Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211006547**

ID профиля: **889439**

Вариант 13

Черновик.

$$\begin{array}{r} 144 \\ -\ 36 \\ \hline 108 \end{array}$$

$a^2y^2 + ay(12-2a^2) + 144 - 24a^2 + 4a^4 + a^2x^2 - 8a^2x - 3a^4 - 108;$ $+24a^2$

$(ay + 12 - 2a^2)^2 + a^2x^2 - 8a^2x + 24a^2 - 3a^4 - 108;$

$a^2x^2 - 8a^2x + 16a^2 + 8a^2 - 3a^4 - 108.$

$(ay + 12 - 2a^2)^2 + (ax - 4a)^2 = 108 + 3a^4 - 8a^2;$

$-6ax - 2ay + 2xy$

$-9a^2 - 6ax - x^2 - a^2 - 2ay - y^2 + x^2 + 2xy + y^2 + 15a^2 + y^2 + 2x^2 = 0$

$\cancel{8a^2x + 2ax + 4}a;$

$4a;$

$9a^2 + 6ax + x^2 + a^2 - 2ay + y^2 + x^2 + 2xy + y^2 - 5a^2 - y^2 = 0;$

$2a^2 - 12;$

$2\sqrt{2};$ $8a^2 = 2.$

$B(4a, 2a^2 - 12);$

$\frac{3}{2} = 1.5.$

$6ax = 3 \cdot 2 \cdot a x;$

$2ay = 2 \cdot 1 \cdot a \cdot y;$

$5a^2 - 6ax - 2ay + 2x^2 + 2xy + y^2 = 0;$

$9a^2 - 6ax + x^2 + a^2 - 2ay + y^2 + 2xy + x^2 - 5a^2 = 0;$

$(3a - x)^2 + (a - y)^2 + x(x + 2y) = 5a^2;$

$$\begin{array}{r} 1.5 \\ \times\ 1.5 \\ \hline 2.25; \end{array}$$

$y^2 + 2xy$

$6ax, -2ay;$ $3|1.25$

$-6ax$

$9a^2 + 6ax + x^2 + a^2 - 2ay + y^2;$

$5a^2 - 6ax - 2ay$ $+x^2 + (x+y)^2 = 0;$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc;$

$5a^2 + 2x^2 + y^2 - 6ax - 2ay + 2xy; = 0;$

$x^2 + y^2;$

$3a^2$

$6ax$ $3ax$

$2ay$ ay $3;$ $\frac{1}{3};$

$2xy;$ xy $1;$

Черновик.

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$=\sqrt{(3\cdot 13-3)(49\cdot 3-13\cdot 3)}=$

$=\sqrt{36\cdot 36\cdot 3}=$

$=36\sqrt{3};$

$S=36\sqrt{3};$

$S=\frac{abc}{4R};$ $S\cdot 4R=abc;$ $4R=\frac{abc}{4S}$

$R=\frac{abc}{4S}=\frac{6\sqrt{3}\cdot 8\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{13}\cdot\sqrt{3}}{4\cdot 36\cdot\sqrt{3}}=$

$=\frac{6\cdot 8\cdot 2\cdot 3\cdot\sqrt{13}}{4\cdot 36}=2\sqrt{13}.$

$39-3=36;$

$49-13=36.$ $36\cdot 3$

$229+465=694$

$96\cdot 3=288$ 48 6.

