Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

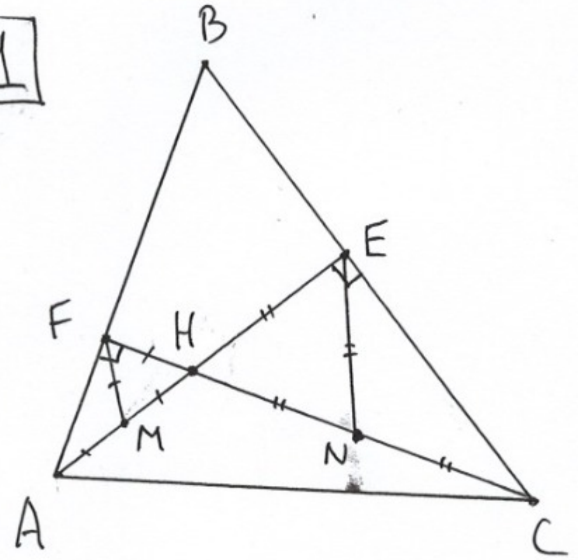
Шифр: **211007089**

ID профиля: **280378**

Вариант 13

Чистовик

$\boxed{N1}$



1) Т.к. $FM \parallel EN$

$\angle NEM = \angle EMF$, как накрест-леж. при пар. пр.

EN и FM – мед. в пр/уг $\triangle HEC$ и $\triangle HFA$ соотв.

$\Rightarrow EN = HN$, $FM = HM$

т.е. $\triangle FMH$ – р/б и $\triangle ENF$ – р/б

Тогда: $\angle HEN \underset{(р/б\,\triangle)}{=} \angle EHN = \underset{(верт.)}{=} \angle FHM \underset{(р/б\,\triangle)}{=} \angle HFM$

Но $\angle HEN = \angle MEN = \angle EMF = \angle FMH$

$\Rightarrow \angle HFM = \angle FHM = \angle FMH \Rightarrow \triangle FMH$ – р/ст

$\Rightarrow \angle HFM = \angle FHM = \angle FMH = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle HEN = \angle EHN = \angle HFM = 60^\circ \Rightarrow \triangle HEN$ – р/ст

$\Rightarrow \angle HNE = \angle NEH = \angle EHN = 60^\circ$

2) $\angle FAH = 90^\circ - \angle FHA = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ (в пр/уг $\triangle AFH$)

$\angle ABC = \angle ABE = 90^\circ - \angle BAE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ (в пр/уг $\triangle AEB$)

3) $\frac{AE}{BE} = tg\,60^\circ = \sqrt{3}$ (в пр/уг $\triangle ABE$)

$\Rightarrow BE = \frac{AE}{\sqrt{3}} = \frac{AM + MH + HE}{\sqrt{3}} = \frac{2FM + EN}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 2 + 5}{\sqrt{3}} =$

$= \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

4) $\frac{EC}{HE} = tg\,60^\circ = \sqrt{3}$

$\Rightarrow EC = \sqrt{3} \cdot HE = 5\sqrt{3}$

5) $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot (2+2+5) \cdot (3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}) =$

$= \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 8\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$

Чистовик

$\boxed{\text{N1 - продолжение}}$

6) По теореме Пифагора в $\triangle AEC$:

$AC^2 = AE^2 + CE^2$

$AC^2 = 9^2 + (5\sqrt{3})^2$

$AC^2 = 81 + 25 \cdot 3$

$AC^2 = 81 + 75$

$AC^2 = 156$

$AC = \sqrt{156} = 2\sqrt{39}$

7) По теореме синусов:

$\frac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R$, где R - радиус опис. окр. $\triangle ABC$

$2R = \frac{2\sqrt{39}}{\sin 60°}$

$R = \frac{2\sqrt{39}}{2\sin 60°} = \frac{\sqrt{39}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{13}$

Ответ: $\angle ABC = 60°$

$S_{ABC} = 36\sqrt{3}$

$R = 2\sqrt{13}$

211007089 (U280378 M1273921)

Чистовик

$\boxed{N\,2}$ 1) Пусть на доске написаны числа (попарно-разл. и натур.!):

$a_1 < a_2 < \ldots < a_n$, где n - их количество

Известно, что:

$$\begin{cases} 32a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 477 \\ a_1 + a_2 + \ldots + 14a_n = 477 \end{cases}$$

Т.е.: $32a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + a_2 + \ldots + 14a_n \quad \Big| -a_1 - a_2 - \ldots - a_n$

$$31a_1 = 13a_n$$

Тогда $31a_1 \vdots 13$ и $13a_n \vdots 31$

НОД$(31; 13) = 1 \Rightarrow a_1 \vdots 13$ и $a_n \vdots 31$

Т.е. $a_1 = 13x$, $a_n = 31y$, где x и y - натур.

