Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211005907**

ID профиля: **885484**

Вариант 14

Чистовик

2) Пусть эти числа $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ от меньшего к большему, тогда $30x_1 + x_2 + x_3 \ldots + x_n = x_1 + x_2 + x_3 \ldots + 14 \cdot$
$= 450$

$29x_1 = 13x_n$

Числа 29 и 13 взаимнопростые => мин. значени x_1 и x_n - это 13 и 29 соотв.

При больших значениях x_1 и x_n ($x_1 \geq 26$, $x_n \geq 5$
$58 \cdot 14 > 450$ $26 \cdot 29 > 450$

То есть единственные значения макс. и мин числа - это 29 и 13 соотв.

$13 \cdot 30 = 390$ $390 + 29 = 419$ $450 - 419 = 31$

Сумма остальных чисел 31, также они боль 13 и меньше 29, т.к. числа различны

$31 - (13 + 1) = 17$
$31 - (13 + 2) = 16$

Эти числа 14 и 17 или 15 и 16

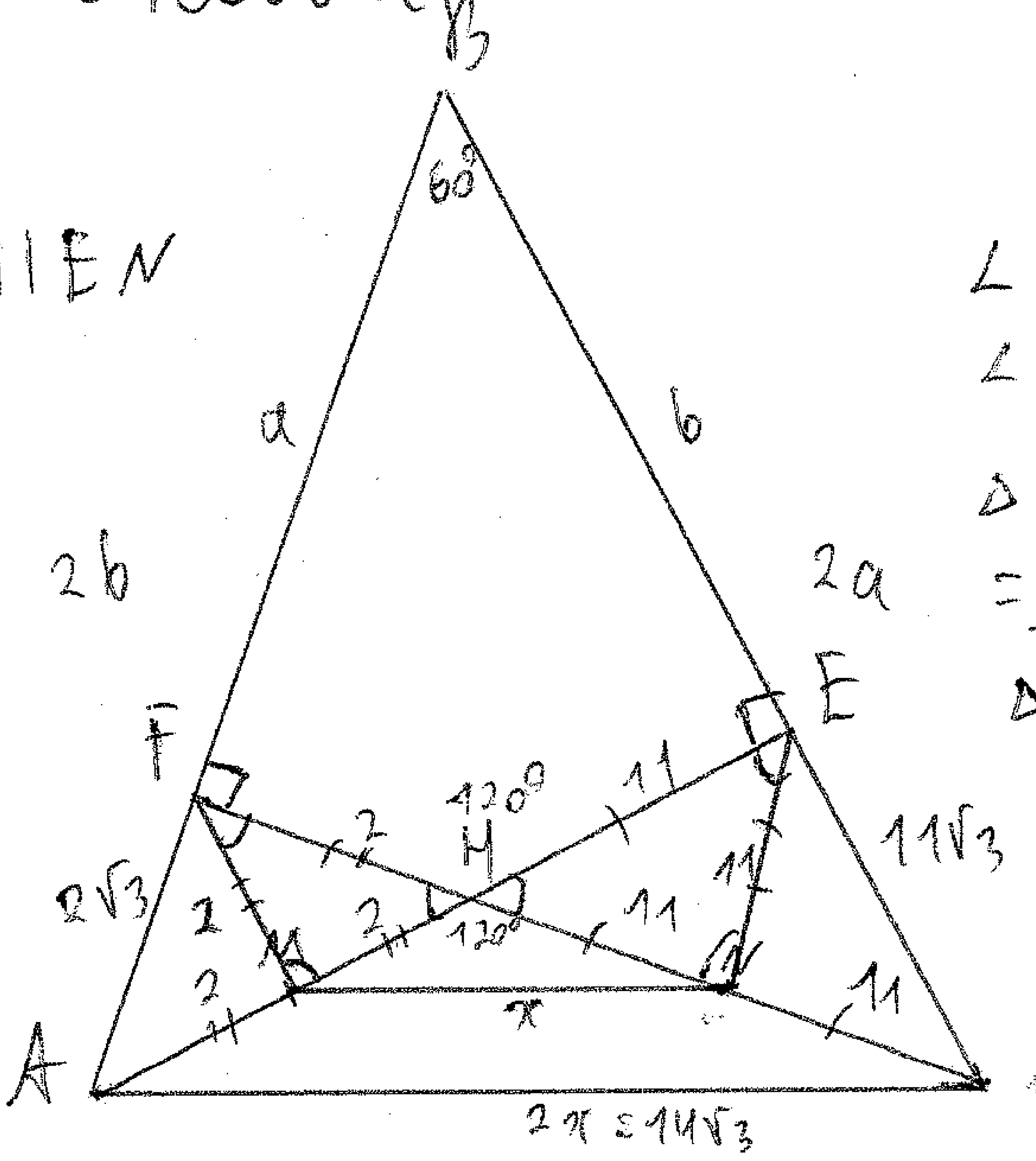
Ответ: 13, 14, 17, 29 или 13, 15, 16, 29

Математика

Листовик

1)

FM || EN



Найти: $\angle ABC$, $S_{\triangle ABC}$, $R_{o ABC}$

$\angle AFH = 180° - \angle BFH = 180° - 90° = 90°$

$\angle CEH = 180° - \angle BEH = 180° - 90° = 90°$

$\triangle AFH$ - прямоуг, а FM - медиана =

$\Rightarrow FM = AM = MH = 2$

$\triangle CEH$ - прямоуг, а EN - медиана =

$\Rightarrow EN = HN = NC = 11$

$\triangle FMH$ - равнобед $\Rightarrow \angle MFH = \angle MHF$

$\angle FHM = \angle EHN$ (верт $\angle$)

$\triangle HNE$ - равнобед $\Rightarrow \angle EHN = \angle NE$

$\angle FMH = \angle HEN$ как накр. леж. (FM || EN по усл)

$\angle ENH = \angle HFM$ как накр. леж (FM || EN по усл)

$\triangle MHF$ и $\triangle HNE$ - все их углы равны $\Rightarrow$ они равност

углы равны 60°

$\angle AHC = \angle FHE = (360 - \angle AHF - \angle CHE) : 2 = (360 - 60 - 60) : 2 = 1$
(верт $\angle$)

$\angle ABC = 360° - \angle BFH - \angle FHE - \angle HEB = 60°$

MN - средняя линия $\triangle AHC \Rightarrow MN = \frac{1}{2} AC$ и $MN \parallel AC$
($AM = MH$ и $HN = NC$)

$AF = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ по т. Пифор.

