x \geqslant 14$, $y \geqslant 15$. Рассмотрим варианты возможных x:

$x = 14 \Rightarrow y = 17$ - подходит

$x = 15 \Rightarrow y = 16$ - подходит

$x \geqslant 16 \Rightarrow y \geqslant 17 \Rightarrow x + y \geqslant 33 > 31$ - не подходит. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Возможны только 2 варианта: $x = 14$; $y = 17$ и $x = 15$; $y = 16$.

Ответ: 13, 14, 17, 29 или 13, 15, 16, 29.

Чистовик

④

№3

Рассмотрим уравнение, которому удовлетворяют координаты точки A:

$2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$

$x^2+x(2a-2y)+(2a^2+2y^2)=0$

$D=(2a-2y)^2-4\cdot1\cdot(2a^2+2y^2)=4a^2+4y^2-8ay-8a^2-8y^2=$

$=-4(a^2+2ay+y^2)=-4(a+y)^2.$

Точка A существует по условию $\Rightarrow$ Есть решение $\Rightarrow$

$\Rightarrow D\geq0 \Rightarrow -4(a+y)^2\geq0 \Rightarrow (a+y)^2\leq0 \Rightarrow a+y=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-a$

$X=\frac{2y-2a}{2}=y-a=-2a \Rightarrow$ координаты точки A $(-2a;-a)$

Рассмотрим уравнение окружности с центром в точке B:

$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0$

При $a=0$, ~~уравнение~~ уравнение превращается в $9=0$, что неверно $\Rightarrow a\neq0$.

$a^2\geq0,\ a\neq0 \Rightarrow a^2>0 \Rightarrow$

$x^2+y^2-2ax-6\frac{x}{a}-2y+a^2+\frac{9}{a^2}=0$

Рассмотрим вид уравнения окружности с центром в B и радиусом R:

$(x-B_x)^2+(y-B_y)^2=R$

$x^2+y^2+B_x^2+B_y^2-2xB_x-2yB_y=R \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+y^2-2x\cdot\left(a+\frac{3}{a}\right)-2y\cdot1+\left(a+\frac{3}{a}\right)^2+1^2=7 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} B_x=a+\frac{3}{a} \\ B_y=1 \end{cases} \Rightarrow$ Чтобы A и B находились по разные стороны, нужно, чтобы одно из чисел A_x и B_x было меньше 4, а другое больше.

1) $A_x<4<B_x$

$-2a<4<a+\frac{3}{a}$

$\Downarrow$

$a>-2$

$4<a+\frac{3}{a} \Rightarrow$ при $a<0$, $a+\frac{3}{a}<0<4 \Rightarrow a>0$

$4a<a^2+3 \Rightarrow a^2-4a+3>0$

$D=16-4\cdot1\cdot3=4 \Rightarrow a_{1,2}=\frac{4\pm2}{2} \Rightarrow \begin{cases} a_1=1 \\ a_2=3 \end{cases}$

Чистовик

№3 (продолжение)

Парабола ветвями вверх => больше нуля при:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a<1 \\ a>3 \end{array}\right. \\ a>-2 \end{cases} \Rightarrow a\in(-2;1)\cup(3;\infty)$$

2) $A_x > 4 > B_x$

$a+\frac{3}{a} < 4 < -2a$

$\Downarrow$

$a<-2$

$a+\frac{3}{a}<4$

при $a<0$, это верно

пусть $a>0 \Rightarrow a^2+3<4a$

$a^2-4a+3<0$

меньше нуля между корнями.

$\Downarrow$

$$\begin{cases} 1<a<3 \\ a<-2 \end{cases} \Rightarrow a\in\varnothing$$

Ответ: $a\in(-2;1)\cup(3;\infty)\cup(-\infty;-2)$

A(x,y) $2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$ Черновик

$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0$

1) $2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$

$x^2+(2a-2y)x+(2a^2+2y^2)=0$

$D=(2a-2y)^2-4\cdot1\cdot(2a^2+2y^2)=$

$=4a^2+4y^2-8ay-8a^2-8y^2=$

$=-(4a^2+8ay+4y^2)=$

$=-4(a^2+2ay+y^2)=-4(a+y)^2\le0$

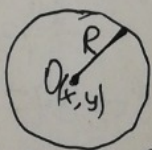
$\Rightarrow D\le0\Rightarrow D=0\Rightarrow a+y=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{2y-2a\pm\sqrt{0}}{2}=y-a=-2a$