Если $x \geq 2$, то $477 = 32a_1 + a_2 + \ldots + a_n \geq 32a_1 = 32 \cdot 13x \geq$

$\geq 32 \cdot 13 \cdot 2 = 832$. Противоречие

Значит, $x \leq 1$, т.е. $x = 1 \Rightarrow a_1 = 13$

Если $y \geq 2$, то $477 = a_1 + a_2 + \ldots + 14a_n \geq 14a_n = 14 \cdot 31y \geq$

$\geq 14 \cdot 31 \cdot 2 = 868$. Противоречие

Значит, $y \leq 1$, т.е. $y = 1 \Rightarrow a_n = 31$

2) $13 < a_2 < \ldots < 31$

$$\begin{cases} 32 \cdot 13 + a_2 + \ldots + 31 = 477 \\ 13 + a_2 + \ldots + 14 \cdot 31 = 477 \end{cases}$$

Тогда: $a_2 + \ldots + a_{n-1} = 477 - 31 - 32 \cdot 13 = \underline{30} = 477 - 13 - 14 \cdot 31$

$a_2 + \ldots + a_{n-1} = 30$

$14 \leq a_2 < \ldots < a_{n-1} \leq 30$

Пусть $n = 3$, тогда $a_2 = 30$ (больше нет чисел между a_1 и a_n)

Оно подходит, ведь $13 < 30 < 31$

Пусть $n = 4$, тогда $a_2 + a_3 = 30$

Если $a_2 \geq 15$, то $a_3 \geq 16$ (ведь $a_3 > a_2$), но тогда $a_2 + a_3 \geq 31$. Не подходит.

$\Rightarrow a_2 \leq 14$, но $a_2 \geq 14 \Rightarrow a_2 = 14$

$\Rightarrow a_3 = 30 - 14 = 16$.

Тогда числа:

$13 < 14 < 16 < 31$

(Продолжение на след. стр.)

Чистовик

$\boxed{\text{N 2 - продолжение}}$

Пусть $n \geq 5$. Тогда между a_1 и a_n есть $\geqslant 3$ числа.

Значит, $a_2 + a_3 + a_4 \leq 30$

Также мы знаем, что $a_2 \geqslant 14$, $a_3 \geqslant 14$ и $a_4 \geqslant 14$

$\Rightarrow a_2 + a_3 + a_4 \geqslant 42$. Противоречие.

$\Rightarrow n = 3$ или 4 и в каждом из этих случаев мы нашли искомые числа и доказали, что других нет.

Ответ: 1) 13, 30, 31

2) 13, 14, 16, 31

Чистовик

$\boxed{№3}$ 1) Найдём координаты B:

$$a^2x^2+a^2y^2-8a^2x-2a^3y+12ay+a^4+36=0$$

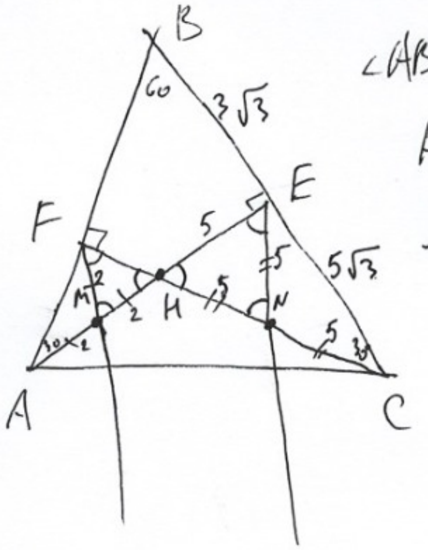
$$a^2(x-4)^2-16a^2+a^2\left(y+\frac{6}{a}-a\right)^2-(a^2-6)^2+a^4+36=0$$

$$(x-4)^2+\left(y-\left(a-\frac{6}{a}\right)\right)^2=16-\frac{12}{a}$$

Тогда центр окр.: $\left(4;\ a-\frac{6}{a}\right)$

211007089 (U280378 M1273921)

