

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211005595**

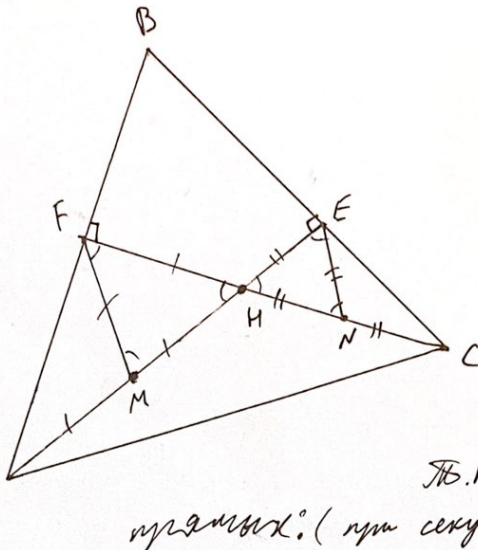
ID профиля: **343303**

Вариант 14

Условие

$\sqrt{3}=1$

Дано:
 $\triangle ABC$ - остроугольный
 CF и AE - высоты
 $CF \perp AE = H$
 M - середина CF
 N - середина AE
 $FM = 2, EN = 11$
 $FM \parallel EN$
 $\angle ABC = ?$
 $S_{ABC} = ?$
 $R = ?$



Решение:

П.к. $\triangle AFH$ - прямоугол., а FM - медиана, проведенная к гипотенузе, то $FM = AM = MH$, и т.к. $\triangle FMH$ равнобедренный, то $\angle MFH = \angle MHF$ (по св-ву р/б \triangle)
 Аналогично $EN = HN = NC$ и $\angle NHE = \angle NEH$;
 По св-ву верт. углов:
 $\angle MHF = \angle NHE$, откуда
 $\angle MFH = \angle NHE = \angle MHF = \angle NEH$

П.к. $FM \parallel EN$, то по св-ву параллельных прямых: (при секущей ME): $\angle FMH = \angle HEN$; (при секущей FN): $\angle MFH = \angle HNE$. Значит:

$\angle HMF = \angle MFH = \angle FHM = \angle HEN = \angle NHE = \angle ENH$, откуда (по признаку р/б \triangle):

$\triangle MFH$ и $\triangle HEN$ - равносторонние, по св-ву р/б \triangle : $\angle MHF = \angle ENH = 60^\circ$

По св-ву смежных углов: $\angle FHE = 180^\circ - \angle MHF = 120^\circ$; П.к. сумма углов 4-угольника равна 360° , то: $\angle ABC = 360^\circ - \angle HFB - \angle HEC - \angle FHE = 60^\circ$ (для 4-х угловника) $MFBE$

П.к. $\triangle AEB$ и $\triangle BFC$ прямоугольные, то:

$$AB = \frac{AE}{\sin \angle B} = \frac{AM + MN + NE}{\sin \angle B} = \frac{2FM + EN}{\sin \angle B} = \frac{15}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 10\sqrt{3}$$

$$BC = \frac{FC}{\sin \angle B} = \frac{NC + MN + FH}{\sin \angle B} = \frac{2EN + FM}{\sin \angle B} = \frac{24}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 16\sqrt{3}$$

По теореме косинусов (для $\triangle ABC$):

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle B} = \sqrt{10^2 \cdot 3 + 16^2 \cdot 3 - 10 \cdot 16 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{588} = 14\sqrt{3}$$

По формуле Герона:

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}, \text{ где } p = \frac{AB+AC+BC}{2} = \frac{10\sqrt{3}+16\sqrt{3}+14\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3};$$

$$S_{ABC} = \sqrt{20\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3}} = 120\sqrt{3}$$

По св-ву описанной окружности: (где R - радиус)

$$AC = 2R \sin \angle B \Leftrightarrow R = \frac{AC}{2 \sin \angle B} = \frac{14\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 14$$

Ответ: $\angle ABC = 60^\circ$; радиус описанной около $\triangle ABC$ окружности $R = 14$;
 площадь $\triangle ABC - S_{ABC} = 120\sqrt{3}$

