Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211007691**

ID профиля: **366158**

Вариант 13

Чистовик.

№2

Решение:

1). Выпишем эти натуральные числа по возрастанию: $(n_1 < n_2 < \ldots < n_i)$

Тогда: $\begin{cases} 32n_1 + n_2 + \ldots + n_i = 477 & (1) \\ n_1 + n_2 + \ldots + 14n_i = 477 & (2) \end{cases}$

2). $(1)-(2)$: $31n_1 - 13n_i = 0 \Rightarrow \boxed{31n_1 = 13n_i} \Rightarrow \boxed{n_i = \frac{31}{13} \cdot n_1}$

3). Т.к. $n_i \in \mathbb{N}$, то n_1 — ~~делит~~ кратно 13. $\Rightarrow$ n_1 может быть: 13, 26, ... Если $n_1 = 13$, то $n_i = 31$; подставим в (1):

$416 + n_2 + n_3 + \ldots + 31 = 477 \Rightarrow \boxed{n_2 + n_3 + \ldots + n_{i-1} = 30}$. (3).

4). Заметим, что при n_1 бо́льших (и кратных 13)

$n_1 \cdot 32 > 477 \Rightarrow$ при $n_1 \neq 13$ задача не соответствует условию.

5). $\Rightarrow$ надо найти, сколькими способами можно выразить 30 в сумме попарно не равных чисел.

Т.к. ~~а~~ $n_1 < n_2 < \ldots < n_i$, то все слагаемые больше 13, но меньше 31. $30 = 30$; $30 = 14 + 16$; ~~30 =~~

6). Т.е. всего 2-а варианта: 1-ом $n_2 = 30$ $(i = 3)$, во 2-ом: $n_2 = 14$, $n_3 = 16$ $(i = 4)$. Иных вариантов при $i > 4$ быть не может, т.к. если $30 = 14 + 16 = 14 + a_1 + a_2 + \ldots + a_t$ и ~~а~~ $14 < a_1 < a_2 < \ldots < a_t$, то получаем противоречие!

$16 = \underbrace{15}_{\text{нат. число бо́льшее 13, но меньшее 16}} + 1$, $1 < 15$. — не подходит условию.

7). При больших ~~t~~ t $(t > 2)$ некоторые a вообще должны стать отрицательными, чего быть не должно. Таким образом, существует только 2-а варианта.

Ответ: $(13; 30; 31)$, $(13; 14; 16; 31)$.

Чистовик.

~~Андрющечкин~~,
~~9 класс~~.

№ 3 Решение:

1). Преобразуем 1-ое ур-ие:

$$5a^2-6ax-2ay+2x^2+2xy+y^2=0$$

$$(x^2-2\cdot 2\cdot ax+4a^2)+(x^2-2ax+a^2)+2\cdot(x-a)y+y^2=0$$

$$(x-2a)^2+((x-a)^2+y)^2=0.$$, т.к. $(x-2a)^2\geq 0$ и $((x-a)^2+y)^2\geq 0$, то:

2). $$\begin{cases}(x-2a)^2=0\\((x-a)^2+y)^2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2a\\y+(x-a)^2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2a\\y=-(x-a)^2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=2a\\y=-a^2.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{x}{2}\\y=-a^2\end{cases}\Rightarrow\boxed{y=-\frac{x^2}{4}}$$ — (·) А лежит на параболе $y(x)=-\frac{x^2}{4}$

2). Преобразуем 2-ое ур-ие:

$$a^2x^2+\underline{a^2y^2}-8a^2x-\underline{2a^3y}+12ay+\underline{a^4}+36=0$$

$$a^2x^2+(ay-a^2)^2-8a^2x+12ay+36=0$$

211007691 (U366158 M1273261)

$S_{FBE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$ $FB \cdot BE = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot AB \cdot BC = \left(\frac{\sqrt{3}}{8}\right) \cdot \frac{1}{2}$