Черновик



$\angle ABC = 60°$

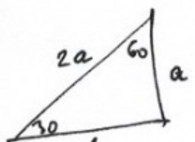
$AE = 9$

$\frac{BE}{AE} = tg\,30° = \frac{\sin 30°}{\cos 30°} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$BE = AE \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

~~EG~~ $\cancel{\frac{HE}{G}}$ $\frac{EC}{HE} = tg\,60° = \sqrt{3}$

$EC = \sqrt{3}\,HE = 5\sqrt{3}$



$a^2 + b^2 = 4a^2$

$b^2 = 3a^2$

$b = \sqrt{3}a$

$\frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$S = AE \cdot BC \cdot \frac{1}{2} = 9 \cdot (3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{2} =$

$= 9 \cdot 8\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 36\sqrt{3}$

$2R = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{AC}{\sin 60°} = \frac{2\sqrt{39}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

AC

$AC^2 = 9^2 + \cancel{25} \cdot (5\sqrt{3})^2$

$AC^2 = 81 + 25 \cdot 3$

$AC^2 = 81 + 75$

$AC^2 = 156$

$AC = \sqrt{156} = \sqrt{4 \cdot 39} = 2\sqrt{39}$

$R = \frac{\cancel{2}\sqrt{39}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} : \cancel{2} = \frac{2\sqrt{39}}{\sqrt{3}} =$

$= \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{13}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{13}$

Черновик

$\cancel{(2x+y+k)^2=0}$

$2x^2+y^2+2xy+\cancel{2kx+2ky+k^2=0}$

$+2x$

$y^2+y(2x-2a)+2x^2-6ax+5a^2=0$

$\cancel{4(x-a)^2-4(2x^2-6ax+5a^2)}=$

$(a-\frac{6}{a}-1)($

$(2x+y)(x+y)$

$(x+y)^2.$

$2(x^2-3ax+$

$5a^2-6ax-2ay+2x^2+2xy+y^2=0$ [Черновик]

$a^2x^2+a^2y^2-8a^2x-2a^3y+12ay+a^4+36=0$

$x^2a^2-8a^2x \quad +a^2y^2-2a^3y+12ay \quad +a^4+36=0$

$x^2a^2-8a^2x=a^2(x^2-8x+16)-16a^2=$

$=a^2(x-4)^2-16a^2$

$a^2y^2-2a^3y+12ay=a^2(y^2-2ay+\frac{12}{a}y)=$

$=a^2(y^2+(\frac{12}{a}-2a)y)=a^2(y^2+2(\frac{6}{a}-a)y)=$

$=a^2(y^2+2(\frac{6}{a}-a)y+(\frac{6}{a}-a)^2)-a^2(\frac{6}{a}-a)^2=$

$=a^2(y+\frac{6}{a}-a)^2-(a^2-6)^2$

$a^2(x-4)^2-16a^2+a^2(y+\frac{6}{a}-a)^2-(a^2-6)^2+a^4+36=0$

$a^2(x-4)^2+a^2(y+\frac{6}{a}-a)^2=16a^2+\cancel{a^4}+\cancel{36}-12a-\cancel{a^4}-\cancel{36}$

$\cancel{a^2}(x-4)^2+\cancel{a^2}(y+\frac{6}{a}-a)^2=16-\frac{12}{a}$

$(x-4)^2+(y+\frac{6}{a}-a)^2=16-\frac{12}{a}$

Центр: $(4; a-\frac{6}{a})$

$a-\frac{6}{a}$? 1

a^2-6 ? a

a^2-a-6 ? 0

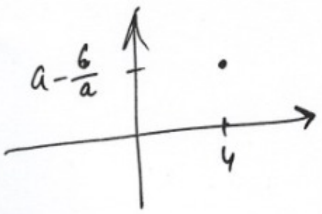
$a^2-2\cdot\frac{1}{2}\cdot a-6$? 0

$(a^2-2\cdot\frac{1}{2}\cdot a+\frac{1}{4})-\frac{1}{4}-6$? 0

$(a-\frac{1}{2})^2-\frac{25}{4}$? 0

$(a-\frac{1}{2})^2\geq\frac{25}{4}$

$\left[\begin{array}{l} a-\frac{1}{2}\geq\frac{5}{4} \\ a-\frac{1}{2}\leq-\frac{5}{4}\end{array}\right.$