Лист ①

Условие
S₂

Дано:
 $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$
 - натуральные
 $x_1 > x_2 > \dots > x_{n-1} > x_n$
 $x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + 30x_n = 450$
 $x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = 450 - 14x_1$
 $x_1 = ?$
 $x_2 = ?$
 \dots
 $x_{n-1} = ?$
 $x_n = ?$

Из условия:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} = 450 - 30x_n \\ x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = 450 - 14x_1 \end{cases}; \text{откуда: } 450 - 30x_n - x_1 = 450 - 14x_1 - x_n \Leftrightarrow$$

$$29x_n = 13x_1, \text{ значит } x_n: 13 \text{ и } x_1: 29$$

Минимальное значение $x_n = 13$;

• при $x_n = 13$: $x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} = 450 - 13 \cdot 30 = 60$, откуда

$$x_1 \leq 60 \Rightarrow x_1 \leq 58 \text{ (м.к. } x_1: 29) \Rightarrow x_1 \in (29; 58);$$

варианты

• при $x_n = 26$: $x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} = 450 - 26 \cdot 30 = 450 - 780 = -330$, что противоречит условию, т.к. сумма натур. чисел не может быть отрицательной, значит $x_n \neq 26$, и т.к. при x увеличении x_n сумма других чисел уменьшится, значит при больших x_n сумма остальных чисел останется отриц., а значит $x_n < 26 \Rightarrow x_n = 13$

• при $x_1 = 58$: $x_2 + \dots + x_{n-1} = 60 - 58 = 2$, а т.к. x_n самое маленькое, то значит этот вариант не возможен (т.к. $2 < 13$ и все числа натур.)

Следовательно $x_1 = 29$

• при $x_1 = 29$: $x_2 + \dots + x_{n-1} = 60 - 29 = 31$, т.к. минимальное значение $x_{n-1} = 14$, ($x_{n-1} > x_n$), ~~тогда~~ и сумма остальных чисел $31 - 14 = 17$, то ~~тогда~~ чисел кроме x_1 и x_n всего ~~три~~ два (т.к. x_1 и x_n нечетные)

Значит: при $x_{n-1} = 14$; $x_2 = 17$; • при $x_{n-1} = 15$; $x_2 = 16$; при $x_{n-1} = 16$; $x_2 = 15$, а этот вариант не подходит, т.к. $x_{n-1} < x_2$, а т.к. при увеличении x_{n-1} ; x_2 только возрастает, значит суммой будет только эти варианты (подставив ~~их~~ и проверив верность равенства, ~~откуда~~ ~~м.к.~~ $31 > 29$)

и вариант с одним числом, кроме x_n и x_1 , откуда ~~м.к.~~ $31 > 29$

13x₁ + x₂ + x_{n-1} + x_n = 450, и вариант с одним числом, кроме x_n и x₁, откуда м.к. 31 > 29

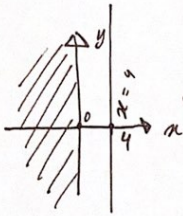
Ответ: (13; 14; 17; 29); (13; 15; 16; 29)

Рассмотрим координаты точки $A(x; y)$:

$$2a^2 + 2ax + x^2 - 2xy + 2y^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$4a^2 + 4ax + x^2 + x^2 - 4xy + 4y^2 = 0 \Leftrightarrow (2a^2 + x)^2 + (x^2 - 2y)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

~~Из уравн~~ $\begin{cases} 2a^2 + x = 0 \\ x^2 - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2a^2 \\ x^2 = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$



Заметим, что точка A всегда лежит левее прямой $x=4$, т.е. чтобы A и B лежали по разные стороны от прямой $x=4$, точка B должна лежать правее ~~этой~~ прямой $x=4$.