$36\cdot 4=144$ $\frac{288}{144}=2$

$15-9$

$954-694=260$

$477\cdot 2=954$

$31\cdot 15=155+31=465$

$33\cdot 13=99+33=429$ 465

$a, b, c, d, e, f;$

$a_1;$ $a_n;$

$33a_1+2a_2+\ldots+2a_{n-1}+15a_n=477\cdot 2$

$15a_n=\frac{31}{13}\cdot 15a_1=\frac{465}{13}a_1$

$33a_1+\frac{465}{13}a_1+2(a_2+\ldots+a_{n-1})=477\cdot 2;$

$31a_1+a_n-14a_n=0,$

$a_1+a_2+\ldots+a_n=x;$

$32a_1+a_2+\ldots+a_n=477$

$a_1+a_2+\ldots+14a_n=477;$

$32a_1+$

$\cancel{32a_1+a_1+}$ $13;$ $31;$

$32a_1+\cancel{a_2+\ldots+a_{n-1}}+a_n=a_1+\cancel{a_2+\ldots+a_{n-1}}+14a_n$

$32a_1+a_n=a_1+14a_n;$

$31a_1=13a_n;$

$a_n=\frac{31}{13}a_1;$ a_1-натур. $\Rightarrow a_1 \vdots 13;$

$\frac{694}{13}a_1+2(a_2+\ldots+a_{n-1})=$
$=477\cdot 2;$

$a_2+\ldots+a_{n-1}\le 130.$

$\frac{694}{13}a_1\ge 694;$

$2(a_2+\ldots+a_{n-1})\le 954-694=$

$2(a_2+\ldots+a_{n-1})\le 260$

Черновик.

$a_2 + \ldots + a_{n-1} \le 130;$

$\frac{3 \cdot 2}{2} = 3;$

$14, 15 \ldots$

$\frac{(n-1)n}{2} -$

$\frac{(a_{n-1}-1)(a_{n-1}+1)}{2} -$

$\frac{22 \cdot 23}{2} - \frac{13 \cdot 14}{2} =$

$= 11 \cdot 23 - 13 \cdot 7 =$

$= 162;$

$162 - 22 = 140$

$140 - 21 = 119$

$\le 9;$ 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20;

$\le 7;$

$a_1 = 13;$

$a_n = 31;$

$a_2 + a_{n-1} + \ldots \quad 32 \cdot 13 + 31 = 486$

$a_1 = 13;$

$32 \cdot 13 = 416$

$32a_1 + a_n = a_1 + 14a_n$

$31a_1 = 13a_n;$

$a_n = \frac{31}{13}a_1;$

$a_1 = 13;$

$\frac{13}{13}; \cdot 31 = 31$

$416 + 31 = 447$

13; 31;

$\frac{31}{13}.$

$464 + 13 = 477.$

447;

$477 - 447 = 30;$

$a_1 = 26$

13; 31;

13, 31

14 + 15 + 16;

14, 16;

$31 \cdot 14 = 434$

13, 30, 31

14 + 15 = 29;

14 + 16 = 30;

15 + 16 = 31;

$32 \cdot 26 = 832$

~~14, 16~~

14, 15, 16;

14 + 15 = 29

14 + 16 = 30;

15 + 16 = 31;

$14 \cdot 3 = 42$

$32 \cdot 13 = 416$

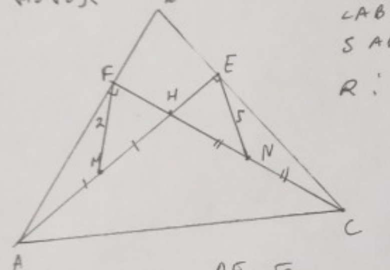
$416 + 31 = 447$

Черновик $p = \sqrt{3}(7+\sqrt{13})$

$S = \sqrt{\sqrt{3}(7+\sqrt{13})(7\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{13}-6\sqrt{3})(7\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{13}-8\sqrt{3})(7\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{13}-2\sqrt{13}\cdot\sqrt{3})} =$

$= (7\sqrt{3}+\sqrt{13}\cdot\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{13})(\sqrt{3}\cdot\sqrt{13}-\sqrt{3})(7\sqrt{3}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{13}) =$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};\ =$



$\angle ABC$;

$S\ ABC$;

R:

$= \sqrt{156} = \sqrt{13\cdot 3\cdot 4} =$

$= 2\sqrt{13\cdot 3}$

$R = \frac{abc}{4S}$

$S = \frac{abc}{4R}$

$P = \frac{18}{\sqrt{3}} + \frac{24}{\sqrt{3}} + \sqrt{156} =$

$= \frac{18+24}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{13}\sqrt{3} = \quad 39\cdot 4$

$39 \mid 3$, 13

$= \frac{42}{\sqrt{3}} = \frac{42\sqrt{3}}{3} = 14\sqrt{3} +$

$\frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} =$

$= 6\sqrt{3}$

$\frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$AB = \frac{AE\cdot 2}{\sqrt{3}} =$

$= \frac{9\cdot 2}{\sqrt{3}}$

$100 - 25 = \sqrt{75}$

$\frac{\sqrt{75}\cdot 5}{2}$.

