Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211006570**

ID профиля: **211438**

Вариант 14

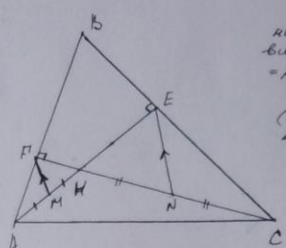
Чистовик

№1

Дано:
ΔABC - остроуг.
CF и AE - высоты,
$CF \cap AE = H$;
$M \in AH$, $MA = AH$,
$N \in CH$, $CN = NH$;
$FM = 2$, $EN = 11$,
$FM \parallel EN$;

Найти: $\angle ABC$, S_{ABC}, R - ?

Решение:



Поскольку ΔFHA и ΔHEC прямоугольные, медианы в них равны половине гипотенузы. Значит, $FM = AM = MH = 2$ и $EN = HN = NC = 11$.

$\Delta FMH \sim \Delta NEH$ по 2-м углам ($\angle FHM = \angle EHN$ как вертикальные; $\angle FMH = \angle HEN$ как накрест лежащие при $FM \parallel NE$ и секущей ME).

Значит, из подобия следует, что $\frac{FM}{EN} = \frac{MH}{HE}$. Поскольку $FM = MH$, $EN = HE$. Значит, ΔHEN - равносторонний (и ΔFMH тоже равносторонний, т.к. эти треугольники подобны). Следовательно $\angle FHM = \angle EHN = 60°$, т.е. $\angle FHE = 120°$, т.к. $\angle FHM$ и $\angle FHE$ смежные. Значит, $\angle FBE (\angle ABC) = 360° - 90° - 90° - 120° = 60°$ (рассмотрен четырёхугольник $FHEB$).

Также из равносторонности ΔFMH и ΔHEC следует, что $\angle FAH = \angle ECH = 30°$. Значит, по свойству угла в $30°$ в прямоугольном треугольнике ΔABE (и ΔCFB) $BE = \frac{1}{2} AB$ ($BF = \frac{1}{2} BC$). Рассмотрим один из треугольников ΔABE и ΔCFB. ~~и найдём для него сторону AB и BC соответственно~~

Пусть это будет ΔABE. Пусть $BE = x$. Тогда $AB = 2x$. По теореме Пифагора

$$AE^2 + BE^2 = AB^2 \Leftrightarrow (AM + MH + HE)^2 + x^2 = 4x^2 \Leftrightarrow (2+2+11)^2 = 3x^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 15^2 = 3x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{15^2}{3}} = \sqrt{15 \cdot 5} = 5\sqrt{3}.$$ Значит, $AB = 2 \cdot 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$.

Аналогично рассматривая ΔCFB, получаем, что $BF = \sqrt{\frac{24^2}{3}} = \sqrt{24 \cdot 8} = 8\sqrt{3}$, т.е. $BC = 16\sqrt{3}$.

Если ~~же~~ теперь мы рассмотрим ΔAEC, то мы можем по теореме Пифагора найти AC:

$$AC = \sqrt{AE^2 + EC^2} = \sqrt{AE^2 + (BC - BE)^2} = \sqrt{15^2 + (16\sqrt{3} - 5\sqrt{3})^2} = \sqrt{225 + 121 \cdot 3} = \sqrt{588} = 14\sqrt{3}$$

Благодаря тому, что мы нашли все стороны ΔABC, мы можем найти оставшиеся искомые величины:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} \cdot 24 = 120\sqrt{3}; \quad R = \frac{16\sqrt{3} \cdot 14\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3}}{4 \cdot 120\sqrt{3}} = 14$$

$\cancel{R = \frac{S_{ABC}}{4 AB \cdot BC \cdot AC} = \frac{120\sqrt{3}}{4 \cdot 10\sqrt{3} \cdot 14\sqrt{3} \cdot 16\sqrt{3}} = \frac{1}{4 \cdot 8 \cdot 16}}$

Ответ: $\angle ABC = 60°$; $S_{ABC} = 120\sqrt{3}$; $R = 14$

№2 Чистовик

Обозначим эти числа за $a_1, a_2, \dots, a_n$ так, чтобы с увеличением индекса число тоже увеличивалось, т.е. $a_1 < a_2 < \dots < a_n$.