$\left[\begin{array}{l} a\geq\frac{7}{4} \\ a\leq-\frac{3}{4}\end{array}\right.$

№1

Черновик

$\cancel{36a_1 + a_2 + \ldots + a_n}$

$32a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 477$

$a_1 + a_2 + \ldots + 14a_n = 477$

$a_1 < a_2 < \ldots < a_n$

$31a_1 = 13a_n$

$a_1 \vdots 13$

$a_n \vdots 31$

$32 \cdot 13 + 31$

13, 14, 16, 31

$416 + 30 + 31 =$

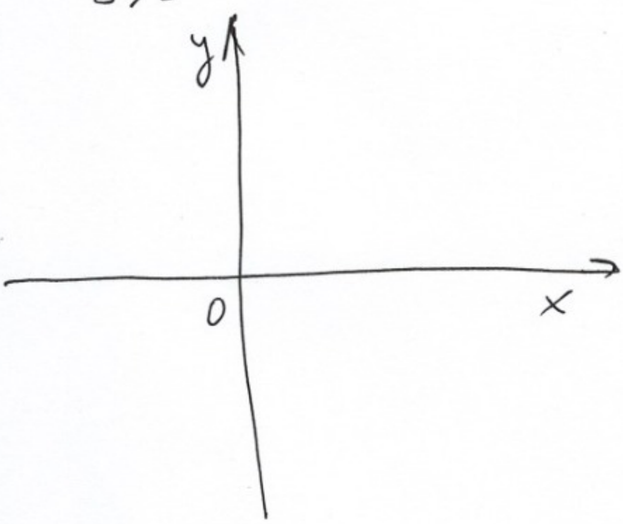
$= 477$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 13 \\ \hline 96 \\ 32 \\ \hline 416 \\ +\ 31 \\ \hline 447 \\ \times\ 2 \\ \hline 894 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 31 \\ \times 14 \\ \hline 124 \\ 31 \\ \hline 434 \\ +\ 13 \\ \hline 447 \\ \times\ 2 \\ \hline 894 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ \times 13 \\ \hline 96 \\ 32 \\ \hline 416 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 31 \\ \times 14 \\ \hline 124 \\ 31 \\ \hline 434 \end{array}$$

$13 + 14 + 16 + 31 \cdot 14 =$

$= 13 + 30 + 434 = 477$

$$\begin{array}{r} 416 \\ \times\ 2 \\ \hline 832 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 434 \\ \times\ 2 \\ \hline 868 \end{array}$$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211007089**

ID профиля: **280378**

Вариант 13

Чистовик

N5 1) Посчитаем кол-во всевозможных различных карточек такого вида:

Для красной стороны — 12 вариантов (число от 1 до 12)

~~Для синей стороны — 12 вариантов~~

Для каждого варианта красной стороны — по 12 вариантов на синей.

=> Всего существует $12 \cdot 12 = 12^2$ карточек такого вида.

Т.к. все карточки ~~фокусника~~ фокусника различны — у фокусника есть все возможные карточки данного вида.

2) Посчитаем кол-во способов вытащить 2 дубля:

всего дублей 12 (на каждое число от 1 до 12 ровно 1 дубль)

Из них надо выбрать пару, т.е. способов:

$$C_{12}^2 = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$$

3) Посчитаем кол-во способов вытащить дубль и недубль:

~~Выберем~~ ~~Выберем~~

Выберем дубль. Это 12 вариантов.

Далее для каждого дубля будет ровно $11 \cdot 10$ вариантов вытащить вторую карточку, ведь кол-во способов выбрать число на красной стороне второй карточки равно 11 (любое, кроме того, что на дубле), а на синей - 10 способов (любое число кроме того, что на дубле, и того, что на красной стороне). Т.о. вытащить дубль и недубль:

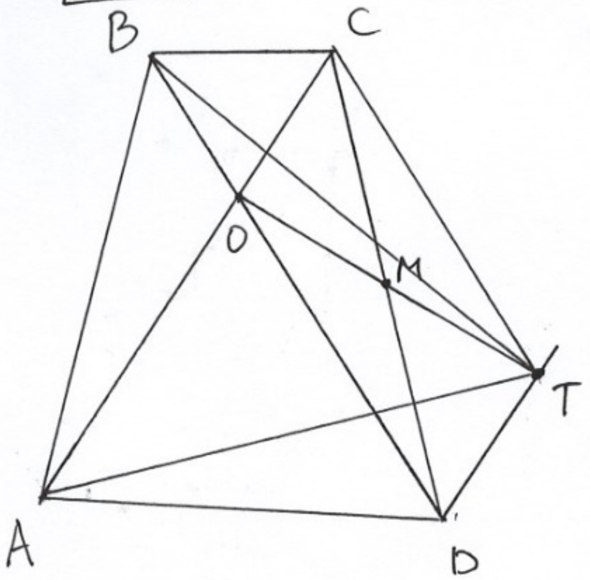
$12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$ способов.