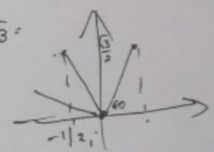
$\frac{FC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

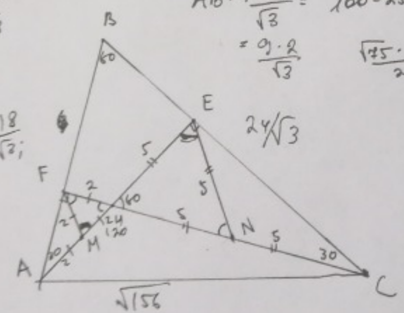
$BC = \frac{FC\cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{12\cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}}$;

$156 \mid 2$: -14, 16, 78

$\frac{25}{4}\cdot 2\sqrt{3} =$

$78 \mid 2$: -6, 18, 39





$6\sqrt{3} = \frac{18}{\sqrt{3}}$;

$24\sqrt{3}$

$\frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} =$

$= 8\sqrt{3}$;

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 10 = 5\sqrt{3}$;

$\frac{5\sqrt{3}\cdot 5}{2} = \frac{25}{2}\sqrt{3}$; $42 \mid 3$: 3, 12, 14

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 4 = 2\sqrt{3}$

$\frac{2\sqrt{3}\cdot 2}{2} = 2\sqrt{3}$;

$14\sqrt{3} + 2\sqrt{13}\sqrt{3} =$

$= \sqrt{3}(14 + 2\sqrt{13})$

$+24$, 18, 42

$S\,HEC = \frac{25}{2}\sqrt{3}$

$S\,AFH = 2\sqrt{3}$

$\cancel{16}$, $\cancel{40}$, $\cancel{100}$, 156

$AC^2 = 4^2 + 10^2 + 2\cdot 4\cdot 10\cdot \cos 120 =$

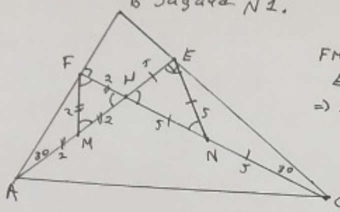
$= 16 + 100 + \frac{80}{2} = 16 + 100 + 40 = \sqrt{156}$;

$\sqrt{3}\cdot 2(7+\sqrt{13})$

$p = \sqrt{3}(7+\sqrt{13})$

Чистовик. стр. 1.

Задача №1.



FM медиана в п/у △ AFH; FM = MH = AM = 2;
EN медиана в п/у △ HEC; EN = HN = NC = 5;
⇒ △ FMH р/б; ∠MFH = ∠FHM = ∠EHN; △HEN − р/б;
⇒ ∠EHN = ∠HEN = ∠HMF (как н.леж при FM ∥ EN)
∠MFH = ∠HNE как н.леж при FM ∥ EN,
⇒ ∠MFH = ∠FMH = ∠FHM = ∠HEN = ∠ENH = ∠EHN
⇒ △FHM, △HEN − р/с; ∠EHN = 60° = ∠FHM ⇒
⇒ ∠ECF = 90 − 60 = 30° = ∠FAH = 90 − ∠FHA, ∠ABC =
= 90 − ∠FCB = 60° (т.к. △FBC п/у); ∠AHC = 180 − ∠NHE =
= 120°; в п/у △ABE $\frac{AE}{AB} = \sin\angle ABC = \sin 60 = \frac{\sqrt3}{2}$; $= \frac{AM+MH+HE}{AB} = \frac{9}{AB}$;
⇒ $AB = \frac{9\cdot2}{\sqrt3} = \frac{18}{\sqrt3} = \frac{18\sqrt3}{3} = 6\sqrt3$; в п/у △FBC; $\frac{FC}{BC} = \sin\angle FBC = \sin 60 =$
$= \frac{\sqrt3}{2} = \frac{FH+HN+NC}{BC} = \frac{12}{BC}$; $BC = \frac{24}{\sqrt3} = \frac{24\sqrt3}{3} = 8\sqrt3$; в △AHC по теор. косинусов
$AC^2 = AH^2 + HC^2 - 2\cdot AH\cdot HC\cdot\cos AHC = 4^2 + 10^2 - 2\cdot4\cdot10\cdot\cos120 =$
$= 16 + 100 + 80\cdot\frac12 = 16+100+40 = 156$; $AC = \sqrt{156} = 2\sqrt{13}\cdot\sqrt3$;
По формуле Герона, пусть $a = AB$; $b = BC$, $c = AC$, $p = \frac{a+b+c}{2}$, тогда;
$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; $p = \frac{6\sqrt3 + 8\sqrt3 + 2\sqrt{13}\cdot\sqrt3}{2} = 7\sqrt3 + \sqrt{13}\cdot\sqrt3$