$AC = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2+11+11)^2} = 14\sqrt{3}$ по т. Пифор.

$EC = \sqrt{22^2 - 11^2} = 11\sqrt{3}$ по т. Пифор

$2R_{o ABC} = \frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{14\sqrt{3}}{\sin 60} = \frac{14 \cdot \sqrt{3} \cdot 2}{\sqrt{3}} = 28$

$R_{o ABC} = 28 : 2 = 14$

$\angle BCF = 90 - \angle FBC = 30°$ $\angle BCF = 30°$ и $\angle BFC = 90° \Rightarrow 2FB =$
$FB = a$)

$\angle BAE = 90 - \angle EBA = 30°$ $\angle EAB = 30°$ и $\angle AEB = 90° \Rightarrow 2B$
(пусть $BE = b$)

$$\begin{cases} 2b = a + 2\sqrt{3} \\ 2a = b + 11\sqrt{3} \end{cases}$$

Лист 2

Математика, 9 к.

Чистовик

1) $2a - 11\sqrt{3} = b$

$4a - 22\sqrt{3} = a + 2\sqrt{3}$

$3a = 24\sqrt{3}$

$a = 8\sqrt{3}$

$2b = 10\sqrt{3}$

$b = 5\sqrt{3}$

$FB = a = 8\sqrt{3}$ $BE = b = 5\sqrt{3}$

$AB = FB + AF = 8\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

$BC = BE + EC = 5\sqrt{3} + 11\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$

$S_{\triangle ABC} = AB \cdot BC \cdot \sin\angle B \cdot \frac{1}{2} = 10\sqrt{3} \cdot 16\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 120\sqrt{3}$

Ответ: $\angle ABC = 60^\circ$, $R_{\circ ABC} = 14$, $S_{\triangle ABC} = 120\sqrt{3}$