$FB \cdot AB = BE \cdot BC \Rightarrow FB = \frac{BC}{AB} \cdot BE$

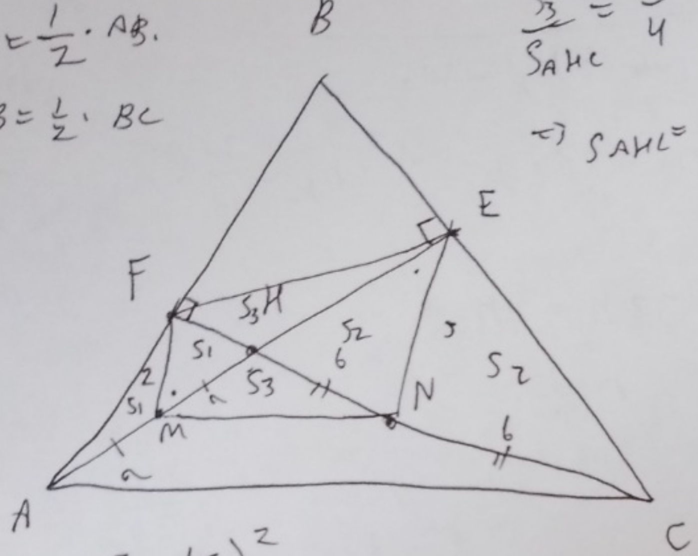
$\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB \cdot BC\right) = \frac{S}{4}.$

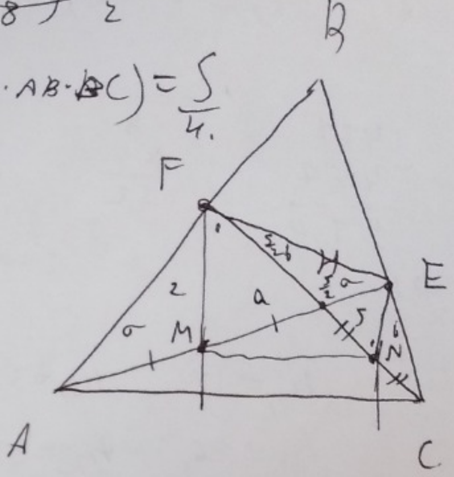
$BE = \frac{1}{2} \cdot AB.$

$FB = \frac{1}{2} \cdot BC$

$\frac{S_3}{S_{AHC}} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow S_{AHC} = 4 S_3.$





$\Delta FMH \sim \Delta NEH.$

$\frac{HE}{MH} = \frac{5}{2}$ $\frac{HE}{}$ $\Delta FBE \sim \Delta ABA.$

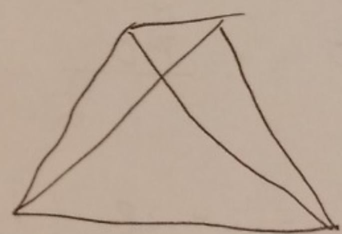
$\frac{1}{2} \cdot MH \cdot HN \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} HE \cdot FH \cdot \sin\alpha$

$MH \cdot HN = HE \cdot FH.$

$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$\frac{S_2}{S_3}$

$\frac{HN}{FH} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{S_2}{S_3} = \frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{S_2 = \frac{5}{2} S_3}.$



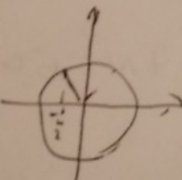
$19 \times 3 = 57$

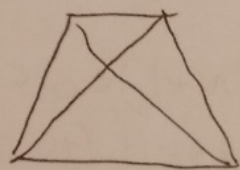
$\frac{S_1}{S_3} = \frac{5}{2} \Rightarrow S_1 = \frac{5}{2} S_3;\ \boxed{S_1 = S_2}.$

$S_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 5 \cdot 5 =$

180

$360° - 180° - 120°$





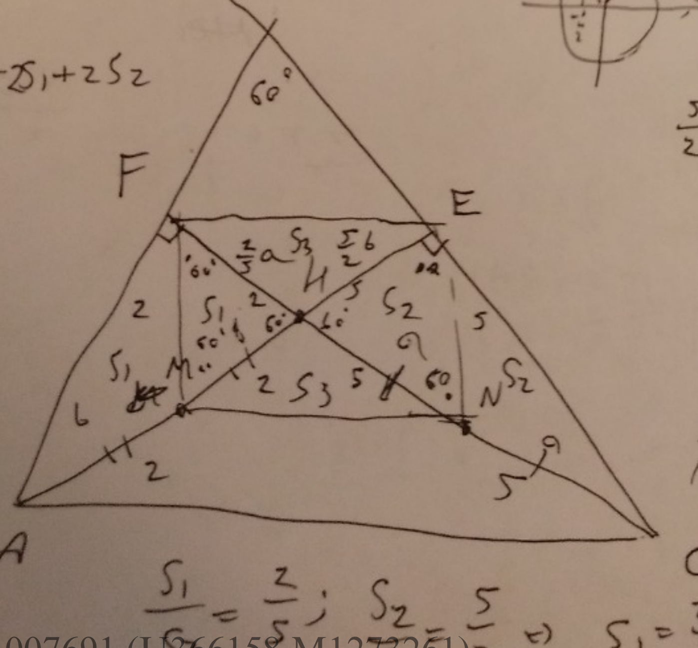
$\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x$