Рассмотрим окружность с точкой в центре B :

$$a^2x^2 + a^2y^2 - 2a^3x - 6ax - 2a^2y + 4a = 0$$

$$a^2x^2 - 22a(a^2+6)x + a^4 + 6a^2 + 9 + a^2y^2 - 2a^2y + a^2 - 7a^2 = 0$$

$$(a^2x^2 - (a^2+6)) + (ay - a)^2 = 7a^2$$

Т.е. координаты $B: ((a^2+6); a)$ (т.к. окружность задается формулой $(ax-x_0) + (ay-y_0) = \frac{r^2}{a^2}$, где r - радиус окр., а $(x_0; y_0)$ - координаты центра)

~~Лесать правее точки~~

Точка B будет лежать правее прямой $x=4$, ~~т.е.~~ при

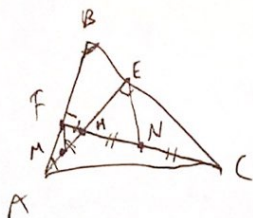
$$a^2 + 6 > 4 \Leftrightarrow a^2 > -2 \Leftrightarrow a - \text{любое}$$

Ответ: a - любое

Черновики

Мамедовичева, 9 класс, матем 1

$\sqrt{0} = 1$



$FM = 2$
 $EN = 11$
 $FMEN$

$$AC = 2R \sin \angle B$$

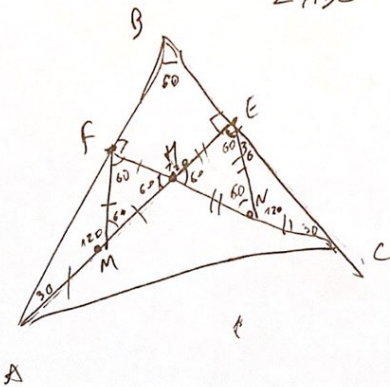
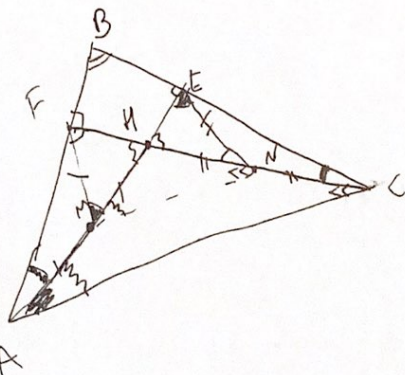
$$R = \frac{AC}{2 \sin \angle B}$$



50+45+3 98 45+49

$$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\angle ABC = 360 - 180 - 120 = 60$$



$$\frac{588 \sqrt{3}}{196}$$

$$\frac{28}{196}$$

$$\frac{1}{7}$$

$$\frac{58}{7}$$

$$\frac{768}{7}$$

$$16^2 = 32 \cdot 8 = 64 \cdot 4 = 128 \cdot 2 = 256$$

$$AB = \frac{AE}{\sin \angle B} = \frac{AM + MN + NF}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{15 \cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$$

$$BC = \frac{FC}{\sin \angle B} = \frac{24}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 16\sqrt{3}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B} = \sqrt{300 + 768 - 2 \cdot 10\sqrt{3} \cdot 16\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}} =$$

$$\sqrt{300 + 768 - 480} = \sqrt{768 - 180} = \sqrt{668 - 80} =$$

$$R = \frac{20\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 20$$

$$\sqrt{668 - 20} = \sqrt{588} = \sqrt{3 \cdot 196} =$$

$$S_2 = \sqrt{20\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3}} = 14\sqrt{3}$$

$$3 \sqrt{200 \cdot 4 \cdot 6} = 3 \sqrt{1200} = 3 \cdot 20\sqrt{3} = 60\sqrt{3}$$

$$P = \frac{10\sqrt{3} + 16\sqrt{3} + 14\sqrt{3}}{2} =$$

$$\frac{(5+8+7)\sqrt{3}}{4} = \frac{20\sqrt{3}}{4} = 5\sqrt{3}$$

$\sqrt{0} = 2$

$(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + x_n$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n$$