4) Тогда всего способов вытащить 2 карточки, где ≥ 1 дубль, и числа не встреч. одновр. на обеих карточках: $66 + 1320 = 1386$

Ответ: 1386

Чистовик

N 6



1) T – симм. т. O отн. т. M (где M – сер. CD)

$\Rightarrow \triangle OMC = \triangle TMD$

($CM = MD$, $OM = MT$, $\angle OMC = \angle TMD$)

$\Rightarrow OCTD$ – параллелограмм

($OC = TD$ и $OC \parallel TD$, ведь $\angle OCM = \angle TDM$ в равных $\triangle$)

2) Т.о. $BC = OC = TD$ (в р/ст $\triangle$)

$AD = OD = CT$ (в р/ст $\triangle$)

$\angle CTD = \angle COD = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$

Т.о. в пар-ме OCTD углы 120° и 60°.

$\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60° + 60° = 120°$
(в р/ст $\triangle$) (в пар-ме)

$\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 60° + 60° = 120°$
(в р/ст $\triangle$) (в пар.)

$\Rightarrow \triangle BCT = \triangle DTC = \triangle TDA$ – по двум ст. и углу между ними

$\triangle BOA = \triangle COD = \triangle DTC = \triangle BCT = \triangle TDA$

$BO = OC$ – в р/ст $\triangle$
$\angle BOA = \angle COD$ – верт.
$OA = OD$ – в р/ст $\triangle$

2 треугольника, сост. параллелограмм OCTD (по двум ст. и углу между ними)

Т.о. во всех этих $\triangle$ напротив 120° лежит одинак. по длине сторона

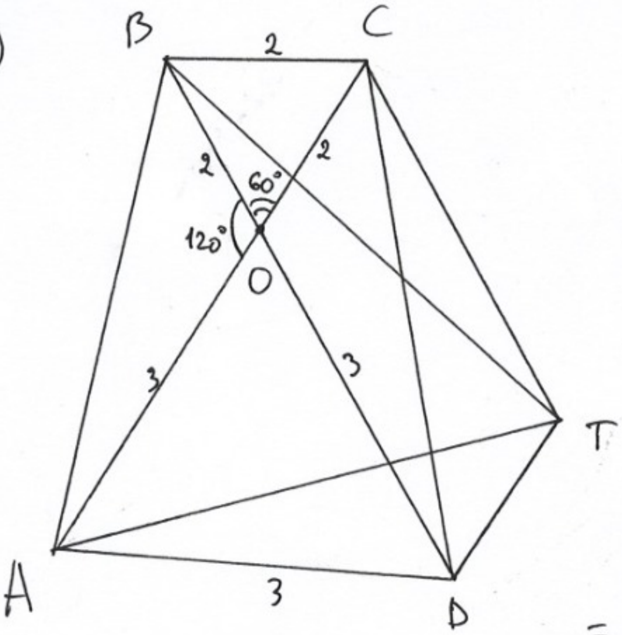
$AB = CD = CD = BT = AT$

Тогда в $\triangle ABT$ все стороны равны, т.е. $\triangle ABT$ – прав., ч.т.д.

Чистовик

$\boxed{\text{№ 6 – продолжение}}$

3)



По теореме косинусов:

$AB^2 = OB^2 + OA^2 - 2\cos 120° \cdot OB \cdot OA$

$AB^2 = 2^2 + 3^2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 \cdot 3$

$AB^2 = 4 + 9 + 6 = 19$

$AB = \sqrt{19}$

тогда:

$S_{ABT} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BT \cdot \sin 60° =$

$= \frac{1}{2} \sqrt{19} \cdot \sqrt{19} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{19\sqrt{3}}{4}$

(во 2 пункте мы доказали, что $\triangle ABT$ – р/ст)

4) $S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{COD} + S_{BOC} + S_{AOD} =$

$= 2S_{AOB} + S_{BOC} + S_{AOD} =$

($\triangle AOB = \triangle COD$) р/ст

$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OA \cdot \sin 120° + \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC \cdot \sin 60° + \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OD \cdot \sin 60° =$