$S = 4S_3 + 2S_1 + 2S_2$

$116 - 40 = 76$

$76 = 2^2 \cdot 19$

$\sqrt{76} = 2\sqrt{19}$



$\frac{5}{2} = \frac{a}{FH} \Rightarrow FH = \frac{2}{5} \cdot a.$

$\frac{HE}{6} = \frac{5}{2} \Rightarrow HE = \frac{5}{2} \cdot b.$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot a \cdot \frac{5}{2} \cdot b \cdot \sin\alpha =$

$= \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\alpha$

$\frac{S_1}{S_3} = \frac{2}{5};\ \frac{S_2}{S_3} = \frac{5}{2} \Rightarrow S_1 = \frac{2}{5} S_3;\ S_2 = \frac{5}{2} S_3.$

$$\underline{5a^2}-\underline{6ax}-2ay+\underline{2x^2}+2xy+y^2=0.$$

$$\underbrace{(x^2-2\cdot 3a\cdot x+9a^2)}-4a^2+x^2+2xy+y^2-2ay=0$$

$$(x-3a)^2-4a^2+x^2+2y(x-a)+y^2=0.$$

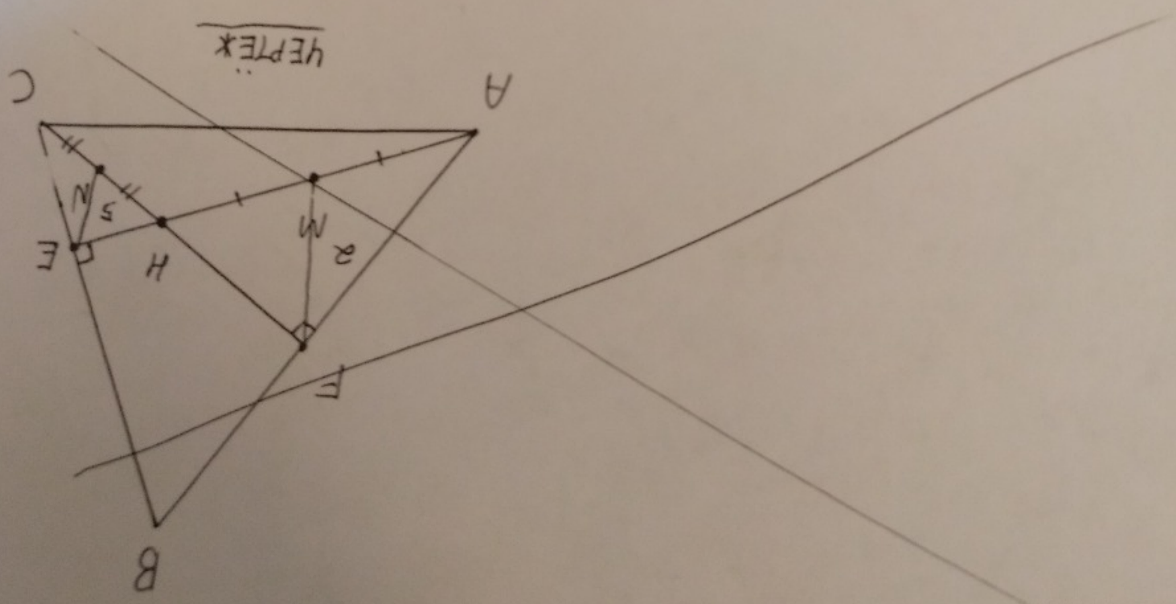
$$(x-a)^2=\cancel{x^2}\ x^2-2ax+a^2$$

$$(x^2-2\cdot 2ax+4a^2)+(x^2-2ax+a^2)+2(x-a)y+y^2=0$$

$$(x-2a)^2+((x-a)^2+y^2)^2=0.$$

2:

$$(ay+6)^2$$



1).