$$450 - 30x_n = x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1}$$

$$450 - 14x_1 = x_2 + x_3 + \dots + x_n$$

$$450 - 14x_1 - x_n = 450 - x_n - x_1$$

$$450 + 29x_n = 450 + 13x_1$$

$$29x_n = 13x_1$$

$$x_n : 13$$

$$x_1 : 29$$

минимальное $x_n = 13$ ~~минимальное $x_1 = 29$~~

$$13 \cdot 30 = 390$$

$$450 - 390 = 60 \Rightarrow x_1 < 60 \Rightarrow x_1 \leq 58$$

$$29 \cdot 58$$

$$x_1 \in (29; 58)$$

если $x_n = 26$

$$x_n = 13$$

$$13 \cdot 30 = 390$$

если $x_1 = 58 \Rightarrow x_1 \neq 58 = 201 = 29$

(2) м.к. $x_{n-1} > x_n$

если $x_1 = 29$

$$x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} = 31$$

(14, 17); (15, 16); (16, 15); (17, 14)

$$450 - 377 = 60 + 73$$

$$\frac{29}{13}$$

$$\frac{87}{13}$$

$$\frac{29}{13}$$

$$\frac{377}{13}$$

Черновик
№3

Математика, 9 класс, задание

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$$

$$a^2x^2 + a^2y^2 - 2a^3x - 6ax - 2a^2y + a^4 + 9 = 0$$

$$2a^2x + 6ax = 2xa(a^2 + 3) \quad (a^2 + 3)^2 = a^4 + 6a^2 + 9$$

$$(a^4 - 2a^3x + a^2x^2 - 2a^2y + 9) - 6ax + a^2y^2 = 0$$

$$(a^2x^2 - 6ax + 9) = (ax - 3)^2$$

$$(ax - 3)^2 + a^2y^2 - 2a^2x - 2a^2y + a^4 = 0$$

$$(x+y)^2(x-y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2) = x^4 + 2x^3y + y^2x^2 + 2x^2y + 4x^2xy + 2xy^3 + y^2x^2 + 2xy^3 + y^4 =$$

$$x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$x^4 - 2x^3y + y^2x^2 + 2x^2y^2 - 2x^2y - 2xy^3 + x^2y^2 - 2xy^3 + y^4 =$$

$$x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$$

$$(a^2x^2 - 2a^3x + a^4) = (ax - a^2)^2$$

$$(ax - a^2)^2 + a^2y^2 - 6ax - 2a^2y + 9 = 0$$

$$(ax - a^2)^2 +$$

A:

$$2a^2 + 2ax + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x^2 - 2xy + 2y^2 + \frac{1}{2}x^2 = 0$$

$$\frac{4a^2 + 4ax + a^2}{2} + \frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{2} = 0$$

$$(2a^2 + ax)^2 + (x^2 - 2y)^2 = 0$$

$$x \leq 0$$

$$(2y+1)^2 + (x+1)^2 = 1$$



1A B 1B



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211005595**

ID профиля: **343303**

Вариант 14

$$\begin{cases} 7x^2 + 7y^2 - 3x^2y^2 = 7 \\ x^4 + y^4 - x^2y^2 = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(x^2 + y^2) - 3x^2y^2 = 7 \\ (x^2 + y^2)^2 - 3x^2y^2 = 37 \end{cases}$$

Пусть: $\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x^2y^2 = b \end{cases}$; ~~...~~; Подставим

в исходное уравнение:

$$\begin{cases} 7a - 3b = 7 \\ a^2 - 3b = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 7a = 30 \\ 7a - 3b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 7a - 30 = 0 \\ b = \frac{7(a-1)}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a = \frac{7 + \sqrt{49 + 30 \cdot 4}}{2} \\ a = \frac{7 - \sqrt{49 + 30 \cdot 4}}{2} \\ b = \frac{7(a-1)}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 21 \\ a = -3 \\ b = -9\frac{1}{3} \end{cases}$$

1) Пусть $\begin{cases} a = 10 \\ b = 21 \end{cases}$:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x^2y^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 10x^2 + 21 = 0 \\ y^2 = \frac{21}{x^2} \end{cases}$$