$S_{ABC} = \sqrt{(7\sqrt3 + \sqrt{13\cdot3})(7\sqrt3 + \sqrt{13}\sqrt3 - 6\sqrt3)(7\sqrt3 + \sqrt{13}\sqrt3 - 8\sqrt3)(7\sqrt3 + \sqrt{13}\sqrt3 - 2\sqrt{13}\sqrt3)} =$

$= \sqrt{(7\sqrt3 + \sqrt{13}\cdot\sqrt3)(\sqrt3 + \sqrt{13}\sqrt3)(\sqrt{13}\sqrt3 - \sqrt3)(7\sqrt3 - \sqrt{13}\cdot\sqrt3)} =$

$= \sqrt{(49\cdot3 - 13\cdot3)(13\cdot3 - 3)}$ = (по формуле разности квадратов)

$= \sqrt{36\cdot36\cdot3} = 36\sqrt3$;

$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$ где R − радиус опис. окр, $R = \frac{abc}{4S} = \frac{6\sqrt3\cdot8\sqrt3\cdot2\sqrt{13}\cdot\sqrt3}{4\cdot36\cdot\sqrt3} = \frac{6\cdot8\cdot2\cdot3\cdot\sqrt{13}}{4\cdot36}$

$= 2\sqrt{13}$.

Ответ. $\angle ABC = 60°$; $S_{ABC} = 36\sqrt3$; $R = 2\sqrt{13}$.

211006547 (U889439 M1274594)

Чистовик (стр. 2)

Задача №2:

пусть числа записанные на доске – $a_1, a_2 \dots a_{n-1}, a_n$; – отсортированы по возрастанию, тогда $32a_1 + a_2 + \dots + a_n = 477$; $a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + 14a_n = 477$;

$32a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + 14a_n$

$32a_1 + a_n = a_1 + 14a_n$;

$31a_1 = 13a_n$;

$a_n = \frac{31}{13}a_1$; т.к. все числа натуральные, a_1 должно нацело делиться на 13 и быть >0;

пусть $a_1 \geq 26$, тогда $32a_1 + a_2 \dots + a_n = 32 \cdot 26 + a_2 + \dots + a_n = 832$, что больше 477, не соответствует условию;

$\Rightarrow$ единственное возм. значение $a_1 = 13$; $a_n = 31 = \frac{13}{13} \cdot 31$;

$32 \cdot a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n = 32 \cdot 13 + a_2 + \dots + a_{n-1} + 31 = 447 + a_2 + \dots + a_{n-1} = 477$, $\Rightarrow a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} = 30$; т.к $a_2, a_3, \dots, a_{n-1} \geq 14$, если чисел этих ≥ 3 (чисел $a_2, a_3 \dots a_{n-1}$), то их сумма $\geq 14 \cdot 3$, ≥ 42, что невозможно, если чисел этих 2, то если оба из них ≥ 16, то их сумма ≥ 32 что невозможно, рассмотрим оставшиеся варианты чисел:

$a_1 = 14$; $a_2 = 15$, $a_1 + a_2 = 29 \neq 30$; $a_1 = 15$, $a_2 = 16$, $a_1 + a_2 = 31 \neq 30$; $a_1 = 14$, $a_2 = 16$; $a_1 + a_2 = 30$ – подходит (вариантов выбрать 2 числа $3 = \frac{3 \cdot 2}{2!}$; т.к. два числа различны и не имеет значения в каком порядке их выбирают).