№01. Решение:

Чистовик. [redacted]

№1 Решение:

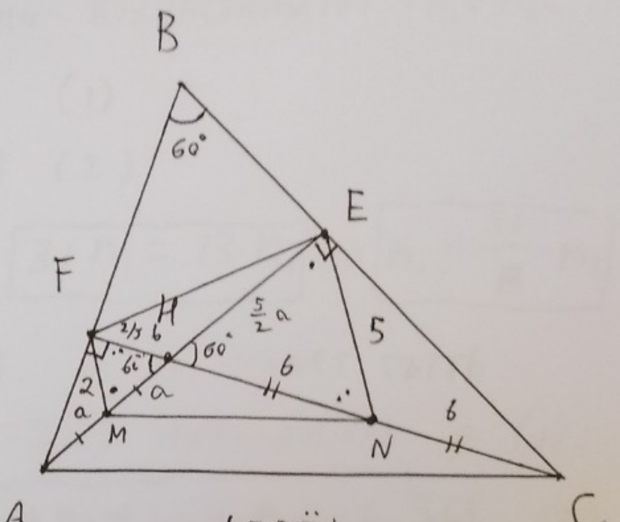


ЧЕРТЁЖ.

1). Доп. построения: отрезок MN, отрезок FE. Поскольку $FM \parallel EN$ и $FM \neq EN$ (условие), то $FMNE$ — трапеция.

2). Из равенства накрест лежащих углов $\angle FMH$ и $\angle HEN$ и вертик. углов $\angle FHM$ и $\angle EHN \Rightarrow \triangle MFH \sim \triangle ENH$.

3). Пусть $NC = HN = b$, $AM = MH = a$. Тогда из подобия: $\frac{FH}{b} = \frac{2}{5}$ $\Rightarrow \boxed{FH = \frac{2}{5}b}$; $\frac{a}{HE} = \frac{2}{5} \Rightarrow \boxed{HE = \frac{5}{2}a}$

4). Рассмотрим $\triangle AFH$, $\triangle HEC$: т.к. FC и AE — высоты, то эти $\triangle$-ки прямоугольные. В них FM и EN соответственно медианы.

$\Rightarrow FM = \frac{1}{2}AH = a$; $EN = \frac{1}{2}HC = b$. Но $FM = 2$, $EN = 5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ b=5. \end{array}\right.$

5). $\Rightarrow FH = 2$; $HE = 5$. В $\triangle$-ке FMH: $FH = FM = MH = 2 \Rightarrow \triangle FMH$ — правильный. Аналогично: $\triangle HEN$ — правильный. $\Rightarrow \angle EHN = 60° \Rightarrow \angle FHE = 180° - 60° = 120°$.

6). В 4-хугольнике $BFHE$: $\angle B = 360° - \angle F - \angle B - \angle H = 360° - 90° - 90° - 120° = \underline{60°}$.

$\Rightarrow \boxed{\angle ABC = 60°}$

7). Пусть $S_1 = S_{AFM} = S_{FHM}$, $S_2 = S_{ENC} = S_{HEN}$, $S_3 = S_{FHE} = S_{MHN}$.

Тогда $S_1 = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot a \cdot \frac{\cancel{2}}{5} \cdot b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$; $S_2 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{5}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{8} \cdot 10 = \frac{25\sqrt{3}}{4}$.

$S_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{5}} b \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

8). По теореме косинусов найдём AC ($\triangle AHC$): $AC^2 = 4^2 + 10^2 - \cancel{2} \cdot 4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 76 \Rightarrow AC = 2\sqrt{19}$. $\Rightarrow$ По теореме синусов радиус описанной окр-ти: $2R = \frac{AC}{\sin 60°} = \frac{\cancel{2}\sqrt{19} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{R = \frac{\sqrt{57}}{2}}$

9). $S_{AHC} = 4 \cdot S_3$ (из подобия $\triangle AHC$ и $\triangle HMN$); $S_{AFH} = 2S_1$; $S_{HEC} = 2S_2$.

$S_{FHE} = S_3$. $\triangle BAE$: $BE = \frac{1}{2} \cdot AB$ ($\angle A = 30°$); $\triangle CBF$: $BF = \frac{1}{2} \cdot BC$ ($\angle C = 30°$).

$S_{BFE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot BF \cdot BE = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB \cdot BC\right) = \frac{1}{4} \cdot S \Rightarrow 5S_3 + 2S_1 + 2S_2 + \frac{S}{4} = S$.

$\Rightarrow S = \frac{4}{3}(5 \cdot S_3 + 2S_1 + 2S_2) = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{25\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} + \frac{25\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{4}{3} \cdot 27\sqrt{3} = \boxed{36\sqrt{3}}$.

Ответ: $\angle ABC = 60°$; $S = 36\sqrt{3}$; $R = \frac{\sqrt{57}}{2}$

$n_1, n_2, \dots n_k$.

$$\begin{array}{r} 477 \\ +477 \\ \hline 954 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13 \\ \times 4 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 4 \\ \hline 124 \end{array}$$

$-\ 32n_1 + n_2 + \dots + n_k = 477$

$n_1 + n_2 + \dots + 14n_k = 477$.