Дискриминант ^{анн} уравнения $x^4 - 10x^2 + 21 = 0$: $D = 100 - 4 \cdot 21 = 16$

Отсюда: $\begin{cases} x^2 = \frac{10 + \sqrt{16}}{2} \\ y^2 = \frac{21}{x^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 7 \\ y^2 = 3 \\ x^2 = 3 \\ y^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = \sqrt{7} \\ y = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{7} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{7} \\ y = \sqrt{3} \\ x = \sqrt{7} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{7} \\ x = -\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{7} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{7} \\ x = \sqrt{3} \\ y = -\sqrt{7} \end{cases} \end{cases}$

2) Пусть $\begin{cases} a = -3 \\ b = -9\frac{1}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + y^2 = -3 \\ x^2y^2 = -9\frac{1}{3} \end{cases}$; ~~...~~; корней нет, т.к. $x^2 \geq 0$ и $y^2 \geq 0$,
а сумма и произведение положительных чисел Нет ①

~~Математика~~

Числовые

Математика, 9 класс
часть 2

не может быть отрицательной, значит корень не

Ответ: $(\sqrt{7}; \sqrt{3}); (-\sqrt{7}; \sqrt{3}); (-\sqrt{3}; \sqrt{7}); (\sqrt{7}; -\sqrt{3}); (-\sqrt{7}; -\sqrt{3}); (-\sqrt{3}; -\sqrt{7}); (\sqrt{3}; -\sqrt{7});$

~~$(\sqrt{3}; \sqrt{7}); (-\sqrt{3}; \sqrt{7}); (-\sqrt{7}; \sqrt{3}); (-\sqrt{7}; -\sqrt{3}); (-\sqrt{3}; -\sqrt{7}); (\sqrt{7}; -\sqrt{3});$~~ — $(x; y)$

~~$(\sqrt{3}; \sqrt{7}); (-\sqrt{3}; \sqrt{7}); (-\sqrt{7}; \sqrt{3}); (-\sqrt{7}; -\sqrt{3}); (-\sqrt{3}; -\sqrt{7}); (\sqrt{7}; -\sqrt{3});$~~

$(\sqrt{3}; \sqrt{7})$

Числовик

№5

П.к. все карточки различны, то дублей 15 (по одному на каждое число 1 до 15). П.к. карточки аналогичны для каждого числа, то найдем сначала количество способов, которыми фокусник может вытащить дубль x и карту не противоречивую условию; тогда общее число способов будет $N_0 = 15N + n$, где n - количество способов вытащить 2 дубля.

• Найдем N : м.к. первая карта, которую вытаскивает фокусник, это дубль числа x , то количество способов N будет совпадать с количеством способов вытащить ~~какую~~ вторую карту, м.к. это не карта с числом x и не дубль, то найдем количество карт с числом x . П.к. как на одной стороне карты число x , то на другой 15 любых чисел, значит ~~то~~ кол-во карт с числом x : $15 \cdot 2 - 1 = 29$ (м.к. есть карты с одинаковыми наборами чисел, но разного цвета, умножаем на 2, и вычитаем 1, м.к. мы дважды учитываем дубль) П.к.: $N = 225 - 29 - (15 - 1) = 225 - 29 - 14 = 182$
 (м.к. дублей всего 15, мы не считаем дубль x , вычитаем 14)

• Найдем n : $n = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$ (м.к. к дублю x мы можем вытащить 14 других дублей, а м.к. ситуация для всех дублей аналогична умножаем на 15, и м.к. считаем каждую пару карт со стороны каждого дубля, то делим на 2)

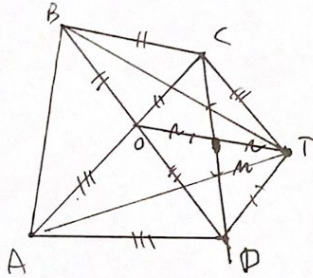
Откуда $N_0 = 15N + n = 182 \cdot 15 + 105 = 2730 + 105 = 2835$