По условию нам известно, что

$$\begin{cases} 30a_1 + a_2 + \dots + a_n = 450 \\ a_1 + a_2 + \dots + 14a_n = 450 \end{cases}$$

Вычтем из одного другое. Получим, что

$$29a_1 - 13a_n = 0$$

$$29a_1 = 13a_n$$

Значит, $a_1 = 13k$, $a_n = 29k$, где $k \in N$.

Теперь можно записать систему по-другому:

$$13k + \dots + 29k + 29 \cdot 13k = 450.$$

$$13k + \dots + 29k + 377k = 450$$

Тут записано сразу два условия, т.к. $\underbrace{13k + 29 \cdot 13k = 30 \cdot 13k}_{(30a_1)}$ и $\underbrace{29k + 13 \cdot 29k = 14 \cdot 29k}_{(14a_n)}$.

Заметим, что если $k > 1$, то $13k + \dots + 29k + 377k > 377 \cdot 2 > 450$. Значит, $k = 1$ ($k \neq 0$, т.к. иначе $0 = 450$)

$$13 + \dots + 29 + 377 = 450$$

$$13 + \dots + 29 = 450 - 377$$

$$13 + \dots + 29 = 73.$$

Осталось подобрать все возможные варианты чисел, каждое из которых больше 13 и меньше 29 ~~так, чтобы~~ и их сумма равна $73 - 29 - 13 = 31$.

Заметим, что числа, большие 18, не будут входить в последовательность, т.к. $31 - 19 = 12 < 13$. Также больше 2-х чисел не будет, т.к. $14 + 15 + 16 = 45 > 31$. Значит, единственно возможные варианты — это 17 и 14 и 15 и 16.

Проверим наши результаты.

$$13 \cdot 30 + 15 + 16 + 29 = 390 + 31 + 29 = 450 \qquad 13 + 15 + 16 + 29 \cdot 14 = 13 + 31 + 406 = 450$$

$$13 \cdot 30 + 17 + 14 + 29 = 390 + 31 + 29 = 450 \qquad 13 + 17 + 14 + 29 \cdot 14 = 13 + 31 + 406 = 450$$

Ответ: 13; 15; 16; 29 или 13; 14; 17; 29.

Чистовик

№3

Рассмотрим уравнение координат x и y.

$2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$

$x^2+2x(a-y)+2(a^2+y^2)=0$

$D=4(a-y)^2-8(a^2+y^2)=4a^2-8ay+4y^2-8a^2-8y^2=-4(a^2+2ay+y^2)=$

$=-4(a+y)^2\le 0$

Точка A существует, поэтому $D\geqslant 0$. Значит, $D=0$, т.е.

$-4(a+y)^2=0$

$(a+y)^2=0$

$a+y=0$

$a=-y$ В этом случае

$$x_{1,2}=\frac{-2(a-y)\pm 0}{2}$$

$x=y-a=2y$

Теперь рассмотрим уравнение окружности и подставим туда значения a и x:

$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0$

$y^2\cdot 4y^2+y^4+2y^3\cdot 2y+6y\cdot 2y-2y^3+y^4+9=0$

$4y^4+y^4+4y^4+12y^2-2y^3+y^4+9=0$

$10y^4+2y^3+12y^2+9=0$

$10(y^2)^2+2y^2(6-y)+9=0$

$D=4(6-y)^2-360=4y^2-12y+144-360=4y^2-12y-216\geqslant 0$

$4y^2-12y-216=0$

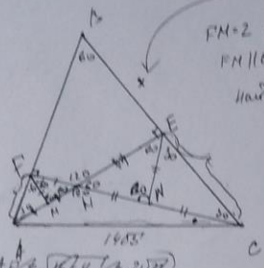
$y^2-3y-54=0$

$D=9+54\cdot 4=216+9=225$

$$y_{1,2}=\frac{3\pm 15}{2}$$

y

Черновик



$FM = 2 \quad EN = 11$

$FM \parallel EN$

Найти: $\angle ABC$, S_{ABC} и R

$BE = \frac{1}{2}AB, \quad BF = \frac{1}{2}BC$

$AB - BF = 2BE - \frac{1}{2}BC$

$\angle ABC = 60^\circ$

$4R^2 = BC^2 + CD^2$

$4R^2 = AB^2 + AD^2$

$FM = AM = MH = 2 \Rightarrow AH = 4$

Аналогично $CH = 22$

$\frac{\sin x}{AD} = \frac{\sin C}{AB}$

$\frac{\sin y}{CD} = \frac{\sin B}{AC}$

$2R = \frac{a}{}$

$\triangle FMH \sim \triangle NEH$ по 2 углам $\Rightarrow \frac{FH}{NE} = \frac{MH}{HE}$ т.к. $FH = MH$, $HE = NE$. Значит, $\triangle NEH$ и $\triangle FMH$ р/с