$\begin{cases}x=-2a\\y=-a\end{cases}$

2) $a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0$

$x^2+y^2-2ax-6\frac{x}{a}-2y+a^2+\frac{9}{a^2}=0$



$x^2+y^2-2x\underbrace{\left(a+3\frac{1}{a}\right)}_{O_x}-2y\cdot\underbrace{1}_{O_y}+a^2+\frac{9}{a^2}=0$

$x^2+y^2=9$

$\left(a+3\frac{1}{a}\right)^2+1^2=$

$=a^2+\frac{9}{a^2}+2\cdot3+1^2=a^2+\frac{9}{a^2}+7$

$x^2+y^2-2x\left(a+3\frac{1}{a}\right)-2y\cdot1+\left(a+3\frac{1}{a}\right)^2+1^2=7$

$(x-O_x)^2+(y-O_y)^2=R$

$x^2+y^2+O_x^2+O_y^2-2xO_x-2yO_y=R$

$\begin{cases}O_x=a+3\frac{1}{a}\\O_y=1\end{cases}$

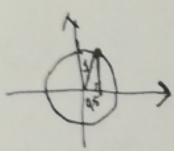
1) $-2a<4<a+3\frac{1}{a}$

$4<a+3\frac{1}{a}$ $\quad D=16-4\cdot1\cdot3=$ $=4$

$4a<a^2+3$ $\quad a=\frac{-4\pm2}{2}\nearrow -1,\ \searrow -3$

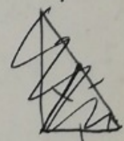
$a^2+4a+3>0$

$a>-1$ $\Leftarrow$ $\begin{cases}a>-2\\ \left[\begin{array}{l}a>-1\\a<-3\end{array}\right.\end{cases}$



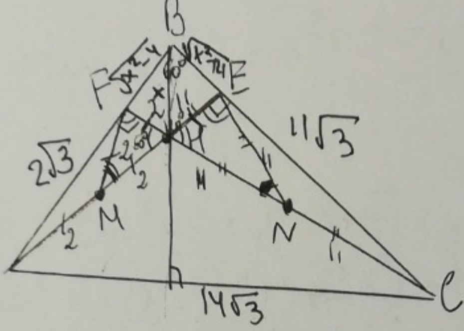
$1^2-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Черновик



$\frac{14\sqrt{3}}{\sin(60^\circ)}=2R$

$R=\frac{7\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\cdot 2=14$



$(2\sqrt{3})^2+24^2=$
$=12+24^2=$
$=12\cdot(1+48)=12\cdot 49$
$AC=7\sqrt{12}=14\sqrt{3}$

$\sqrt{x^2-4}$

$4^2-2^2=12$

$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$S=\frac{1}{2}(2\sqrt{3}+\sqrt{x^2-4})\cdot 24$