Ответ: 2835 способами

Умовник

№6

Дано:
 $ABCD$ - ромб
 $\angle POE = \angle AOD$ -
 правильні
 T - точка перетину
 діагоналей O -
 центр ромба M ,
 N - середина CD
 б) $BC = 3$; $AD = 4$



Дов. $\triangle BOC$ і $\triangle AOD$ - правильні, то
 $\angle CBO = \angle BCO = \angle COB = \angle OAD = \angle ADO = \angle AOD = 60^\circ$
 $BC = BO = CO$; $AO = OD = AD$
 Оскільки
 $\angle BOA = \angle COD = 120^\circ$ (по двом берем. і сумм. кутам)
 То двом берем. \angle :
 $\angle CMO = \angle TMD$;

$\triangle CMO = \triangle TMD$ (по 2 сторонам и углу между ними)

Значит $OC = DT$; $\triangle OMD = \triangle CMT$ (по 2 сторонам и углу между ними)
 (паралелограм) ($\angle CMT = \angle OMD$ по двом берем. кутам);
 $OC \parallel DT$) по признакум #

Положим $\angle COT = \alpha$, тогда $\angle TOD = 120^\circ - \alpha$, м.к. $OC \parallel DT$ и $CT \parallel OD$, то

$\angle OTD = \alpha$ и $\angle OTC = 120 - \alpha$; м.к. сумма $\angle \Delta = 180$, то:

~~Одна~~ (для $\triangle OCT$): $\angle OCT = 180 - \alpha - (120 - \alpha) = 60^\circ$
 (для $\triangle ODT$): $\angle ODT = 180 - \alpha - (120 - \alpha) = 60^\circ \Rightarrow$

$\angle BCD = \angle BCO + \angle OCT = 120^\circ$

$\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 120^\circ$

Значит $\triangle ADT = \triangle BCT$ (по 2 сторонам и углу между ними)
 ($DT = OC$ и $CT = OD$ по двом #)

Оскільки $BT = AT$; $\triangle ADT = \triangle BOA$ (по 2 сторонам и углу между ними)
 значит $BT = AT = BA$; значит $\triangle ABT$ - правильний триг.

Если $BC = 3$; $AD = 4$, то по теореме косинусов: ($\triangle BOA$; $\triangle OCO$)

$AB = CD = \sqrt{BC^2 + AD^2 - 2BC \cdot AD \cdot \cos 120} = \sqrt{9 + 16 + 2 \cdot 3 \cdot 4} = \sqrt{37}$

Тогда:

$S_{ABT} = \frac{AB^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{37 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9,25\sqrt{3}$;

~~Тогда~~ $\triangle ABO = \triangle OCB$ (по двум сторонам и углу между ними);

$S_{ABCD} = 2S_{ABO} + S_{BOC} + S_{AOD} = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{16 \cdot \sqrt{3}}{4} + 2 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{37+13+4} \cdot \sqrt{37+4+3-2\sqrt{37}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{37+4+3-6} \cdot \sqrt{37+4+3-8}}{2}} =$
 $2,25\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sqrt{37+7}(7-\sqrt{37}))(\sqrt{37+1})} \sqrt{(\sqrt{37-1})} = 2,25\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{37(49-37)(37-1)} =$
 $6,25\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 12,25\sqrt{3}$

Мом 4)

Учумбулук

$$\text{Thora} \quad \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{9,25\sqrt{3}}{12,25\sqrt{3}} = \frac{9\frac{1}{4}}{12\frac{1}{4}} = \frac{37}{49}$$

Амбем: $S_{ABT} : S_{ABCD} = 37 : 49$

Упростит
 $\sqrt{4}$

Моментами, 9 класе, 2006

$$\begin{cases} 7x^2 + 7y^2 - 3x^2y^2 = 7 \\ x^4 + y^4 - x^2y^2 = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(x^2 + y^2) - 3x^2y^2 = 7 \\ 6(x^2 + y^2)^2 - 3x^2y^2 = 37 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x^2y^2 = b \end{cases} \quad x^4 - ax^2 + b = 0 \\ x^2 = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4b}}{2}$$