~~$AP = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}$~~

~~$EC = \sqrt{484 - 121} = 11\sqrt{3}$~~

$363 + 576 = 939$; $939 : 3 = 313$

~~$AP = 22 \cdot \sin 60^\circ \Rightarrow AC = \sqrt{121 \cdot 3 + 576} = \sqrt{939} = 3\sqrt{313}$~~

$AP = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{4 \cdot 3 + 576} = \sqrt{588} = 2\sqrt{147} = 14\sqrt{3}$

$588 : 4 = 147$; $147 : 7 = 21$

$EC = 11\sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{363 + 225} = \sqrt{588} = 14\sqrt{3}$

$\triangle ABC \quad \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{14\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{28\sqrt{3}} = \frac{1}{28}$

$R = \frac{S}{4abc}$

$363 + 225 = 588$

$\frac{\sin 120^\circ}{14\sqrt{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{14\sqrt{3}} = \frac{1}{28} \Rightarrow \angle HAC = \frac{1}{28}$.

$\frac{4S}{abc}$

√ решения

$\frac{\sin x}{22} = \frac{1}{28} \Rightarrow \sin x = \frac{22}{28} = \frac{11}{14}$

~~$R = \frac{S}{4abc} = \dots$~~

$\sin x = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$

$S = \frac{4R}{abc}$

№ 2. $a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_n$

$30a_1 + a_2 + \ldots + a_n - a_1 - a_2 - \ldots - 14a_n = 0$

$29a_1 - 13a_n = 0$

$29a_1 = 13a_n$

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 450 - 29a_1 = 450 - 13a_n$

$31 - 13 = 18$

$29 \times 14 = 406$

$13 \cdot 2 = 26 \quad 29 \cdot 2 = 58$

$\frac{71 \cdot 46}{2} = 71 \cdot 23$

$21 \times 17 = 357$

$a_1 = 13k$

$a_n = 29k$

$13 + \ldots + 29 = \frac{42 \cdot 17}{2} = 21 \cdot 17 \neq 450$

$450 - 357 = 93$

$\frac{(13k + 29l)(29l - 13k + 1)}{2} = 450$

$= \frac{(29^2 l^2 - 13^2 k^2) + (13k + 29l)}{2}$

$13 \times 29 = 377$

$29 + 16 = 45$

$13k + \ldots + 29k = 450$

$13k + \ldots + 29k + 29 \cdot 13k = 450$

$\frac{(29 + 13)k\,(29 - 13 + 1)k}{2} = \frac{42 \cdot 17 k^2}{2} = 357k^2$

$+ 377k^2 = 734k^2$

$21 \times 17 = 357 \quad 29 \times 13 = 377$

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n$

$a_1 = 13k$

$a_n = 29k$

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n +$

$13k + \ldots + 29k + 29 \cdot 13k = 450$

$13k + \ldots + 29k = 450 - 377k$

$k < 2$

$29 + 13 = 42 \to 31$

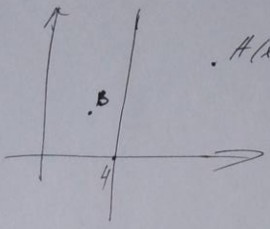
$450 - 377 = 73$

если $k = 0$, то ~~$13k + \ldots + 29k$~~ $= 450$ - невозм. ~~т.к. макс. сумма будет $357k \neq 450$ при $k < 2$~~