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 32 \\ \hline +104 \\ 156 \\ \hline 64 \end{array}$$

$31n_1 \cancel{+} 13n_k = 0$.

$31n_1 = 13n_k$; $n_k = \frac{31}{13} \cdot n_1$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 32 \\ \hline +26 \\ 39 \\ \hline 416 \end{array}$$

$n_1 = 13$: $n_k = 31$

$n_1 = 26$: $n_k = 62$

$33n_1 + 2n_2 + \dots + 15n_k = 954$.

n_1 и n_k — чётны. $n_i \vdots 3$.

$n_1 = 52$: $n_k = 124$.

$$\begin{array}{r} 416 \\ +31 \\ \hline 447 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 31 \\ \times 14 \\ \hline +124 \\ 31 \\ \hline 434 \\ +13 \\ \hline 447 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 32 \\ \hline 52 \end{array}$$

78

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 32 \\ \hline +52 \\ 78 \\ \hline 2 \end{array}$$

$13 + 30 + 31$

13

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 31 \\ \hline +14 \\ 42 \\ \hline 434 \\ +13 \\ \hline 447. \end{array}$$

$N_2 = 2 + 28$

$1+29$; 30

$N(N+1) = 60 \Rightarrow N^2 + N - 60 = 0$.

$D = 1 + 4 \cdot 1 \cdot 60 = 241$.

~~Но~~

$8 \cdot 9$

$\frac{7 \cdot 8}{2} = \frac{56}{2} = 28$

$\frac{8 \cdot 9}{2} = \frac{72}{2} = 36$

~~1+2+3+4+5+6+7+8+9~~

~~30; 1+29; 2+28;~~

~~. . . .~~ $14+16$.] 15 - раз.

$14 + 16 = 30$

$16 =$

1 - 14

14+

14+

211007691 (U366158 M1273261)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211007691**

ID профиля: **366158**

Вариант 13

Чистовик. Математика, 9 класс.

$\boxed{№4}$ Решение:

1) $\begin{cases} 3x^2+3y^2-2x^2y^2=3 & (1) \\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17 & (2). \end{cases}$ Разделим обе части в (1) на 3.

Тогда имеем: $\begin{cases} x^2+y^2-\frac{2}{3}x^2y^2=1 & (3) \\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2\cdot y^2=17 & (2) \end{cases}$

Преобразуем (2): $(x^4+2x^2y^2+y^4)-\frac{4}{3}x^2y^2=17$.

$\Rightarrow (x^2+y^2)^2-\frac{4}{3}x^2\cdot y^2=17$. Выразим x^2+y^2 из (3):

$x^2+y^2=1+\frac{2}{3}x^2y^2$.

2). Получаем: $(1+\frac{2}{3}x^2y^2)^2-\frac{4}{3}x^2y^2=17 \Leftrightarrow 1+\frac{4}{3}x^2y^2+\frac{4}{9}x^4y^4-\frac{4}{3}x^2y^2=$

$=17 \Leftrightarrow \frac{4}{9}x^4y^4=16 \Leftrightarrow \boxed{x^4y^4=36} \Rightarrow \boxed{x^2y^2=6}$.

3). Тогда получается система: $\begin{cases} x^2+y^2=5. \\ x^4+y^4=13. \end{cases}$

Выразим x^2: $x^2=5-y^2$

$\Rightarrow x^4=(5-y^2)^2=25-10y^2+y^4 \Rightarrow 25-10y^2+y^4+y^4=13$.

$\Rightarrow 2y^4-10y^2+12=0 \,|:2 \Rightarrow y^4-5y^2+6=0$.

Пусть $t=y^2 \Rightarrow t^2-5t+6=0$. $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot6=1. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=2 \\ t_2=3. \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\pm\sqrt{2} \\ y=\pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$ Тогда $\left[\begin{array}{l} x^2=5-2 \\ x^2=5-3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{3} \\ x=\pm\sqrt{2}. \end{array}\right.$

Ответ: $(\sqrt{2};\sqrt{3}), (\sqrt{2};-\sqrt{3}), (-\sqrt{2};\sqrt{3}), (-\sqrt{2};-\sqrt{3}),$
$(\sqrt{3};\sqrt{2}), (\sqrt{3};-\sqrt{2}), (-\sqrt{3};\sqrt{2}), (-\sqrt{3};-\sqrt{2})$.