$S=\frac{1}{2}(\sqrt{x^2-121}+11\sqrt{3})\cdot 15$

$22^2-11^2=4\cdot 11^2-11^2=3\cdot 11^2$

$48\sqrt{3}+24\sqrt{x^2-4}=165\sqrt{3}+15\sqrt{x^2-121}$

$11\sqrt{3}$

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$

$11^2\cdot 3+15^2$

$a_1 \to 30a_1$ $S=450$

$a_n \to 14a_n$ $S=450$

$3(11^2+15\cdot 5)=$
$=3(121+75)=$
$=3\cdot 196=$

$S+29a_1=S+13a_n=450$

$14\sqrt{3}$

$29a_1=13a_n$

$\Downarrow$

$a_1 \vdots 13$, $a_n \vdots 29 \Rightarrow a_1 \geq 13$

$a_n \geq 29$

$\Downarrow$

$29a_1 \geq 29\cdot 13=377$

$29\cdot 13=87+290=377$

$a_1 \vdots 13$

a_1:	13	$30\cdot 13=390$
	14	$30\cdot 14=420$

15 $30\cdot 15=450$ ×

$S \leq 450-377=73$

$a_1+a_n \geq 42$ 31

$a_1=14 \Rightarrow 30\cdot 14=420$

$\Downarrow$

$a_2+a_3+\ldots+a_n=30$

$a_n \vdots 29$, $a_n \geq 29 \Rightarrow a_n=29$ есть

$\Downarrow$

$a_2+a_3+\ldots+a_{n-1}=1$ а не нат. число

$a_1=13$

$a_2+\ldots+a_n=60$

$29a_1=13a_n$

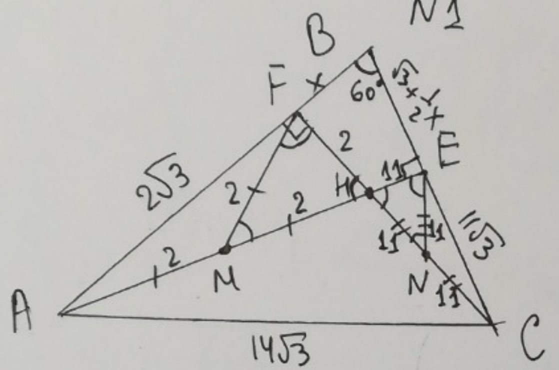
$\Downarrow$

$a_n=29 \Rightarrow a_2+\ldots+a_{n-1}=31$ одного не хватит

$13<a_2,\ldots,a_{n-1}<29$ 14, 17 15, 16

Чистовик

№1



$\angle AFH = 90°$, FM - медиана в ΔAFH к гипотенузе $\Rightarrow$
$\Rightarrow AM = FM = MH = 2$

$\angle CEH = 90°$, EN - медиана в ΔHEC к гипотенузе $\Rightarrow$
$\Rightarrow HN = EN = NC = 11$

$FM \parallel EN \Rightarrow \angle FME = \angle MEN \Rightarrow \angle FMH = \angle HEN$

$EN = NH \Rightarrow \angle HEN = \angle EHN$

$\angle EHN = \angle FHM$

$\angle FHM = \angle HFM$, т.к. $HM = FM$

$\angle MFH = \angle HNE$, т.к. $FM \parallel EN$

$\Rightarrow \angle FMH = \angle MHF = \angle HFM = \frac{180°}{3} = 60° \Rightarrow \Delta MFH$ - равносторонний

Аналогично, ΔHEN - равносторонний $\Rightarrow FH = FM = HM = 2$

$\Rightarrow HN = EN = HE = 11$

$\angle FHE = 180° - \angle FHM = 120°$

$\angle BFH + \angle BEH = 180° \Rightarrow \angle FBE + \angle FHE = 180° \Rightarrow \angle FBE = \angle ABC = 60°$

По теореме Пифагора для ΔAFH, $AF^2 + FH^2 = AH^2 \Rightarrow AF = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}$

По теореме Пифагора для ΔHEC, $HE^2 + EC^2 = HC^2 \Rightarrow EC = \sqrt{4 \cdot 11^2 - 11^2} = 11\sqrt{3}$

По тереме Пифагора для ΔAFC, $AF^2 + FC^2 = AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{12 + 24^2} = \sqrt{12 \cdot 49} = 14\sqrt{3}$

По теореме синусов, $\frac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R$, где R - радиус описанной окр. ΔABC

$\Rightarrow R = \frac{7\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 14$

Пусть $FB = x$. Тогда $BE = \frac{1}{2}(2\sqrt{3} + x)$, т.к. ΔABE - прямоугольный; $\angle BAE = 30°$.

По теореме Пифагора для ΔBFH и ΔBEH, получим, что

$x^2 + 2^2 = (\sqrt{3} + \frac{1}{2}x)^2 + 11^2 \Rightarrow x^2 + 4 = 3 + \frac{1}{4}x^2 + \sqrt{3}x + 121 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3}{4}x^2 - \sqrt{3}x - 120 = 0 \Rightarrow D = 3 - 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot (-120) = 3 + 360 = 363 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{363}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{3} \cdot 11}{\frac{3}{2}}$; $x \geq 0 \Rightarrow x = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} \cdot 24 = 120\sqrt{3}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211006771**