если $k = 1$, то $13 + \ldots + 29 = 73$

1

Черновик



$$2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$$

$$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0$$

$$\cancel{(ax-3)^2+a^2(a^2+y^2-2ax-2y)}$$

$$\cancel{y^2-2y+1}$$

$$\cancel{a^2-2ax+x^2}$$

$$\cancel{(ax-3)^2+a^2(}$$

$$2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$$

$$\cancel{a^2+2ax+x^2}$$

$$\cancel{2ax+2x^2-2xy}$$

$$\cancel{a^2+(a+x)^2+(x-y)^2+y^2-x^2=0}$$

$$\cancel{(a+x)^2+(x-y)^2=x^2-y^2-a^2}$$

$$\cancel{a^2+(a^2+2ax+x^2)+(y^2-2xy+x^2)-x^2+y^2=0}$$

$$\cancel{y^2=1}$$

$$2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$$

$$x^2+2x(a-y)+2(y^2+a^2)=0$$

$$D=4(a-y)^2-8(y^2+a^2)=4a^2-8ay+4y^2-8y^2-8a^2=-(y+a)^2\le 0$$

$$y+a=0\ \Rightarrow\ a=-y$$

$$x=\frac{2(y-a)}{2}$$

$$x=y-a=2y$$

$$\boxed{A(2y;y)\quad a=-y}$$

$$\cancel{2y^2}\ \cancel{4y^2}\qquad 4y^2-8y^2+2\cdot 2y^2=0$$

$$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0 \leftarrow -a^2x^2+a^2$$

$$a^2(x^2-2ax+a^2)=a^2(x-a)^2$$

$$a^2x^2-6ax+9=(ax-3)^2$$

$$a^2y^2-2a^2y=a^2(y^2-2y+1)=a^2(y-1)^2$$

$$y^2(x-y)^2+(xy-3)^2+y^2(y-1)^2=y^2(x^2+1)$$

$$\cancel{y^2(x^2-2xy+y^2+y^2-2y+1)}$$

$$y^2(x^2-2xy+y^2+y^2-2y+1-x^2-1)=-(xy-3)^2$$

$$y^3(2y-2x-2)=-(xy-3)^2$$

$$2y^3(y-x-1)=-(xy-3)^2$$

$$a=-y$$

$$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax+2a^2y+a^4+9=0$$

$$x^2y^2+y^4+2y^3x+6xy-2y^3+y^4+9=0$$

$$(xy-3)^2+2y^3(y+x-1)\ldots$$

$$y^2(y^2-2y+1)=$$

$$y^2(y-1)^2$$

$$R=\frac{abc}{4S}$$

$$\sqrt{200\sqrt{3}\cdot 6\sqrt{3}\cdot 10\sqrt{3}}=3\cdot 10\cdot 4\sqrt{3}=120\sqrt{3}$$

$$\frac{24\cdot 10\sqrt{3}}{2}=120\sqrt{3}$$

$$\frac{15\cdot 16\sqrt{3}}{2}=120\sqrt{3}$$

$$\frac{16+10+14}{2}=8+5+7=20$$

2

Черновик

$ax^2 + a^2y^2 - 2a^3x - 6ax - 2a^2y + a^4 + 9 = 0$

$x^2y^2 + y^4 + 2xy^3 + 6xy - 2y^3 + y^4 + 9 = 0$

$a = -y$

$10y^4 - 2y^3 + 12y^2 + 9 = 0$

	10	-2	12	0	9
k	10	10k-2	[illegible]	[illegible]	0

Пусть $t = y^2$. Тогда

$10t^2 + 2t(6-y) + 9 = 0$

$D = 4(6-y)^2 - 360 = 4(36 - 12y + y^2) - 360 =$
$= (144 - 360) + 4y^2 - 12y = 4y^2 - 12y - 216 \geq 0$

$\cancel{D = 144 + 216 \cdot 16}$

$4y^2 - 12y - 216 = 0$

$y^2 - 3y - 54 = 0$

$D = 9 + 4 \cdot 54 = 9 + 216 = 225$

$360 - 144 = 216$

$216 : 4$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211006570**

ID профиля: **211438**

Вариант 14

Чистовик.