Чистовик.

Математика, 9 класс.

$\boxed{№5}$ Решение:

1) Число дублей — 12: $144 - A_{12}^2 = 144 - 132 = 12$.

2). Возможно 2-а случая: • взято два дубля. Тогда число таких комбинаций равно $C_{12}^2 = \frac{12!}{2! \cdot 10!} =$
$= 66$ (комб.)

• взят 1 дубль и 1 карта-недубль.
Дубль можно взять 12-ью способами, пусть попался дубль с каким-то числом a.
Тогда всего карт с числом a: $2 \cdot (12-1) = 22$.
Значит, карт не с числом a: $144 - 22 = 122$.

3). Получается, можно взять 2-е карты таким способом $12 \cdot 122 = 1464$ — с числом a.
a — ~~до~~ число от 1 до 12 $\Rightarrow$
всего способов $N = 12 \cdot 1464 = 17\,568$ (комб.)

Ответ: 17 568.

211007691 (U366158 M1273262)

~~A~~ $A^2_{12} = \frac{12!}{10!} = 11\cdot 12 = 132.$

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ \underline{12} & 66 \\ 12 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ \times\, 11 \\ \hline +12 \\ 12 \\ \hline 132 \end{array}$$

$\Rightarrow 144 - 132 = 12$ (число дубней).

1). достаёт по два дубня: $\Rightarrow C^2_{12} = \frac{12!}{2\cdot 10!} = 66.$

2). достаёт дубень и карту-недубень!

$\underbrace{12}_{\text{вариантов достать дубень}} \cdot$

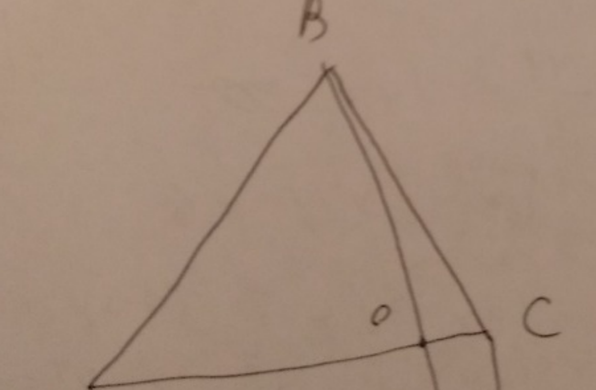
$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\, 12 \\ \hline +48 \\ 24 \\ \hline 288 \end{array}$$

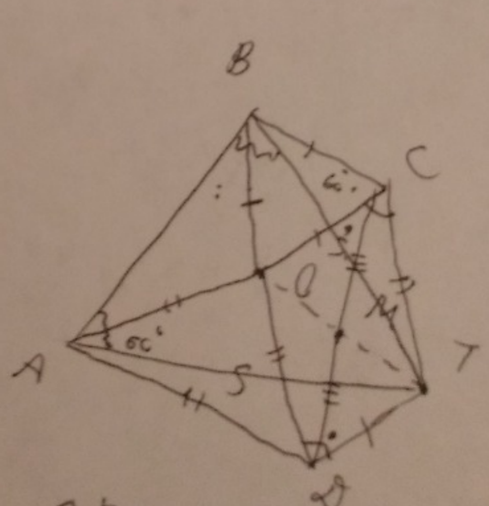
k	c
1	7
2	7
3	7
4	7
5	7
6	7
~~7~~	~~7~~
8	7
9	7
10	7
11	7
12	7

22

~~144 − 1 − 2~~

$144 - 22 = 122.$





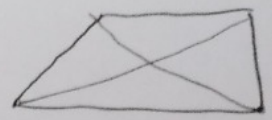
$\Delta BCT = \Delta ADT.$

211007691 (U366158 M1273262)

$\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot AB^2.$

$2\cdot(3-1)=4.$

$C_3^2=\frac{3!}{2}=3.$



1 2 3

k	1
c	2

$S_{ABCD}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot(AD+BC)$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 5\cdot \underbrace{AC}_{5}=\frac{25\sqrt{3}}{4}.$