$= 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(6 + 2 + \frac{9}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{25}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

5) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{19\sqrt{3}}{4}}{\frac{25\sqrt{3}}{4}} = \frac{19}{25}$

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{19}{25}$

3

211007089 (U280378 M1273922)

Чистовик

$\boxed{N\,4}$ [redacted]

$$\begin{cases} 3x^2+3y^2-2x^2y^2=3 \\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17 \end{cases}$$

1) $a=x^2\geq 0$

$b=y^2\geq 0$

$n=a+b$

$$\begin{cases} 3a+3b-2ab=3 \\ a^2+b^2+\frac{2}{3}ab=17 \end{cases}$$

$2ab=3(a+b-1)$

$\underline{ab=\frac{3}{2}(n-1)}$

2) $a^2+b^2+2ab-2ab+\frac{2}{3}ab=17$

$(a+b)^2=\frac{4}{3}ab+17$

$n^2=\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}(n-1)+17$

$n^2-2(n-1)-17=0$

$\underline{n^2-2n-15=0}$

$D=2^2-4(-15)=4+60=64$

$n_1=\frac{2+\sqrt{64}}{2}=\frac{2+8}{2}=5$

$n_2=\frac{2-\sqrt{64}}{2}=\frac{2-8}{2}=-3$

3) Тогда рассм. 2 случая:

1. $\underline{n=5}$

$$\begin{cases} a+b=5 \\ ab=\frac{3}{2}(5-1)=6 \end{cases}$$

$b=\frac{6}{a}$ $(a\neq 0$, ведь $ab=6)$

Чистовик $\boxed{\text{№4 – продолжение}}$

$$a + \frac{6}{a} = 5$$

$$a^2 + 6 = 5a$$

$$a^2 - 5a + 6 = 0$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2} = 3 \quad \Rightarrow b_1 = 2$$

$$a_2 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2} = 2 \quad \Rightarrow b_2 = 3$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$x = \sqrt{3} \qquad x = \sqrt{2}$$

$$y = \sqrt{2} \qquad y = \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} 3\sqrt{3}^2 + 3 \cdot \sqrt{2}^2 - 2 \cdot \sqrt{3}^2 \sqrt{2}^2 = 3 \\ \sqrt{3}^4 + \sqrt{2}^4 + \frac{2}{3} \sqrt{3}^2 \sqrt{2}^2 = 17 \end{cases}$$

← Проверка (x и y можно менять местами)

2. $n = -3$

$$\begin{cases} a + b = -3 \\ ab = \frac{3}{2}(-3 - 1) = -6 \end{cases}$$

$b = -\frac{6}{a}$ ($a \neq 0$, ведь $ab = -6$)

$a = x^2 \geq 0 \Rightarrow a > 0$.

Тогда: $b = -\frac{6}{a}$, где $\frac{6}{a} > 0$

$\Rightarrow b < 0$, но $b = y^2$. Противоречие.

$\Rightarrow$ Этот случай невозможен

Ответ: $x = \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2}$

или

$x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$

Черновик

$12 \cdot 12$

$3x^2 + 3y^2 - 2x^2y^2 = 3$

$x^4 + y^4 + \frac{2}{3}x^2y^2 = 17$

$\boxed{a|a}$ 12

$\boxed{b|c}$ $(11 \cdot 11)$

$$\begin{cases} 3a + 3b - 2ab = 3 \\ a^2 + b^2 + \frac{2}{3}ab = 17 \end{cases}$$

$\cancel{12 \cdot 11 \cdot 11 / 2}$

$2ab - 3a - 3b + 3 = 0$

$a(2b-3) - 3b + 3 = 0$

$\cancel{12 \cdot 11 \cdot 11}$

$(a + \frac{3}{2})(2b-3) + 4{,}5 + 3 = 0$

$12 \cdot 11 \cdot 10 + \frac{12 \cdot 11}{2}$

$(a + \frac{3}{2})(2b-3) = -7{,}5$

$a(3-2b) = 3 - 3b$

$a = \frac{3-3b}{3-2b}$

$\left(\frac{3-3b}{3-2b}\right)^2 + b^2 + \frac{2}{3}b\left(\frac{3-3b}{3-2b}\right) = 17$