№4

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

Вычтем из 2-го уравнения 1-е. Получим, что

$$x^4+y^4+2x^2y^2-7x^2-7y^2=30$$

$$(x^2+y^2)^2-7(x^2+y^2)=30$$

$$(x^2+y^2)(x^2+y^2-7)=30$$

$$((x^2+y^2-3,5)-3,5)((x^2+y^2-3,5)+3,5)=30$$

$$(x^2+y^2-3,5)^2-3,5^2=30$$

$$(x^2+y^2-3,5)^2=42,25$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2-3,5=6,5 \\ x^2+y^2-3,5=-6,5 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=10 \\ x^2+y^2=-3 \end{array}\right.$$

– невозможно, т.к. $x^2+y^2\geq 0$. Значит, $x^2+y^2=10$. Подставив это в 1-е уравнение изначальной системы, получим, что

$$\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ 70-7=3x^2y^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x^2y^2=21 \end{cases}$$

Пусть $x^2=a$, $y^2=b$. Тогда

$$\begin{cases} a+b=10 \\ ab=21 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=10-b \\ b(10-b)=21 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=10-b \\ 10b-b^2=21 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=10-b \\ b^2-10b+21=0 \quad (1) \end{cases}$$

(1): $D=100-84=16$

$$b_{1,2}=\frac{10\pm4}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} b=7 \\ b=3 \end{array}\right.$$

. Значит, $\left[\begin{array}{l} y^2=7 \\ y^2=3 \end{array}\right.$, т.е. $\left[\begin{array}{l} y=\pm\sqrt{7} \\ y=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Из этого следует, что

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\pm\sqrt{3} \\ y=\pm\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\pm\sqrt{7} \\ y=\pm\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$$

<u>Ответ</u>: $(\pm\sqrt{3};\pm\sqrt{7})$; $(\pm\sqrt{7};\pm\sqrt{3})$.

Чистовик

№5

~~Всего различных карточек можно получить $15 \cdot 15 = 15^2$ по тем условиям, что даны в задаче. Значит, среди 15^2 карточек фокусника присутствуют все виды карточек.~~

~~Всего в наборе 15 дублей. Значит, их достать можно 15 способами. Следующая карточка является либо снова дублем, которых осталось уже 14, либо такой карточкой, что не содержит число на дубле. Таких карточек (нужных фокуснику) ~~(которые не содержат число на дубле)~~ будет 14^2 (на красной и синей стороне может быть любое из 14 оставшихся чисел). Значит, фокусник может достать карточки, как ему нужно, $14^2 \cdot 15$ способами.~~

~~Ответ: $14^2 \cdot 15 = 2940$ способов.~~

№5

Всего различных вариантов карточек, на которых по 2 числа от 1 до 15, $15 \cdot 15 = 15^2$. Значит, у фокусника есть все различные комбинации чисел на карточках.

Всего в наборе 15 дублей. Значит, их можно достать 15 способами. Затем фокуснику нужно достать такую карточку, что не содержит числа на уже взятом дубле. Таких карточек 14^2, т.к. на красной и синей стороне карточки может быть одно из 14 чисел. Значит, всего способов выполнить задачу фокусника будет $14^2 \cdot 15 = 2940$

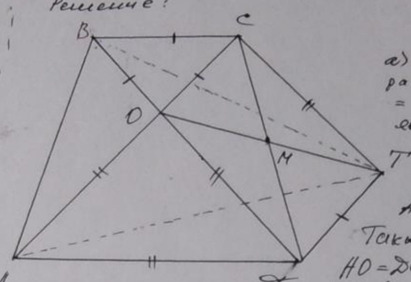
Ответ: $14^2 \cdot 15 = 2940$ способов.

Чистовик

№6

Дано:
$ABCD$ – выпукл. чет-ник;
$AC \cap BD = O$;
$\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ – р/с
M – середина CD,
$T \in OM$, $OM = MT$
$BC = 3$, $AD = 4$
а) Д-ть: $\triangle ABT$ – р/с
б) Найти: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ – ?

Решение:



а) Поскольку $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ равносторонние, $\angle CBD = \angle ADO = 60°$ а эти углы являются накрест лежащими при BC и AD и секущей BD. Значит, $BC \parallel AD$, т.е. $ABCD$ – трапеция.
Также $\triangle AOB = \triangle DOC$, т.к. $AO = DO$, $BO = CO$ и $\angle AOB = \angle DOC$ как вертикальные. Значит, $AB = CD$, т.е. $ABCD$ – равнобокая трапеция. Значит, $ABCD$ – вписанный четырёхугольник. ($\angle D = \angle A = 180° - \angle B$).