$1{,}6 \times 4{,}3$: 48, 64, $6{,}88$

$64+7=73$

$73\times 3=219$

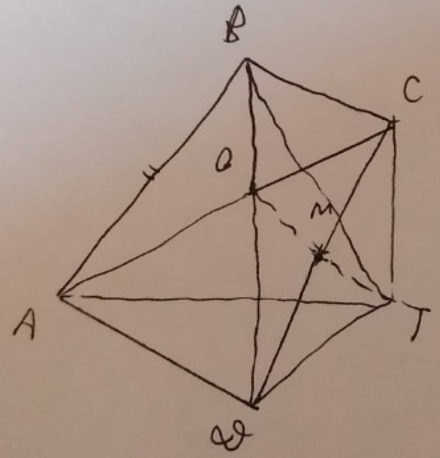
$A_3^2=\frac{3!}{1!}=6.$

$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5=10.$

$\frac{1}{2}\cdot 4{,}3\cdot 3{,}2=1{,}6\cdot 4{,}3=6{,}88.$

$73+9=82$

$\frac{BC}{\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3}.$



$1000 : 688 = 1{,}$; -688 ; 3120

$8{,}5\times 8{,}5$: 425, 680, $72{,}25$

$\frac{10}{\sqrt{3}}=\frac{3}{\sin x}\Rightarrow \sin x=\frac{3\sqrt{3}}{10}.$

$82 : 2 = 41$

$8{,}7\times 8{,}7$: 609, 696, $75{,}69$

$8{,}6\times 8{,}6$: 516, 688, $73{,}96$

$2\cdot(\cancel{3}-\cancel{1})=\cancel{10}.\ 4$

$5\cdot 3=15.$

$15\cdot 3=45.$

$8{,}55\times 8{,}55$

$8{,}5\times 3=25{,}5$

$25{,}5+41=66{,}5$

$665 : 500 = 1{,}33$; -500 ; 1650

211007691 (U366158 M1273262)

$3x^2+3y^2-2x^2y^2=3$; $\begin{cases} x^2+y^2-\frac{2}{3}x^2y^2=1 \\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17 \end{cases}$

$x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2$

x

$x^4+y^4+x^2+y^2=18$

$x^2(x^2+1)+y^2(y^2+1)=18$.

$x^2(x^2+1)=9 \Rightarrow t^2+t-9=0$. $D=1-4\cdot1(-9)=37$.

$t=\frac{\sqrt{37}-1}{2}$; $\cancel{x^2}$ $x=\pm\sqrt{\frac{\sqrt{37}-1}{2}}$

$\frac{\sqrt{37}-1}{2}+\frac{\sqrt{37}-1}{2}-\frac{2}{3}\cdot\frac{(\sqrt{37}-1)^2}{4\ 2}=1$

$\sqrt{37}-1-\frac{37-2\sqrt{37}+1}{6}=1 \Rightarrow \cancel{6\sqrt{37}-6-37+2\sqrt{37}-1}=6$

$2x^2y^2-a=\frac{2}{3}x^2y^2$

$x^4+y^4+\frac{2x^2y^2}{3}=17$; $a=\frac{4}{3}x^2y^2$.

$(x^2+y^2)^2-\frac{4}{3}x^2y^2=17$.

$\underbrace{(x^2+y^2)}_{(1+\frac{2}{3}x^2y^2)} \Rightarrow 1+\underbrace{2\cdot1\cdot\frac{2}{3}\cdot x^2y^2}_{\cancel{\frac{4}{3}x^2y^2}}+\frac{4}{9}\cdot x^4y^4-\cancel{\frac{4}{3}x^2y^2}=17$.

$\frac{4}{9}x^4y^4=16 \Rightarrow x^4y^4=\frac{144}{4} \Rightarrow xy=\pm\cancel{0}$

$(5-y^2)^2=25-10y^2+y^4$

$\cancel{xy=\sqrt[4]{36}}$ $x^2y^2=6$

$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 9 \\ \hline 144 \end{array}$ $144 : 4 = 36$; -12, 24

$\frac{2}{3}\cdot 6=4$

$25-4\cdot6$

$\begin{cases} 3x^2+3y^2-12=3 \\ x^4+y^4+4=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2+3y^2=15 \\ x^4+y^4=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=15 \\ x^4+y^4=13 \end{cases}$

$\begin{array}{r} 18 \\ +\ 8 \\ \hline 26 \end{array}$

$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$

$+\begin{array}{l} x^4+y^4+x^2+y^2=18 \\ x^4+y^4-x^2\cancel{+}y^2=8 \end{array}$

$x^2+y^2=5$. $25-$

$(x^2+y^2)^2$

~~Чистовик~~.

Математика,
9 класс.

$\boxed{№5}$ Решение:

1). ~~Найдём число~~ Получается, что число дублей равно $12 \cdot 2 = 24$, поскольку для каждой карты существвует с теми же числами, но с противоположными цветами на сторонах.