Если это число одно, то оно равно 30, соответствует тому что сумма $a_2 + \dots + a_{n-1} = 30$. поэтому других вариантов нет

Рассмотрели все возм. случаи, ~~одно~~ подходящие варианты чисел:

13, 14, 16, 31;

13, 30, 31.

~~Других вариантов~~

Ответ. 13, 14, 16, 31; 13, 30, 31

Черновик

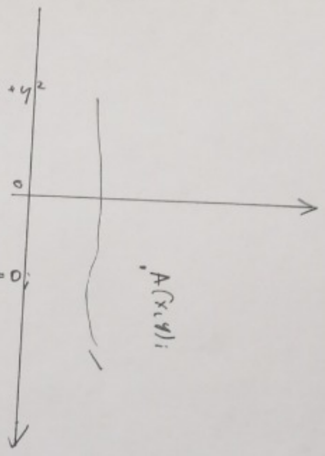
$5a^2-6ax-2ay+2x^2+2xy+y^2=0.$

$4a^2+a^2-6ax$

$9a^2-4a^2-6ax+x^2-2ay-y^2+x^2+2xy+y^2$

$5a^2-$

$4a^2+a^2-6ax$



$\cancel{2-1};$

$\cancel{4a^2}$

$9a^2-6ax+x^2+a^2-2ay+y^2+x^2+2xy-5a^2=0;$

$(3a-x)^2+(-a+y)^2$

$-6ax-2ay;$

$a^2x^2+a^2y^2-8a^2x-2a^3y+12ay+a^4+36=0;$

$a^2x^2+a^2y^2$

a^2x^2

$\cancel{5a^2+6ax-}$

$a^2(x^2+y^2-8x-2ay)+12ay+a^4+36;$

$(a^2y^2+12ay+36)+a^2x^2-8a^2x-2a^3y+a^4=0;$

$a^2(x^2-8x-2ay+a^2)$

$ay+a$

$a^2\cdot ay;$

a^2y^2

$\cancel{-a^2}$

$ay\cdot a^2$

$a+b$

$a^2y^2-2a^3y+a^4=$

$2a^2y^2$

$(x-b)^2+(y-b)^2=R;$

x

$=(ay-a^2)^2=(a(y-a))^2+12ay=$

a^2x^2

$-8a^2x$

y

a^2y^2

$-2a^3y$

$+12ay$

$8=4\cdot 2;$

$=a^2(y-a)^2+12ay=$

$=a(a(y-a)^2+12y)$

$y(-2a^3+12a)=$

$=ay(12-2a^2)$

$(12-2a^2)^2=$

$=144-24a^2+4a^4$

$a^2x^2+a^2y^2-8a^2x+ay(12-2a^2)+a^4+36$

Черновик

$$\begin{array}{r} 1.5 \\ \times\, 1.5 \\ \hline 2.25 \end{array}$$

$5a^2-6ax-2ay+2x^2+2xy+y^2=0;$

$4a^2-6ax+2.25x^2+a^2-2ay+y^2+2xy-0.25x^2$

$a^2-2ay+y^2+4a^2-6ax+2x^2+2xy$

$5a^2-6ax-2ay$

$5a2-\ 6ax-2ay+2x^2$

$3ax$
ay
xy

$5a^2+2x^2+y^2;$

$\frac{1}{3}\cdot 3$ $\quad \frac{1}{2}\cdot 2;$

$\sqrt{3}$

$1.25;$ $\quad \frac{5}{4}$

$\frac{4}{5}$ $0.8;$

$\sqrt{3};$

$4.5x;$

$0.8y;$

$\sqrt{3};$

$\frac{4}{5}x$

$0.8y$

$\frac{4}{5}a;$

$a=\sqrt{5}x=\sqrt{2},\ y=1;$

$ax=3$

$ay=1$

$xy=1$

$\sqrt{10};$

$\sqrt{3}\cdot\sqrt{3};$

$x=\frac{3}{a}$

$\frac{3y}{a}=1$ $\quad 3y^2=1$

$y^2=\frac{1}{3};$

$3y=a;$ $\quad y=\sqrt{\frac{1}{3}};$ $\quad x=\sqrt{3};$ $\quad \sqrt{3};\sqrt{3};$

$a=\sqrt{3}$

$3y=a$ $\quad y=\sqrt{\frac{1}{3}};$

$3\sqrt{\frac{1}{3}}=$

$x=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3};$

$\sqrt{\frac{9}{3}}=\sqrt{3}=a;$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211006547**

ID профиля: **889439**

Вариант 13

Чистовик. Задача №4! (стр. 1)