ID профиля: **157852**

Вариант 14

Чистовик ①

№4

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

$$(x^4+y^4-x^2y^2)-(7x^2+7y^2-3x^2y^2)=30$$

$$x^4+y^4+2x^2y^2-7(x^2+y^2)=30$$

$$(x^2+y^2)(x^2+y^2-7)=30$$

$$a=x^2+y^2$$

$$a(a-7)=30$$

$$a^2-7a-30=0$$

$$D=49-4\cdot1\cdot(-30)=169$$

$$a_{1,2}=\frac{7\pm13}{2}; \quad a\geq0,\ \text{т.к. } a=x^2+y^2$$

$$\Downarrow$$

$$a=\frac{7+13}{2}=10$$

$$\Downarrow$$

$$x^2+y^2=10 \Rightarrow 7(x^2+y^2)-3x^2y^2=7$$

$$70-3x^2y^2=7$$

$$3x^2y^2=63$$

$$\begin{cases} x^2y^2=21 \\ x^2+y^2=10 \end{cases} \Rightarrow$$

~~Без ограничения общности будем считать, что $x^2\geq y^2$ =>~~

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2=7 \\ y^2=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2=3 \\ y^2=7 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\pm\sqrt{7} \\ y=\pm\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\pm\sqrt{3} \\ y=\pm\sqrt{7} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(\sqrt{7};\sqrt{3})$; $(\sqrt{7};-\sqrt{3})$; $(-\sqrt{7};\sqrt{3})$; $(-\sqrt{7};-\sqrt{3})$; $(\sqrt{3};\sqrt{7})$; $(\sqrt{3};-\sqrt{7})$; $(-\sqrt{3};\sqrt{7})$; $(-\sqrt{3};-\sqrt{7})$.

Чистовик ②

№5

~~Дубль карточка Ас кар~~

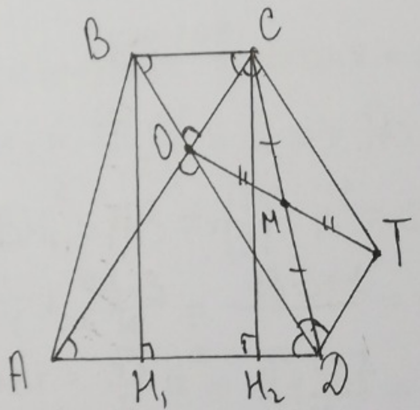
Всего 15 дублей => 15 способов получить дубль на одной карточке. На второй карточке не должно быть чисел с первой карточки, то есть числа, которое написано на обеих сторонах первой карточки, т.к. первая карточка — дубль. Из 15^2 карточек лишь 15 имеют это число на синей стороне и 15 на красной стороне. Однако на одной карточке-дубле это число было и на синей, и на красной стороне одновременно. => Всего 29 карточек, которые нельзя брать. => Способов выбрать вторую карточку 15^2-29 => Способов вытащить обе карточки

$15\cdot(15^2-29)=15\cdot(225-29)=15\cdot196=15\cdot(200-4)=3000-60=$
$=2940$

Ответ: 2940.

Чистовик

№36



$\Delta ABC = \Delta DCB$, т.к. BC - общая, $AC = AO + OC = DO + OB = BD$, $\angle BCA = \angle CBD$.

$\Rightarrow$ ~~∠BAD = ∠BAD~~ $\angle BAC = \angle CDB \Rightarrow \angle BAD = \angle CDA$.

$\angle CBD = \angle ADB \Rightarrow BC \parallel AD \Rightarrow ABCD$ - трапеция

$\angle BAD = \angle CDA \Rightarrow$ ~~трапеция~~ $ABCD$ - равнобедренная трапеция. $\Rightarrow$

$\Rightarrow ABCD$ - вписанный четырёхугольник.

O симметрична T относительно середины $CD \Rightarrow$

$\Rightarrow OCTD$ - параллелограмм. $\Rightarrow \angle COD = \angle CTD$

$\angle COD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \angle CTD = 120^\circ \Rightarrow \angle OCT = \angle ODT = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\Rightarrow BD \parallel CT$, $\angle CBD = \angle BDT \Rightarrow BCTD$ - равнобедренная трапеция $\Rightarrow$

$\Rightarrow BCTD$ - вписанный четырёхугольник.

$\Rightarrow A, B, C, D, T$ на одной окружности. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAT = \angle BDT = 60^\circ$; $\angle ATB = \angle ACB = 60^\circ$; $\angle ABT = \angle ACT = 60^\circ$ - вписанные углы; опираются на одну дугу. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta ABT$ - правильный.

$BC = 3$; $AD = 4 \Rightarrow AC = AO + OC = BC + AD = 3 + 4 = 7 \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{CDA} = \frac{1}{2} BC \cdot CA \cdot \sin\angle BCA + \frac{1}{2} AC \cdot AD \cdot \sin\angle CAD =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$$

Пусть $AB = a$. $\Rightarrow S_{ABT} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

Расстояние h между BC и AD равно $h = \frac{2S_{ABCD}}{BC + AD} = \frac{\frac{49\sqrt{3}}{2}}{7} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Пусть BH_1 - высота из B на AD. $\Rightarrow BH_1 = h$; CH_2 - высота из C на AD. $\Rightarrow CH_1 = h$