Лист 3

$A(x;y)$

$2a^2+2ax+x^2-2xy+2y^2=0$

$a^2x^2+a^2y^2-2a^3x-6ax-2a^2y+a^4+9=0$

$(ax-3)^2+a^2y^2-2a^3x-2a^2y+a^4$

$a^2(y^2-2ax-2y+a^2)$

$a^2(y(y-2)+a(a-2x))$

0 30 45 60
0 1 2 3 4
4 3 2 1 0

$\frac{14\sqrt{3}}{0{,}5\sqrt{3}} = 2R$

$2a(a+x)+(x-y)^2+y^2=0$

$\cos 120 = -\cos 60$

$\angle ABC$ √

$\sin 120 = \sin 60$

28 =
R = 14

$\angle ABC$ √
R √
$S_{\triangle ABC}$

$8\sqrt{3}$
x

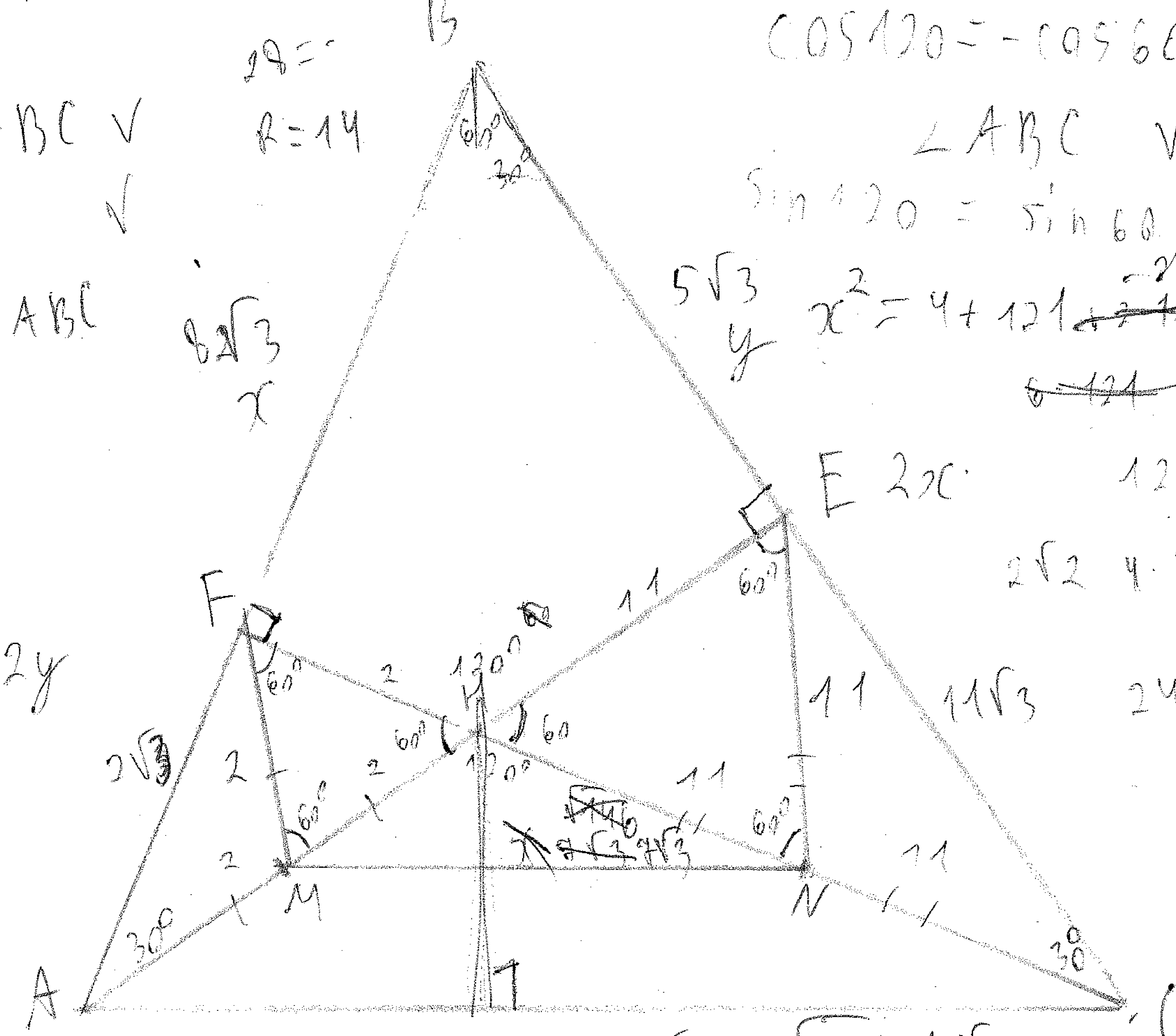
$5\sqrt{3}$
y

$x^2 = 4 + 121$ ~~+ 121 11~~

~~0 121~~

147
125 $7\sqrt{3}$
$2\sqrt{2}$ $4\cdot 2$

2y



$11\sqrt{3}$ 24

14
14
56
14

~~2x~~ ~~$14\sqrt{3}$~~ $2\sqrt{146}$ $14\sqrt{3}$

196

4 16-4 2x

~~$11^2 \cdot 7 + 8\cdot 24^2 = 14^2 \cdot 7$~~

24
24
96
48
576

146 $2\sqrt{146}$

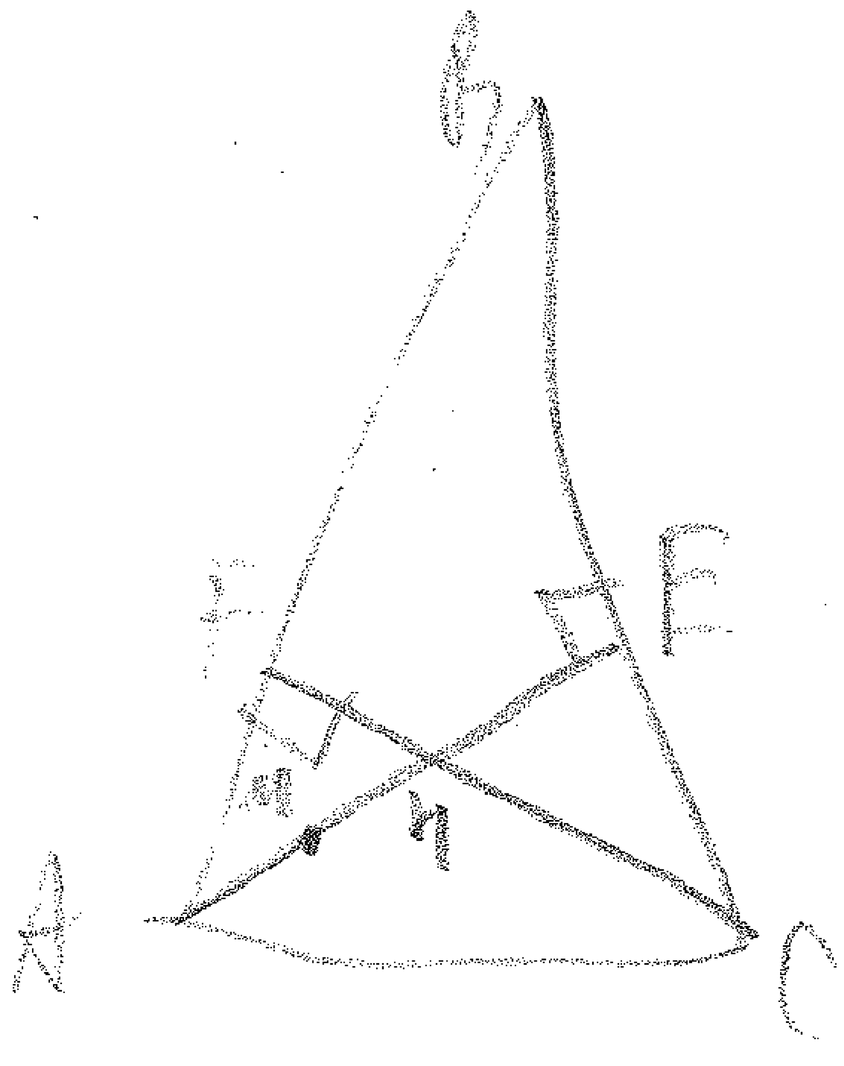
~~121 + 192~~

196
3
588

$8\cdot 8 + 24^2 = 14^2 \cdot 3$