Поскольку $OM = MT$ и $CM = MD$, $OCTD$ – параллелограмм по третьему признаку параллелограмма. Значит, $CT = OD = AD$ и $OC \parallel TD$, т.е. $ACTD$ – равнобокая трапеция, а следовательно вписанный четырёхугольник. Значит, A, B, C, D и T лежат на одной окружности. Из этого следует, что $\angle ABT = \angle ACT$ и $\angle BAT = \angle BDT$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу. $\angle ACT$ и $\angle BDT$ – противоположные углы параллелограмма $COTD$, значит, они равны. Также $\angle ACT = \angle AOD$ как соответственные углы при $CT \parallel OD$ и секущей AC. Значит, $\angle ACT = 60°$, т.е. $\angle BDT = \angle BAT = \angle ABT = 60°$. Следовательно, в $\triangle ABT$ два угла равны $60°$, т.е. $\triangle ABT$ равносторонний, ч.т.д.

б) Заметим, что $S_{ABCD} = S_{ABCTD} - S_{CTD}$, а $S_{ABT} = S_{ABCTD} - S_{ATD} - S_{BCT}$.
Также заметим, что $\triangle ABO = \triangle DCO = \triangle TBC = \triangle ATD = \triangle CDT$, т.к. $AO = DO = TC = AD = CT$, $BO = CO = BC = TD = TD$ и $\angle AOB = \angle COD = \angle BCT = \angle ADT = \angle CTD = 120°$ ($\angle AOB = \angle COD = 180° - \angle BOC = 120°$, $\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60° + 60° = 120°$, $\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = \angle ADO + \angle OCT = 60° + 60° = 120°$, $\angle CTD = 180° - \angle OCT = 120°$).
Значит, $S_{ABCD} = S_{ABCTD} - S_{CTD} = S_{ABT} + S_{CTD}$.
Посчитаем S_{ABCD} и S_{CTD}.

$S_{CTD} = \frac{1}{2} CT \cdot TD \cdot \sin\angle CTD = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sin 120° = \frac{12}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

$S_{ABCD} = S_{ABO} + S_{CDO} + S_{BOC} + S_{AOD} = 2S_{CTD} + S_{BOC} + S_{AOD} = 6\sqrt{3} + \sqrt{4{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5} + \sqrt{6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} =$
$= 6\sqrt{3} + 2{,}25\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 12{,}25\sqrt{3}$.

Значит, $S_{ABT} = S_{ABCD} - S_{CTD} = 12{,}25\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 9{,}25\sqrt{3}$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{9{,}25\sqrt{3}}{12{,}25\sqrt{3}} = \frac{0{,}37}{0{,}49} = \frac{37}{49}$

Ответ: б) $37 : 49$

Черновик

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

$3x^4-7x^2+3y^4-7y^2=111-7$

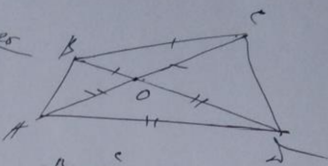
$3(x^4+y^4)-7(x^2+y^2)=104$

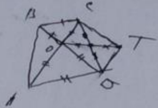
$7x^2+7y^2+x^4+y^4-2x^2y^2=30$

$7x^2+7y^2-(x^2+y^2)^2=-30$

$1225 : 25 = 49$

$925 : 25 = 37$





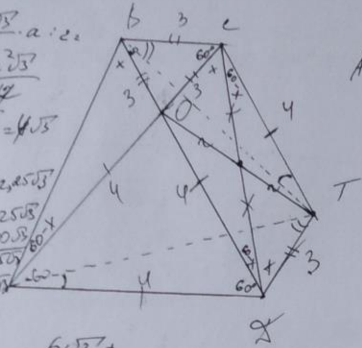
$\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot a : 2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\frac{16\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}$

$\frac{9\sqrt{3}}{4}=2{,}25\sqrt{3}$

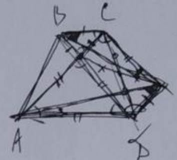
$6{,}25\sqrt{3}+6{,}00\sqrt{3}=12{,}25\sqrt{3}$