Чистовик ④

№6 (продолжение)

$H_1H_2 = BC = 3$

$ABCD$ - равнобедренная трапеция $\Rightarrow AB = CD$; $BH_1 = CH_2 \Rightarrow AH_1 = DH_2$

$AH_1 = DH_2 = \frac{AD - BC}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ По теореме Пифагора

$AH_1^2 + BH_1^2 = AB \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + h^2 = a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} + h^2 = \frac{1}{4} + \left(\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2 =$

$= \frac{1}{4} + \frac{49 \cdot 3}{4} = \frac{49 \cdot 3 + 1}{4} = \frac{147 + 1}{4} = \frac{148}{4} = 37 \Rightarrow a = \sqrt{37}$

$\Rightarrow S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3} \cdot 37}{4} = \frac{37\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{37\sqrt{3}}{4}}{\frac{49\sqrt{3}}{4}} = \frac{37}{49}$

Ответ: $\frac{37}{49}$.

211006771 (U157852 M1277455)

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

$$x^4+y^4+2x^2y^2-7(x^2+y^2)=30$$

$$(x^2+y^2)(x^2+y^2-7)=30$$

$$a(a-7)=30$$

$$a^2-7a=30$$

$$a^2-7a-30=0$$

$\cancel{x^4}+\cancel{y^4}$

$$\begin{cases} 7a+7b-3ab=7 \\ a^2+b^2-ab=37 \end{cases}$$

$$a^2+b^2-7a-7b+2ab=30$$

$$(a+b)^2-7(a+b)=30$$

$$(a+b)(a+b-7)=30$$

$$a+b-\frac{3}{7}ab=1$$

$$a^2+b^2-ab=37$$

$$37a+37b-\frac{3\cdot 37}{7}ab=37$$

$$a^2+b^2-ab=37$$

111 104

$$a^2+b^2-37(a+b)+\frac{3\cdot 37-7}{7}ab=0$$

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

$$\cancel{7x^2+7y^2-3x^2y^2=7}$$
$$\cancel{7x^2-3y^2\cdot x^2+7y^2-7=0}$$
$$\cancel{D=9y^4-4\cdot 7\cdot(7y^2-7)=}$$
$$\cancel{=9y^4-196y^2-196}$$

$$7a+7b-3ab=7$$
$$a(7-3b)=7-7b$$
$$a=\frac{7-7b}{7-3b}$$

$$a^2+b^2-ab=37$$
$$a^2-ab+(b^2-37)=0$$
$$D=b^2-4\cdot 1\cdot(b^2-37)=b^2-4b^2+37\cdot 4=$$
$$=-3b^2+37\cdot 4$$
$$a=\frac{-b\pm\sqrt{-3b^2+37\cdot 4}}{2}=\frac{7-7b}{7-3b}$$
$$\left(\frac{7-7b}{7-3b}\right)^2+b^2-b\frac{7-7b}{7-3b}=37$$

$$\cancel{(7-7b)^2+b^2(7-7b)(7-3b)=37(7-3b)^2}$$
$$\cancel{49+49b^2-98b+b^2(49}$$

$$(7-7b)^2+b(7-7b)(7-3b)+(b^2-37)(7-3b)^2=0$$
$$49\left(b^2+1-2b+b(1-b)(7-3b)\right)+(b^2-37)(49+9b^2-42b)=0$$

15^2 кр − син.

$1 \dots 15$

$\frac{1}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \dots$

30 $\quad 25^2 \quad 23^2$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ +46 \\ \hline 529 \end{array}$$

24

589

15 дублей

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \end{array}$$

$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$

$15 \cdot (15^2 - 29)$

$49 \cdot 12 =$

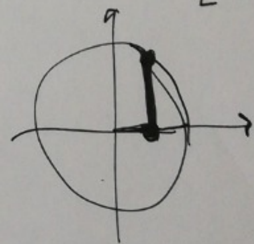
$= 50 \cdot 12 - 12 =$

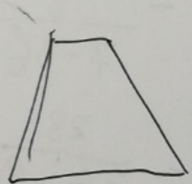
$= 600 - 12 = 588$

$4a^2 = 589$

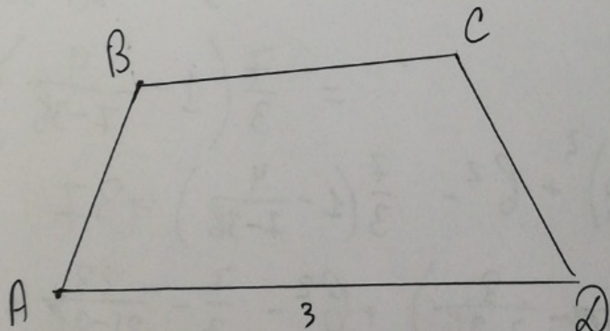
$$\begin{array}{r} \times 196 \\ 15 \\ \hline 980 \\ 196 \\ \hline 2940 \end{array}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{3{,}5\sqrt{a^2 - \frac{1}{4}}}$$