$5\sqrt{3}\cdot 16\sqrt{3} : 2 \cdot \sqrt{3} : 2$ $120\sqrt{3}$

588



$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \ldots x_n + 29x_1 = 45$

$29x_1 = 13x_n$

13 29

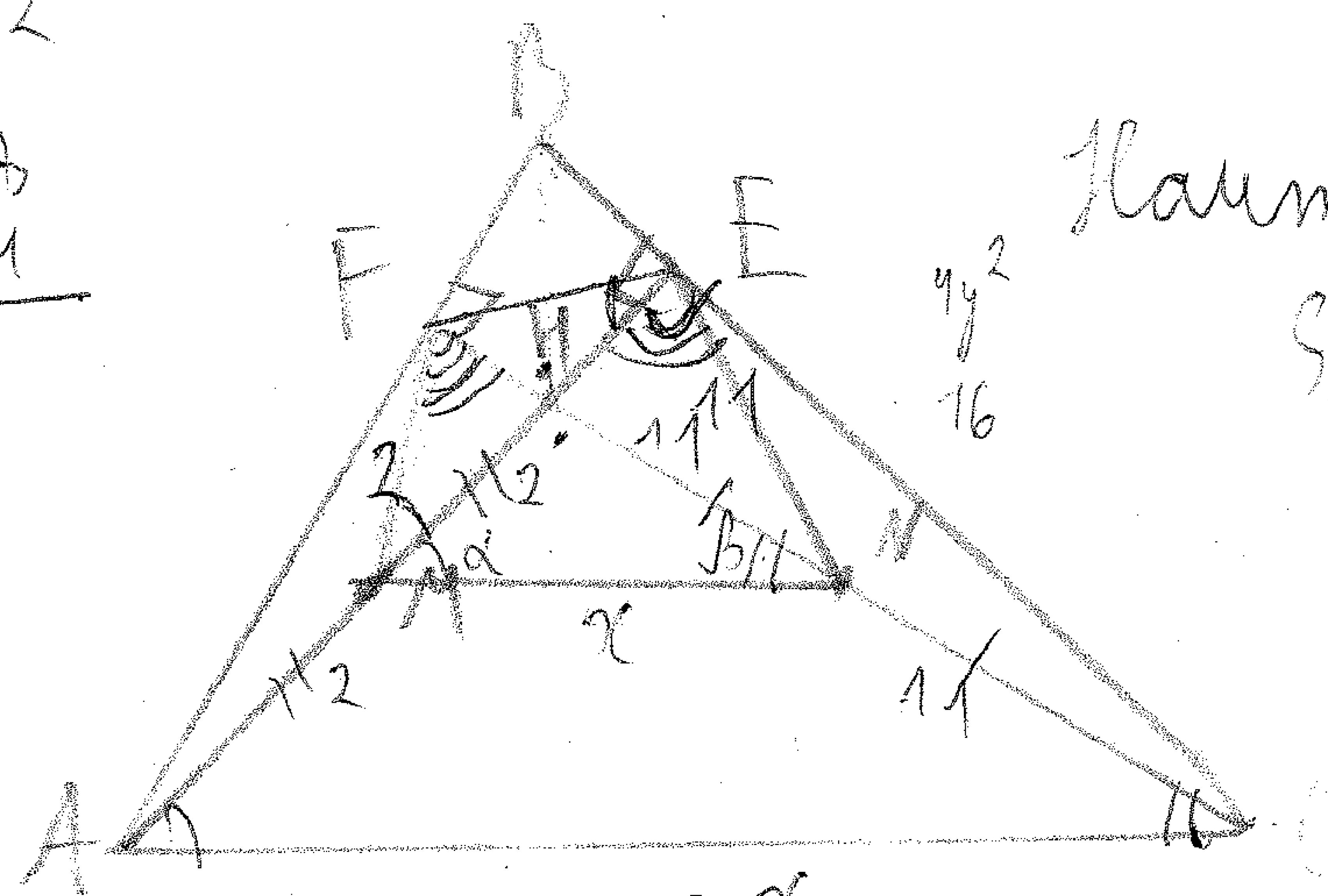
$\frac{41 \cdot 27}{2}$

x

58
14

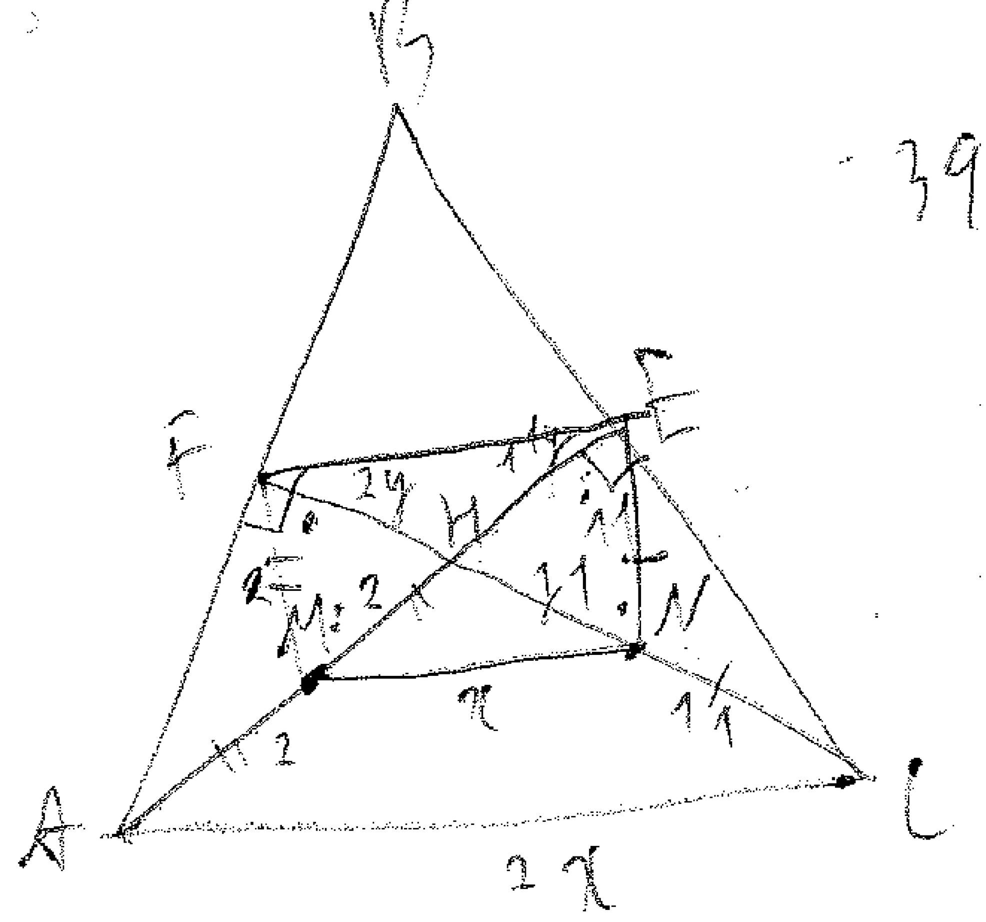
2

11



Найти: ∠ABC
$S_\triangle ABC$ и R

21 · 27



390 419

21
27
147
42

13 29

2

2

14 17

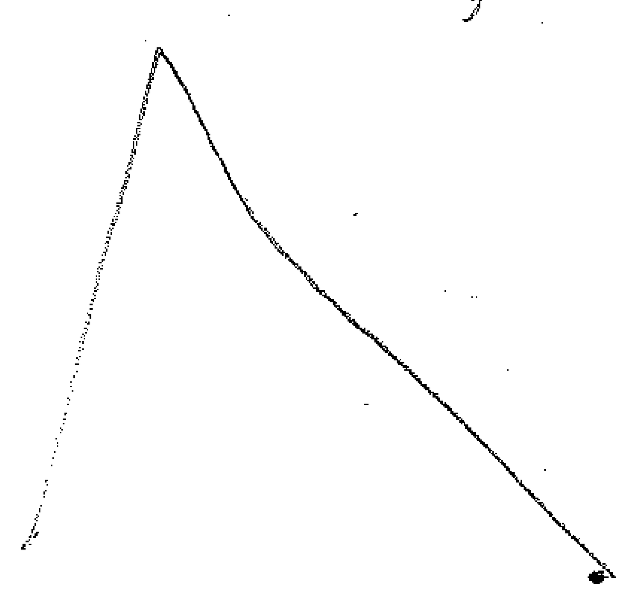
567 31

1516

13

29
14
116
29
406

419



13

$$2y = x + 2\sqrt{3}$$

$$2x = y + 11\sqrt{3}$$

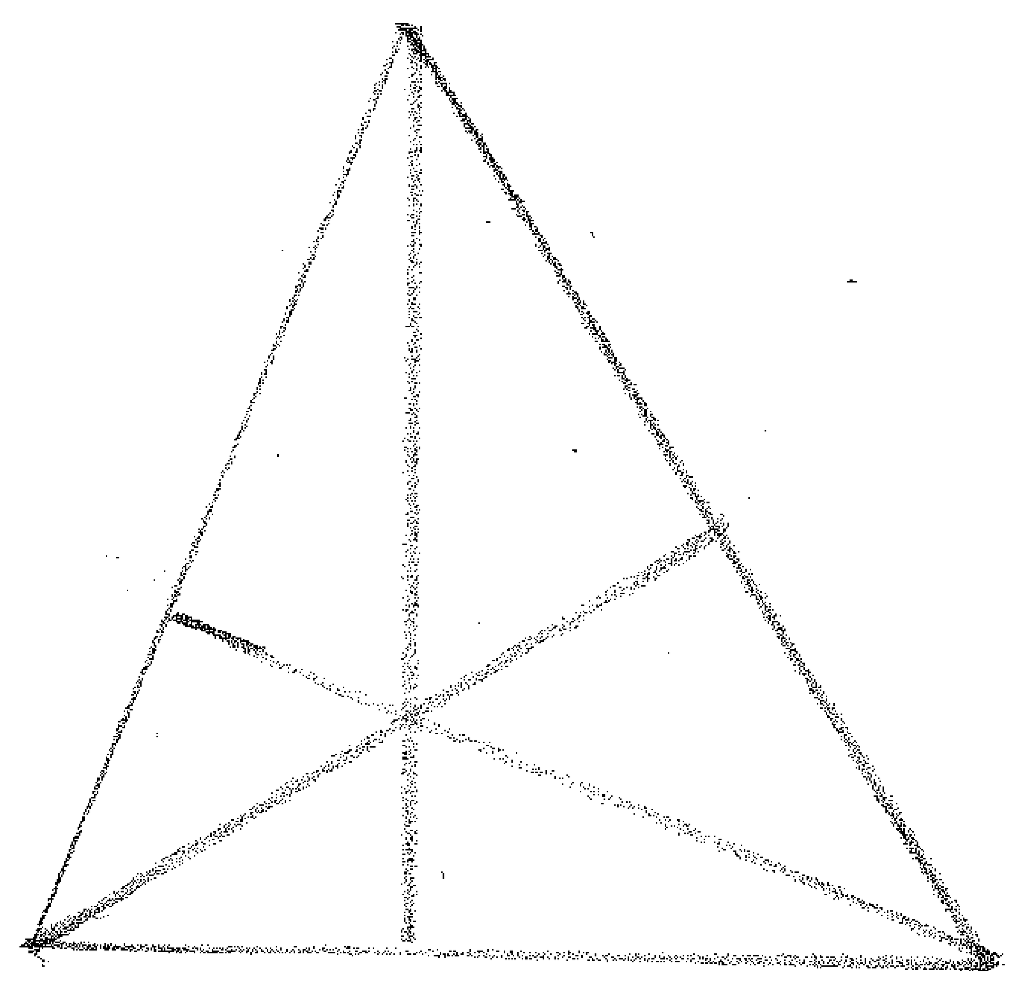
$$2x - 11\sqrt{3} = y$$

$$4x - 22\sqrt{3} = x + 2\sqrt{3}$$

$$3x = 24\sqrt{3}$$

$$x = 8\sqrt{3}$$

$$y = 5\sqrt{3}$$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211005907**

ID профиля: **885484**

Вариант 14

Математика, 9 [illegible]

Чистовик

5) Дублей всего 15 (1 и 1, 2 и 2, 3 и 3 ... 14 и 14, 15 и 15), то есть дубль фокусник может вытащить 15 способами. Пусть он вытащил дубль n и n, где $1 \leq n \leq 15$.
* Сколько карт он не может вытащить теперь?
Теперь он не может вытащить 14 карт, где на красной стороне будет n, а на синей номера от 1 до 15, не включая n, и ещё 14 кар, где на синей стороне будет номер n, а на красной номера от 1 до 15, не включая n, плюс карту n и n, которую он уже вытащил. То есть в сумме 29 карт. Он может вытащить такую пару карт $15(15^2 - 29)$ способами, но при таком ответе каждый способ, в котором он вытаскивает 2 дубля, считается дважды. Количество способов вытащить пару дублей $C_{15}^2 = \frac{15!}{13!\,2!} = 15 \cdot 7 = 105$. То есть окончательный ответ $15(15^2 - 29) - 105 = 15 \cdot 196 - 105 = 2835$