$12{,}25\sqrt{3}-3{,}00\sqrt{3}=9{,}25\sqrt{3}$



$6\sqrt{3}+$

ABCD – р/б трапеция



$BC=3$

$AD=4$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$

$S_{ABCD}=\frac{1}{2}(BC+AD)\cdot h=3{,}5\cdot h$

$1225=35^2$

$1225=25\cdot 49$

$925=25\cdot 37$

$925 : 5 = 185$, $185 : 5 = 37$

$6{,}75 : 5 = 2{,}25$

$\sqrt{1{,}5a\cdot 2a\cdot 2a\cdot 2a}=2a^2\sqrt{3}$

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

$x^4+y^4+2x^2y^2-7x^2-7y^2=30$

$(x^2+y^2)^2-7(x^2+y^2)=30$

$(x^2+y^2)(x^2+y^2-7)=30$

$(x^2+y^2-3{,}5)^2-3{,}5^2=30$

$(x^2+y^2-3{,}5)^2=42{,}25$

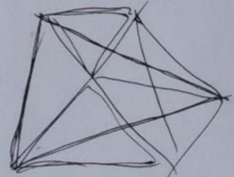
$3{,}5\cdot 3{,}5=12{,}25$

$\sqrt{42{,}25}=6{,}5$

$42{,}25 : 6{,}5 = 6{,}5$

$2\cdot 9\sqrt{3}$

$2\cdot 16\sqrt{3}$



$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2-3{,}5=6{,}5 \\ \cancel{x^2+y^2-3{,}5=-6{,}5} \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ 70-3x^2y^2=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x^2y^2=21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2=10-x^2 \\ 10x^2-x^4=21 \end{cases}$$

$x^4-10x^2+21=0$

$D=100-84=16$

$x^2_{1,2}=\frac{10\pm 4}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} x^2=7 \\ x^2=3 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{7} \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y=\pm\sqrt{3} \\ y=\pm\sqrt{7} \end{array}\right.$$

$S_{ABCD}=S-\Delta$

$S_{ABT}=S-2\Delta$

$\frac{S-2\Delta}{S-\Delta}=1-\frac{\Delta}{S-\Delta}$

~~49+49-3·49~~

$49+63-3\cdot 7=49?$

$7\cdot 7+7\cdot 3-3\cdot 7\cdot 3=49+21-63=$

$=49-42=7$

$49+9-21=49-12=37$

$4{,}5\cdot 1{,}5=6{,}75$

$\frac{3+3+3}{2}=4{,}5$ $\quad 1{,}5\cdot 1{,}5\cdot 1{,}5=$

$=1{,}5\sqrt{6{,}75}$

1

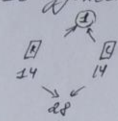
Черновик

15^2 разн. карточек

$\cancel{C_{30}^{2} = \frac{30 \cdot 29}{2} = 15 \cdot 29 = 15 \cdot 30}$

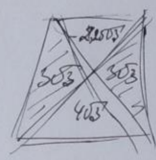
$C_{15}^{1} \cdot C_{15}^{1} = 15^2 = 15^2$

15 дублей → 15 сп.



$15 \cdot (15^2 - 29) = 15 \cdot 196 = 14^2 \cdot 15$

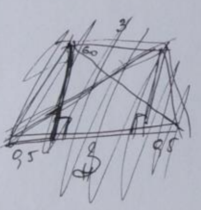
$$\begin{array}{r} 196 \\ \times\ 15 \\ \hline 980 \\ 196\ \ \\ \hline 2940 \end{array}$$

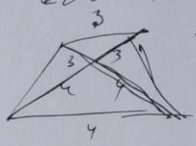


$$\begin{array}{r} 12,25\sqrt{3} \\ -\ 3,00\sqrt{3} \\ \hline 9,25\sqrt{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times\ 25 \\ \hline 185 \\ 74\ \ \\ \hline 925 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ \times\ 25 \\ \hline 245 \\ 98\ \ \\ \hline 1225 \end{array}$$

$\cancel{\frac{4+8}{2} \cdot 3 \ldots}$





$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sin 120 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \sin 60 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 60 =$

$= 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 8 \frac{\sqrt{3}}{2} = 24,5 \frac{\sqrt{3}}{2} = 12,25\sqrt{3}$

$\frac{6\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$

$\frac{9,25\sqrt{3}}{12,25\sqrt{3}} = \frac{925}{1225} = \frac{37}{45}$