$\frac{1}{2}(BC + AD) \cdot h$

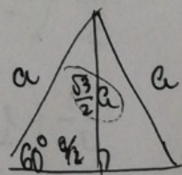


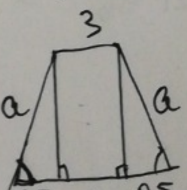
~~a a cos 60~~ a

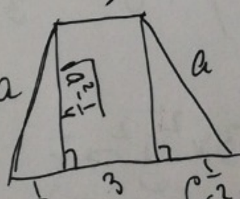
$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$a^2 = \frac{589}{4}$

$\frac{\sqrt{3}\, 589}{16}$





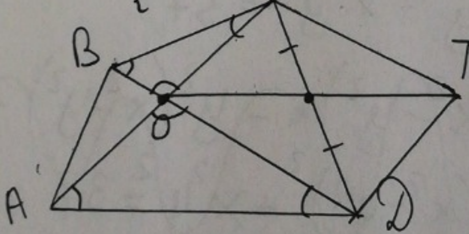


$\sqrt{a^2 - \frac{1}{4}}$

$\frac{3+4}{2} \cdot \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}}$

$\frac{7}{2}$ ~~3,5~~ $\sqrt{a^2 - \frac{1}{4}} = 49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{3+4}{2}$



$\sqrt{a^2 - \frac{1}{4}} = \frac{2 \cdot 7 \cdot \sqrt{3} \cdot 7}{7 \cdot 2} =$

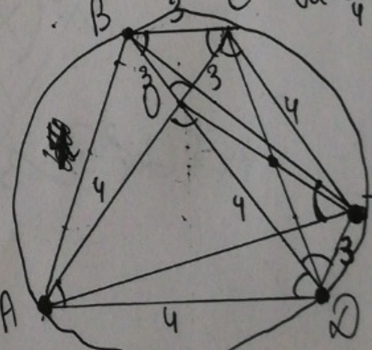
$= 7\sqrt{3}$

$a^2 - \frac{1}{4} = 49 \cdot 3$

$a^2 = 49 \cdot 3 - \frac{1}{4}$

$4a^2 - 1 = 49 \cdot 12$

$4a^2 = 49 \cdot 12 + 1$



$49 \cdot \sin 60°$

$49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$3 \cdot 7 \cdot \sin 60°$

$+$

$4 \cdot 7 \cdot \sin 60°$

$$\begin{cases} 7a+7b-3ab=7 \\ a^2+b^2-ab=37 \end{cases}$$

$\frac{21}{3}$

$\cancel{a+b-\frac{3}{7}ab=1}$

$\frac{49}{3}-7b-\frac{28}{3}$

$\cancel{a\left(1-\frac{3}{7}b\right)=1-b}$

$a(7-3b)=7-7b$

$$a=\frac{7-7b}{7-3b}=\frac{\frac{7}{3}(7-3b)-\frac{28}{3}}{7-3b}=$$

$$=\frac{7}{3}-\frac{\frac{28}{3}}{7-3b}=$$

$$=\frac{7}{3}-\frac{28}{3(7-3b)}=$$

$$=\frac{7}{3}\left(1-\frac{4}{7-3b}\right)$$

$$\frac{49}{9}\left(1-\frac{4}{7-3b}\right)^2+b^2-\frac{7}{3}\left(1-\frac{4}{7-3b}\right)=37$$

$$\frac{49}{9}\left(1+\frac{16}{(7-3b)^2}-\frac{8}{7-3b}\right)+b^2-\frac{7}{3}-\frac{28}{21-9b}=37$$

$$7x^2+7y^2-3x^2y^2=7$$

$$x^4+y^4-x^2y^2=37$$

$$x^2(x^2-y^2)-y^2(x^2-y^2)+x^2y^2=37$$

$$(x^2-y^2)^2+x^2y^2=37$$

$\cancel{7x^4+7x^2y^2-3x^4y^2=7x^2}$