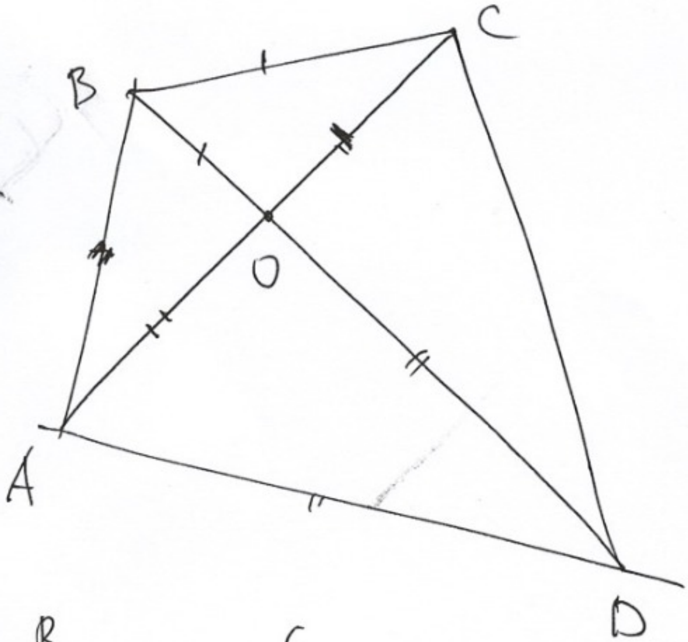
$a^2 + a \cdot \frac{2}{3}b + b^2 - 17 = 0$

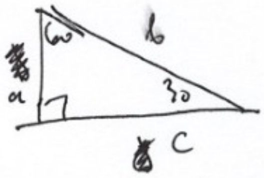
$D = \frac{4}{9}b^2 - 4(b^2 - 17) = \frac{4}{9}b^2 - 4b^2 + 68 = \frac{4-4\cdot 9}{9}b^2 + 68 =$

$= 68 - \frac{32}{9}b^2$

211007089 (U280378 M1273922)

Черновик

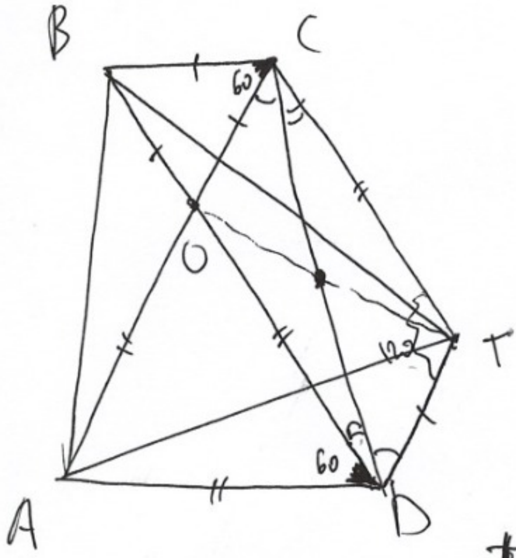


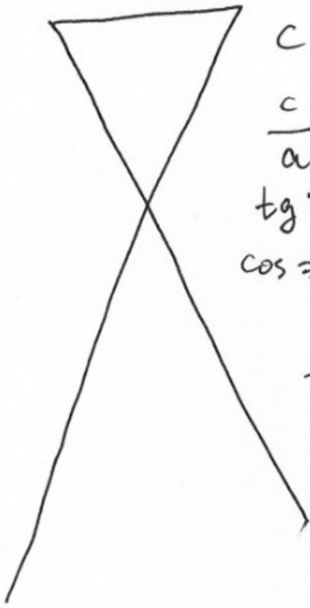


$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cos 60^\circ ab =$

$= a^2 + 4a^2 - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot 2a =$

$= 5a^2 - 2a^2 = 3a^2$



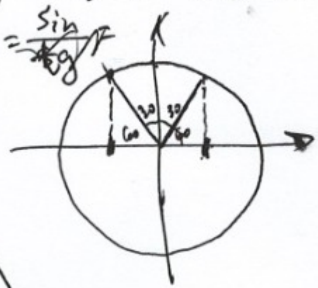


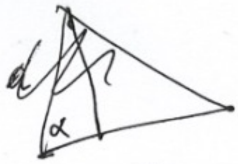
$c = \sqrt{3}a$

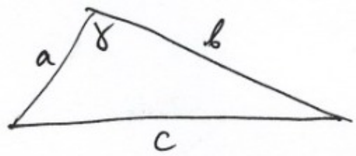
$\frac{c}{a} = \sqrt{3}$

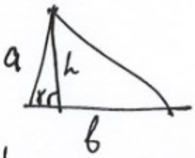
$tg = \frac{sin}{cos}$ $\quad sin = tg\cdot cos = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}$