Ответ: 2835 способами

Лист 1

$$\begin{cases} 7x^2+7y^2-3x^2y^2=7 \\ x^4+y^4-x^2y^2=37 \end{cases}$$

$$(x^2-y^2)^2+x^2y^2=37$$

$$(x-y)(x+y)+x^2y^2=37$$

$x^2+y^2-\frac{3}{7}x^2y^2=1$

$(x-y)^2+\frac{11}{7}x^2y^2=1$

$x-y=a$ $\quad$ $a^2+\frac{11}{7}c^2=1$

$x+y=b$ $\quad$ $a^2b^2+c^2=37$

$xy=c$

$\frac{15 \cdot 147}{2!}$ 70

15^2-1

28

105

15

$225-29$

15^2

a/c

1 15

3 3

15

15

14

$15 \cdot (15^2-29)$

15/15

$2940-105=2835$

15 · 15
14 · 15
13 · 15
12 · 15
11 · 15
10 · 15
8
7
6
5
4
3
2
1

$225-29$

196
15
980
196
2940

2940

$x^2(3x^2-7)+y^2(3y^2-7)=$

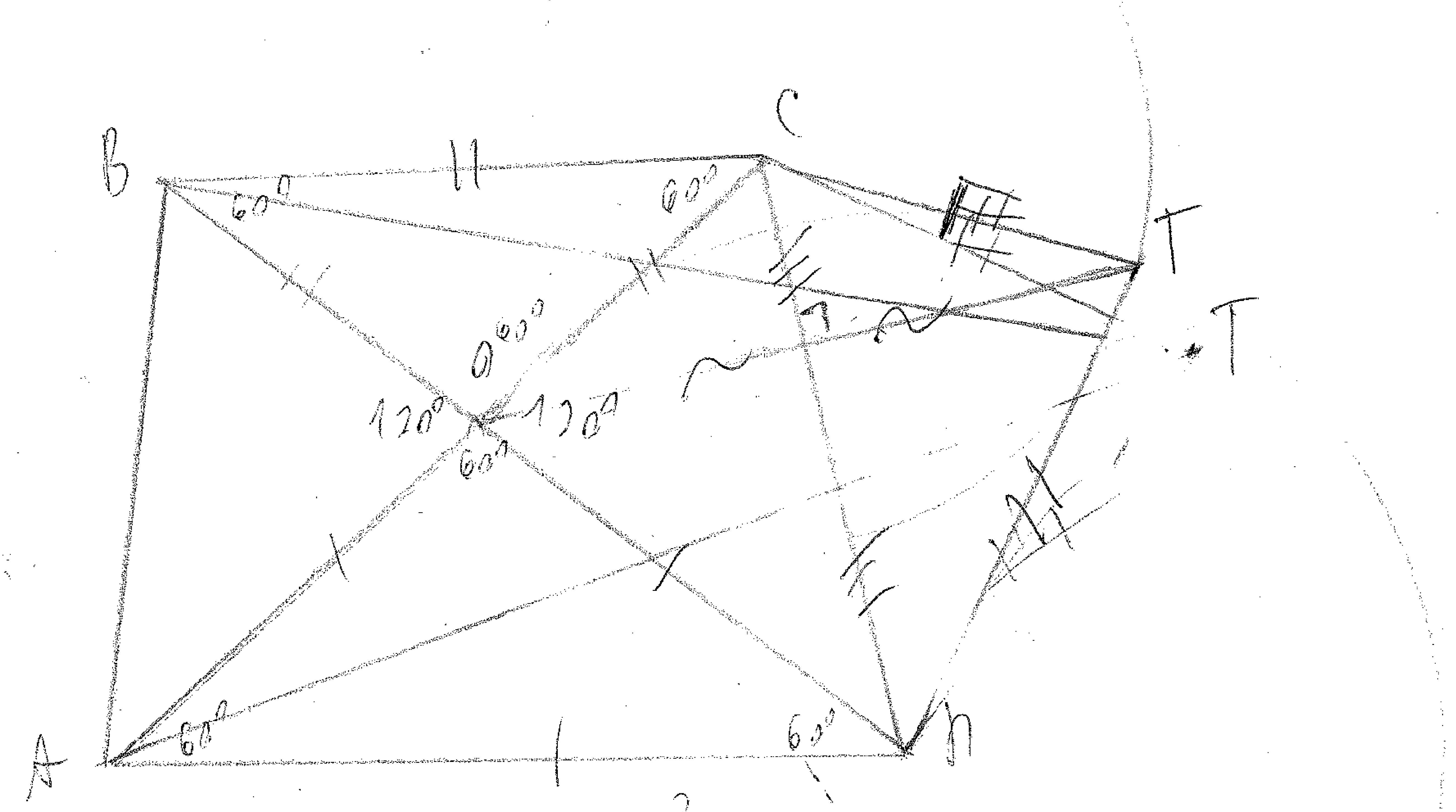
$(x-y)^2(x+y)^2+x^2y^2=37$

$3(x-y)^2(x+y)^2-7x^2+7y^2=$
$=108$

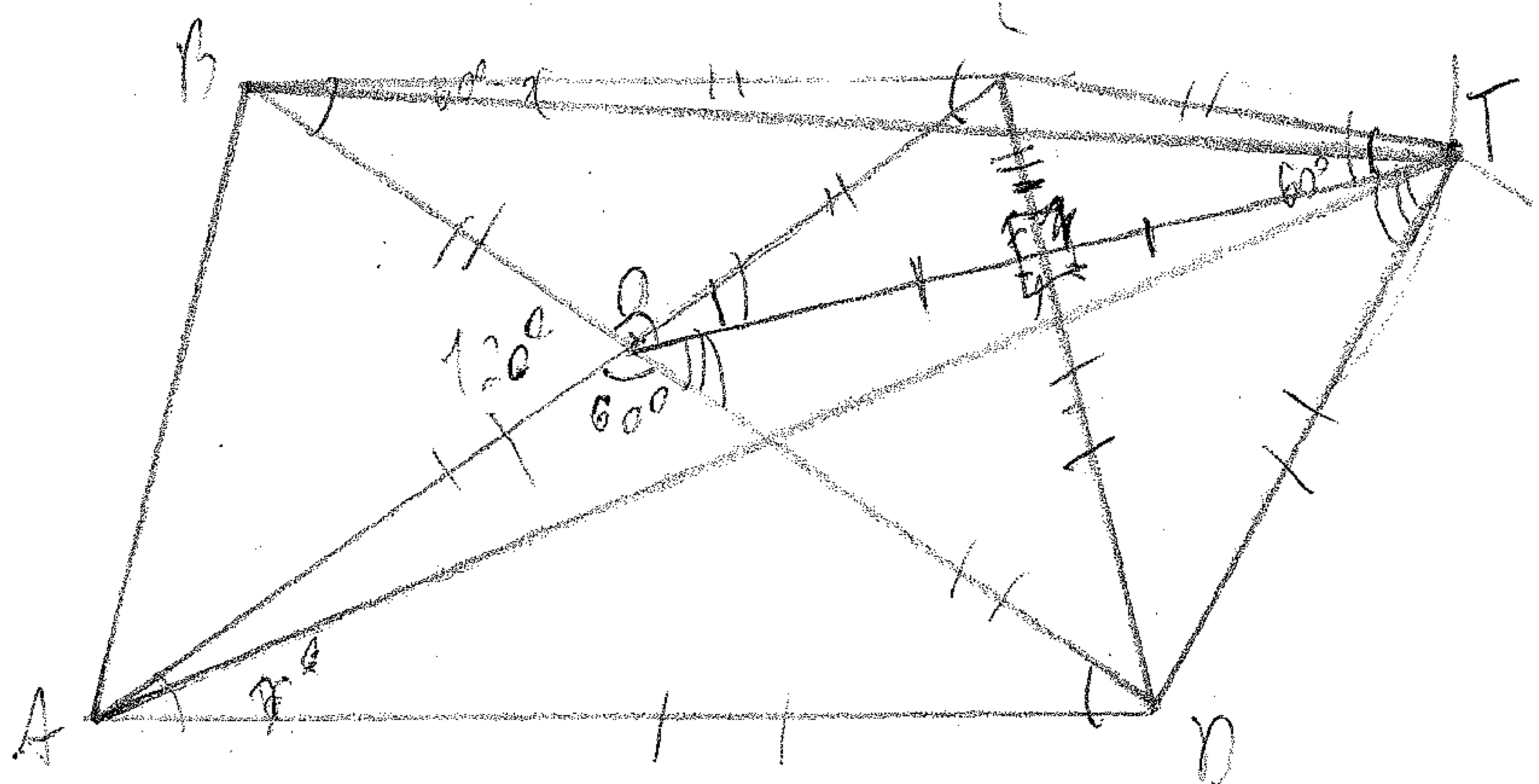
$3x^4+3y^4-3x^2y^2=101$

$3x^4+3y^4-7x^2-7y^2=94$

$3a^2+3b^2-7a-7b=94$



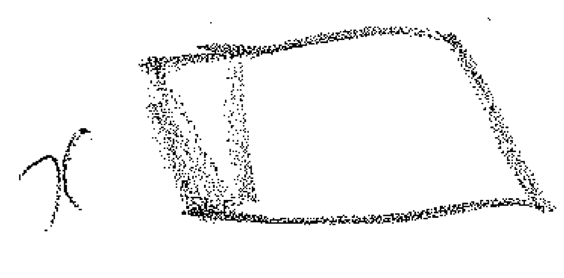
$2x^2 + 2y^2$

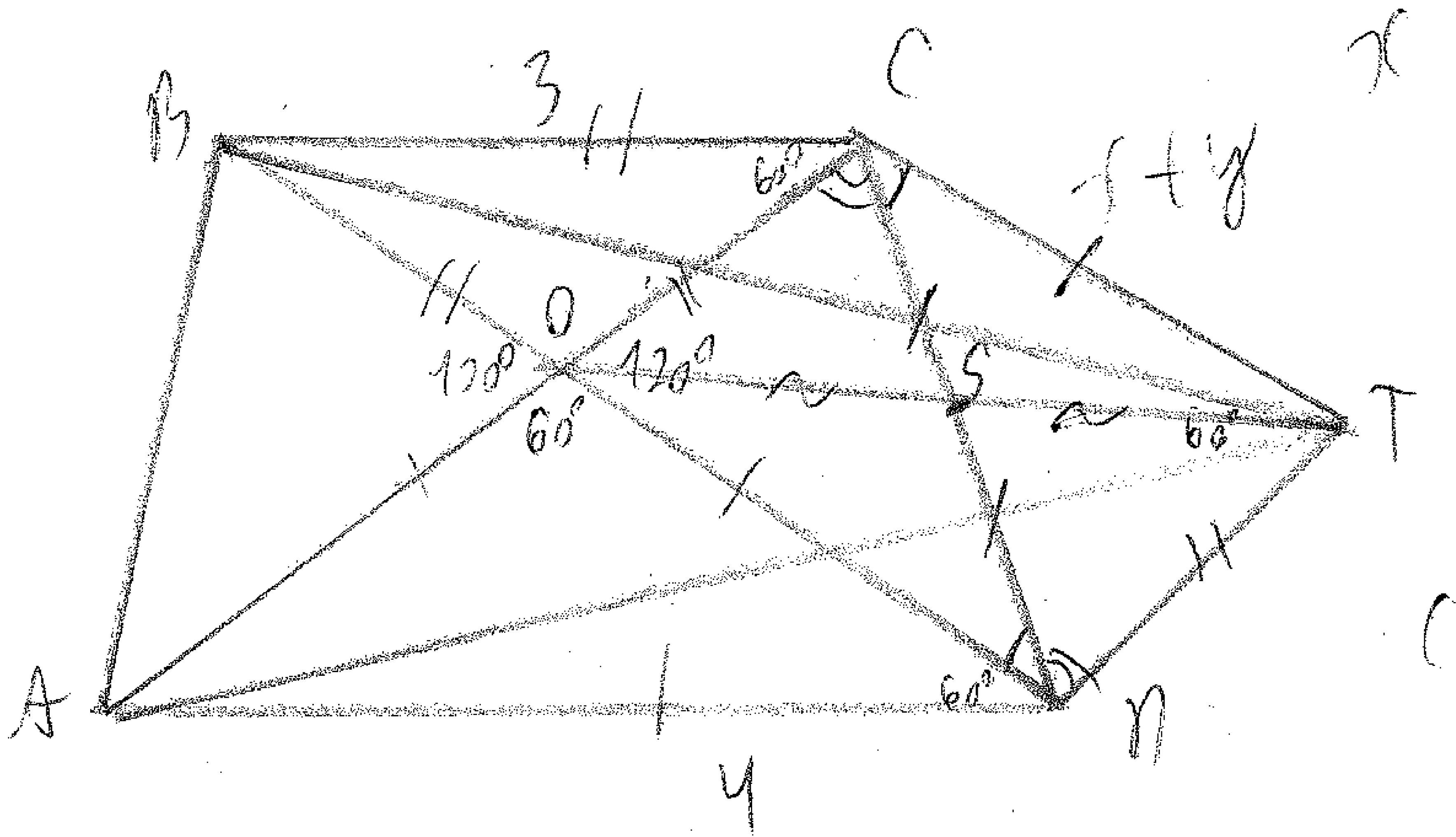


$\angle CTD = 120^\circ$

240

60





y

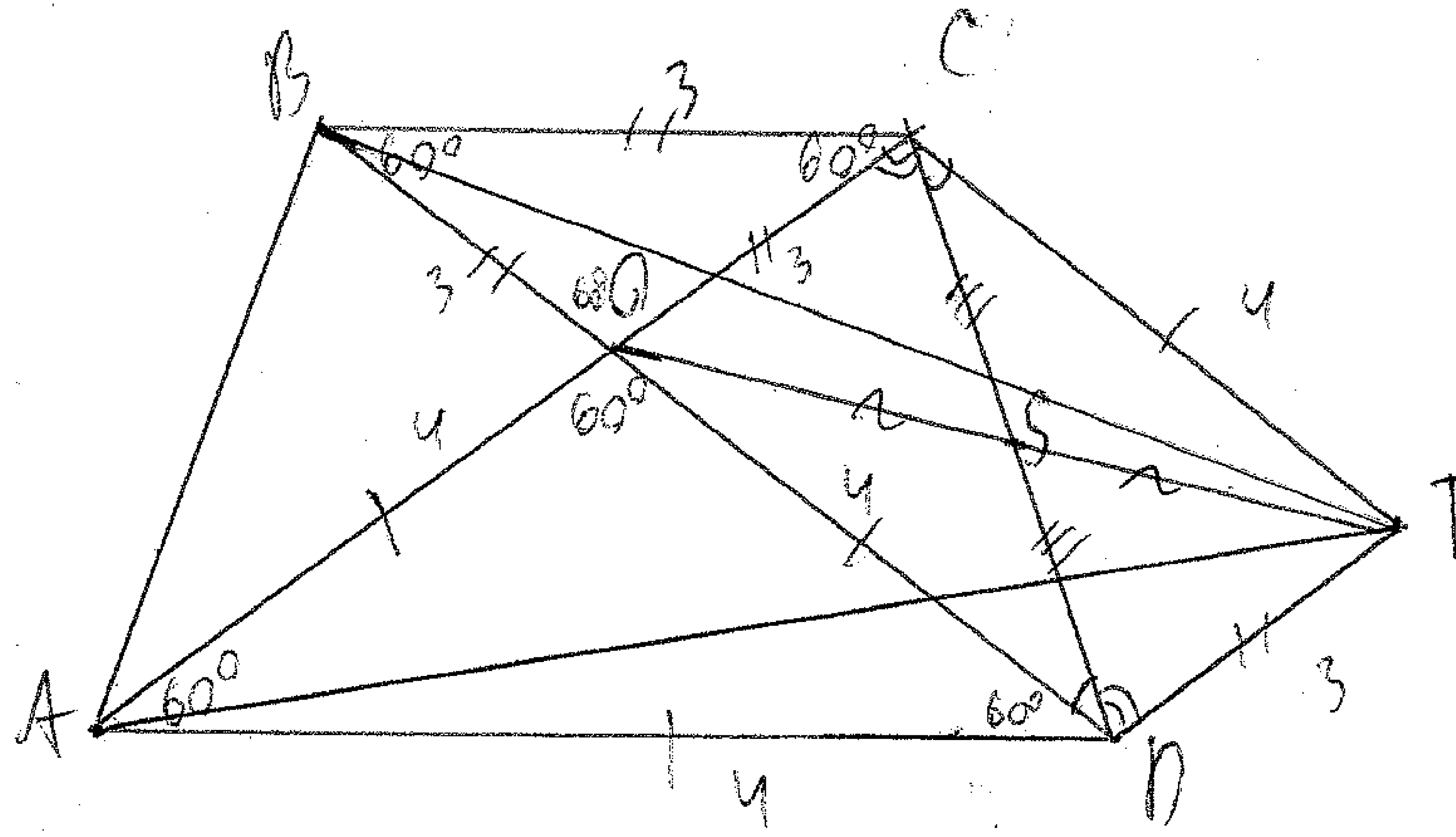