$$\begin{cases} 3x^2+3y^2-2x^2y^2=3 \\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+y^2=1+\frac{2}{3}x^2y^2 \\ x^4+y^4+2x^2y^2-\frac{4}{3}x^2y^2=17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=1+\frac{2}{3}x^2y^2 \quad (1) \\ (x^2+y^2)^2-\frac{4}{3}x^2y^2-17=0 \quad (2) \end{cases}$$

Решим (2). ~~пусть t~~

$\left(1+\frac{2}{3}x^2y^2\right)^2-\frac{4}{3}x^2y^2-17=0$, пусть $t=x^2y^2$; $t\geq 0$ т.к. $x^2y^2\geq 0$;

$\left(1+\frac{2}{3}t\right)^2-\frac{4}{3}t-17=0$;

$1+\frac{4}{3}t+\frac{4}{9}t^2-\frac{4}{3}t-17=0$

$\frac{4}{9}t^2=16$

$t^2=\frac{16\cdot 9}{4}$

$t=\sqrt{\frac{16\cdot 9}{4}}=6$; т.к $t>0$.

$x^2y^2=6$; вернемся к (1)

$x^2+y^2=1+\frac{2}{3}\cdot 6$

$x^2+y^2=1+4$

$$\begin{cases} x^2+y^2=5; \\ x^2y^2=6 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=5-y^2 \\ (5-y^2)y^2=6 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=5-y^2 \\ 5y^2-y^4-6=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=5-y^2 \\ y^4+6-5y^2+6=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{x^2=\frac{25}{9}-y^2} \\ \cancel{9y^4-25y^2+24=0} \end{cases} \quad \cancel{D=625-24\cdot 9\cdot 4=}$$

$$\begin{cases} x^2=5-y^2 \\ y^4-5y^2+6=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=5-y^2 \\ \left[\begin{array}{l} y^2=3 \\ y^2=2 \end{array}\right. \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y^2=3; \\ x^2=2; \end{cases} \\ \begin{cases} y^2=2 \\ x^2=3 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=\pm\sqrt{3} \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} y=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ. $\{(\pm\sqrt{3}, \pm\sqrt{2}); (\pm\sqrt{2}; \pm\sqrt{3})\}$.

Чистовик. Задача 5. (ЯР-Z)

Вытащить дубль есть 12 способов (т.к. дублей 12); после чего второй картой фокусник вытаскивает любую карту на которой нет числа с первой карты это можно сделать 11·11 = 121 способом, тогда вытащить карты таким ~~спос~~. образом можно 12·~~1~~121 − 12·11 (т.к. среди 12·121 способов дважды посчитаны способы в которых вытаскиваются 2 дубля, а таких способов 12·11, мы вычитаем их из ответа.)

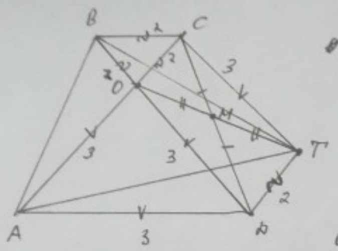
$12 \cdot 121 - 12 \cdot 11 = 12(121 - 11) = 12(110) = 1320$ способов.