2).

11 штук с одним цветом

```
   122
 x  12
 -----
+  244
  122
 -----
  1464
x   12
 -----
+ 2928
 1464
 -----
 17568
```

К	С
1	a
2	a
3	a
~~4~~	~~a~~
5	a
6	a
7	a
8	a
9	a
10	a
11	a
12	a
a	1
a	2
a	3
~~a~~	~~4~~
a	5
a	6
a	7
a	8
a	9
a	10
a	11
a	12

Чистовик.

Математика, 9 класс.

$\boxed{№6}$ Решение:

А).

1). Рассмотрим четырёхугольник $OCTD$: в нём точка пересечения диагоналей (·) M (середина CD) делит их пополам $\Rightarrow$ $OCTD$ — параллелограмм.
$\Rightarrow OC \parallel DT,\ OD \parallel CT$.

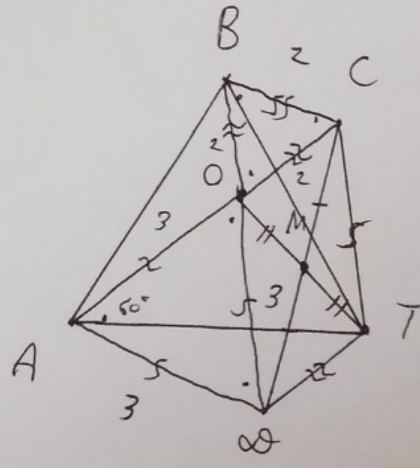


ЧЕРТЁЖ.

2). $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$: накрест лежащие углы $\angle CBO$ и $\angle ODA$ равны 60° (по условию) $\Rightarrow AD \parallel BC$
$\Rightarrow ABCD$ — трапеция.

3). Рассмотрим $\triangle ADT$ и $\triangle BCT$:

$$\left.\begin{aligned} &AD = CT \\ &BC = DT \\ &\underbrace{\angle BDA}_{60^\circ} + \angle BDT = \underbrace{\angle BCO}_{60^\circ} + \underbrace{\angle OCT}_{\angle BDT} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \triangle ADT = \triangle BCT \Rightarrow \boxed{AT = BT}$$

противоп. углы параллелогр.

4). $\triangle AOB$ и $\triangle DOC$: $\begin{cases} \angle BOA = \angle COD \text{ (верт. углы)} \\ AO = OD \text{ (по условию)} \\ OB = OC \end{cases} \Rightarrow \triangle AOB = \triangle DOC.$

$\Rightarrow \boxed{AB = CD}$. Рассмотрим $ACTD$ — это трапеция ($OC \parallel DT \Rightarrow DT \parallel AC$). В ней $AD = CT \Rightarrow ACTD$ — равнобед. трапеция $\Rightarrow$ её диагонали равны — $AT = CD = AB$ $\Rightarrow AB = AT = BT \Rightarrow \triangle ABT$ — правильный.

Ч.Т.Д.

Б). 1). $S_{ABCD} = \frac{1}{2}\cdot(AD+BC)\cdot \sin 60^\circ \cdot AC = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 5 \cdot AC.$
Т.к. $AD = AO = 3$, $BC = OC = 2 \Rightarrow AC = 5 \Rightarrow \boxed{S_{ABCD} = \frac{25\sqrt{3}}{4}}$.

2). $S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot AT^2$. Рассмотрим $\triangle ACD$: $\angle BAD = 60^\circ$, $BD = 5$, $AD = 3$.
По теореме косинусов: $5^2 = 3^2 + AB^2 - 2\cdot 3\cdot AB\cdot \underbrace{\frac{1}{2}}_{\cos 60^\circ}$
$\Rightarrow 25 = 9 + AB^2 - 3AB \Rightarrow AB^2 - 3AB - 16 = 0.$
$D = (-3)^2 - 4\cdot 1\cdot(-16) = 73 \Rightarrow AB = \frac{3\pm\sqrt{73}}{2}$, $AB > 0 \Rightarrow AB = \frac{3+\sqrt{73}}{2} = AT$
$\Rightarrow AT^2 = \frac{(3+\sqrt{73})^2}{4} = \frac{9+6\sqrt{73}+73}{4} = \frac{82+6\sqrt{73}}{4} \Rightarrow \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{AT^2}{25} = \frac{82+6\sqrt{73}}{100} =$
$= \left(\frac{41+3\sqrt{73}}{50}\right).$

Ответ: $\frac{41+3\sqrt{73}}{50}$.