$$\begin{cases} 7a - 3b = 7 \\ a^2 - 3b = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 7a = 30 \\ 7a - 3b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 7a - 30 = 0 \\ 3b - 7a = -7 \\ b = \frac{7(a-1)}{3} \end{cases}$$

$$a = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 30 \cdot 4}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2}$$

$$a_1 = \frac{7+13}{2} = 10 \quad a_2 = \frac{7-13}{2} = -3$$

при a_1

$$b_1 = \frac{7 \cdot 9}{3} = 21$$

$$21 \cdot 4 = 84$$

при a_2

$$b_2 = \frac{7 \cdot (-4)}{3} = -\frac{28}{3} = -9\frac{1}{3}$$

84

$$\sqrt{5} \quad 15 + 14 = 29$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ - 15 \\ \hline 210 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 - 15 \\ \hline 210 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 182 \\ \hline 82 \\ 728 \\ 182 \\ \hline 2730 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 214 \\ \hline 22 \\ 238 \\ 114 \\ \hline 2354 \end{array}$$

$$15 \cdot 29 = 435$$

$$15(225 - 29) = 15 \cdot 196 = 2940$$

$$15(225 - 29 - 14) = 15 \cdot 182 = 2730$$

$$\text{ответ: } 2730 \cdot 15$$

$$229 - 53 = 176$$

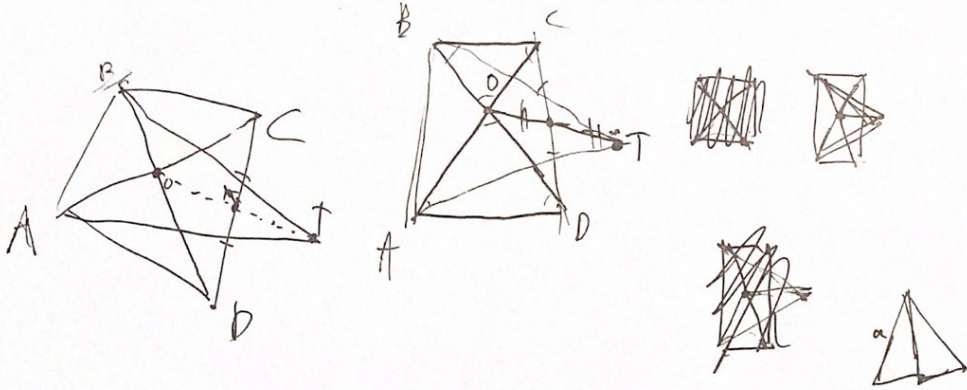
$$196 - 14 = 182$$

$$\frac{15 \cdot 7}{105}$$

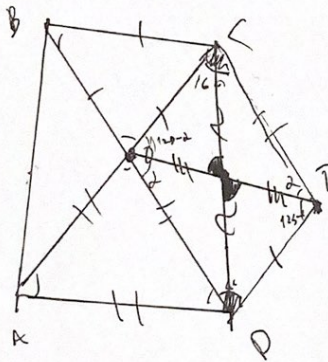
$$\begin{array}{r} 182 \\ \times 15 \\ \hline 910 \\ 182 \\ \hline 2730 \end{array}$$

Черновик

№6



$$a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$



$$9 \cdot 1,5 = 13,5$$

$$\sqrt{\frac{\sqrt{37+3+4}}{2} \cdot \frac{\sqrt{37+3+4}-2\sqrt{37}}{2} \cdot \frac{\sqrt{37+3+4}-6}{2} \cdot \frac{\sqrt{37+3+4}-8}{2}}$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{(\sqrt{37+3+4})(7-\sqrt{37})(\sqrt{37+1})(\sqrt{37}-1)} = 1,5\sqrt{37}$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{(9-37)(37-1)} = \frac{1}{4} \sqrt{12 \cdot 36} = \frac{1}{4} \sqrt{432} = \frac{1}{4} \cdot 6\sqrt{12} = \frac{3\sqrt{12}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$3\frac{1}{4}\sqrt{3}$$

~~3\sqrt{3}~~