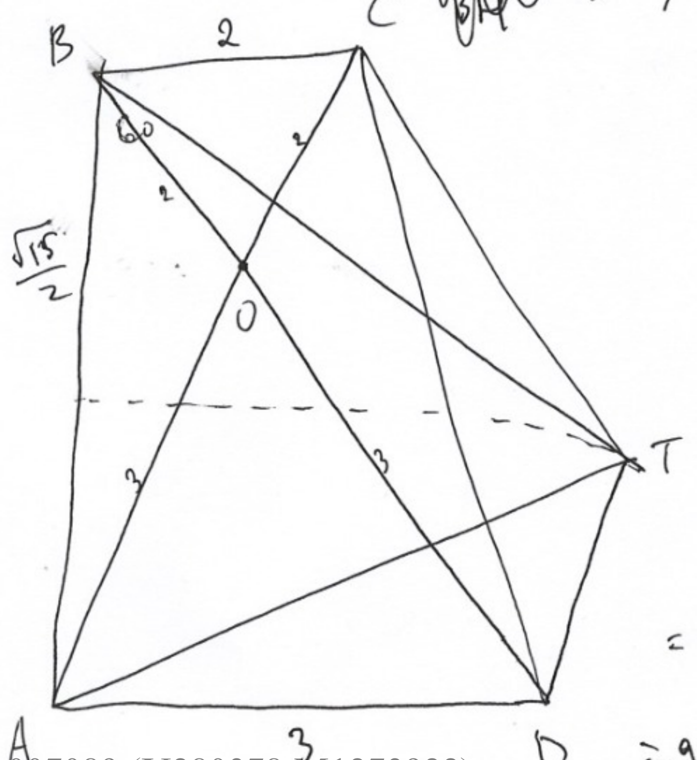
$cos = \frac{sin}{tg}$











$\frac{h}{a} = \sin\gamma$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cos\gamma\, ab$

$h = \sin\gamma\, a$

$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

$AB^2 = 2^2 + 3^2 - 2\cos 120^\circ\cdot 2\cdot 3 =$

$= 4 + 9 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2\cdot 3 =$

$= 9 + 6 = 15$

$AB = \sqrt{15}$

Черновик

$3a + 3b - 2ab = 3$

$a^2 + b^2 + \frac{2}{3}ab = 17$

$\boxed{a+b=n}$

$2ab = 3(a+b-1)$

$2ab = 3(n-1)$

$ab = \frac{3}{2}(n-1)$

$a^2 + b^2 + 2ab - 2ab + \frac{2}{3}ab = 17$

$(a+b)^2 = \frac{4}{3}ab + 17 = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}(n-1) + 17$

$n^2 = 2(n-1) + 17$

$n^2 - 2n - 15 = 0$

$D = 4 + 4 \cdot 15 = 4 \cdot 16 = (2 \cdot 4)^2 = 8^2$

$n = \frac{2 \pm 8}{2} = \left[\begin{array}{l} \frac{2-8}{2} = -3 \\ \frac{2+8}{2} = 5 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} a+b=-3 \\ a+b=5 \end{array}\right.$

1) $\begin{cases} a+b=-3 \\ ab = \frac{3}{2}(-3-1) = \frac{3}{\cancel{2}}(-\cancel{4}^{2}) = -6 \end{cases}$

~~ab~~

2) $\begin{cases} a+b=5 \\ ab = \frac{3}{2}(5-1) = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6 \end{cases}$

1) $b = -\frac{6}{a}$

$a - \frac{6}{a} = -3$

$a^2 - 6 = -3a$

$a^2 + 3a - 6 = 0$

$D = 9 + 24 = 33$

$a = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2} = \frac{\sqrt{33} - 3}{2}$

2) $b = \frac{6}{a}$

$a + \frac{6}{a} = 5$

~~$a^2 + 6 = 5a$~~

~~$a^2 + 3a + 6 = 0$~~

~~$D = 9 - 4 \cdot 6 < 0$~~

$a^2 + 6 = 5a$

$a^2 - 5a + 6 = 0$

$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$

$a = \frac{5 \pm 1}{2} = \left[\begin{array}{l} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{array}\right.$