$x+y$

$CDT = 120^\circ$

Математика, 9кл

Чистовик

б)



Док-ть: а) $\triangle ABT$ - прав.

б) при $BC=3$, $AD=4$ найти $\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}}$

$\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ - правильные $\Rightarrow$ $AO=OD=AD$ и $BO=OC=BC$, $\angle OBC=\angle BCO=\angle COB=\angle AOD=\angle ODA=$ $=\angle DAO=60^\circ$

Пусть середина CD - точка S $CS=SD$

$OS=ST$ по св. симметрии

$OCTD$ - пар-м т.к. $CS=SD$ и $OS=ST$ $\Rightarrow$ $OD=CT$ и $DT=OC$,

$\angle COD=\angle CTD=180-\angle AOD=120^\circ$

$\angle ODT=\angle OCT$ (по св. пар-ма) $=180-\angle COD=60^\circ$

$\angle ADT=\angle AOB+\angle BDT=60^\circ+60^\circ=120^\circ$

$\angle BCT=\angle BCA+\angle ACT=60^\circ+60^\circ=120^\circ$

$\triangle BCT=\triangle ADT$ по 2 сторонам и $\angle$ между ними $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DAT=\angle CTB$ и $\angle DTA=\angle CBT$

$\angle CBT+\angle CTB=180-\angle BCT=60^\circ$

$\angle CBT+\angle CTB=\angle CTB+\angle DTA=60^\circ$

$\angle ATB=\angle CTD-\angle CTB-\angle DTA=120-60^\circ=60^\circ$

$AT=BT$ т.к. $\triangle BCT=\triangle ADT$

$AT=BT \Rightarrow TAB=ABT=(180-\angle ATB):2=(180-60):2=60^\circ$

$\angle ATB=\angle TBA=\angle BAT=60^\circ \Rightarrow \triangle ABT$ - правильный

$S_{ABCD}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle BOC}+S_{\triangle COD}+S_{\triangle AOD}=4\cdot 3\cdot \sin 60\cdot 2+$

$+4^2\cdot\sin 60+3^2\cdot\sin 60=12\sqrt{3}+8\sqrt{3}+4{,}5\sqrt{3}=24{,}5\sqrt{3}$

$S_{\triangle ATB}=S_{ABCD}+S_{\triangle CDT}-S_{\triangle ADT}-S_{\triangle BCT}=24{,}5\sqrt{3}+4\cdot 3\sin 60$

$-4\cdot 3\cdot\sin 60\cdot 2=24{,}5\sqrt{3}-6\sqrt{3}=18{,}5\sqrt{3}$

$\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}}=\frac{18{,}5\sqrt{3}}{24{,}5\sqrt{3}}=\frac{37}{49}$

Лист 2

Отв: $\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}}=\frac{37}{49}$