Ответ. 320.

Чистовик (стр. 3)

Задача №6.

а)



M - середина DC; $CM = MD$, $OM = MT$
$\Rightarrow OCTD$ пар/м.

$\angle AOD = 60°$ т.к. $\triangle OBC$, $\triangle ADO$ р/с;
$60° = \angle AOD = \angle ODA = \angle OAD = \angle BCO = \angle OBC$
$\angle ACT = \angle AOD = 60$ как. накр.-в. при $OD \parallel CT$;
$\angle ODT = \angle OCT = 60$ как углы в пар.ме;
$\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 120 = \angle BCA + \angle ACT =$
$= \angle BCT = \angle BOA = 180 - \angle AOD = 120$
$OD = CT$ как стороны пар.м а; $OC = TD$ как стороны пар-ма.

$$\left.\begin{array}{l} BC = DT = OB; \\ \angle BOA = \angle BCT = \angle ADT = 120° \\ AD = CT = AO \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle ABO = \triangle BCT = \triangle ADT \text{ по 2 сторонам и углу}$$
$\Rightarrow AB = BT = AT \Rightarrow \triangle ABT$ правильный, чтд

б). площадь р/с $\triangle = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ где a сторона $\triangle$-ка;
по теор. косинусов в $\triangle ADT$

$$AT = \sqrt{DT^2 + AD^2 - 2\,AD \cdot TD \cdot \cos 120} = \sqrt{4 + 9 + \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{2}} = \sqrt{4+9+6} = \sqrt{19};$$

$$S_{\triangle ABT} = \frac{19 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\triangle OBC} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4}{4}; \quad S_{\triangle AOD} = \frac{\sqrt{3} \cdot 9}{4}; \quad S_{\triangle AOB} = \frac{OB \cdot OA \cdot \sin\angle AOB}{2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2};$$

~~SABCD = 2~~
$$\left.\begin{array}{l} OB = OC = 2 \\ AO = OD \\ \angle BOA = \angle COD \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle BOA = \triangle COD \Rightarrow S_{\triangle BOA} = S_{\triangle COD} = \frac{3\sqrt{3}}{2};$$

$$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{AOD} + S_{COD} = 2 \cdot S_{AOB} + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3} \cdot 9}{4} = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3} \cdot 9}{4} =$$

$$= 4\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{16\sqrt{3} + 9\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4};$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{19\sqrt{3}}{4} : \frac{25\sqrt{3}}{4} = \frac{19}{25}.$$

Ответ. $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{19}{25}.$

211006547 (U889439 M1274595)

Черновик

$\frac{4}{9}t^2=16;$ $\quad \frac{16\cdot 4}{9}$

$t^2=\frac{16\cdot 4}{9}$

$t=\sqrt{\frac{16\cdot 4}{9}}=\frac{4\cdot 2}{3}=\frac{8}{3};$

$x^2y^2=\frac{8}{3};$ $\quad \frac{16}{3}+\frac{9}{3}=\frac{25}{3}$

$x^2+y^2-\frac{8}{3}\cdot\frac{2}{3}=3$ $\quad x^2+y^2=\frac{25}{3}$

$x^2y^2=\frac{8}{3}$ $\quad x^2y^2=\frac{8}{3};$

12^2 карт.

$1;$

$a+b=\frac{25}{3};\quad a=\frac{25}{3}-b$

$ab=\frac{8}{3};$

$\left(\frac{25}{3}-b\right)b=\frac{8}{3}$

$\cancel{a=\frac{8}{3b}}$

$\frac{25}{3}b-b^2=\frac{8}{3};$

$b^2-\frac{25}{3}b+\frac{8}{3}=0$

$3b^2-25b+8=0;\quad D=25^2-4\cdot 3\cdot 8=13^2$

$b=\frac{25+13}{6}=\frac{19}{3}=y^2;\quad y=\pm\sqrt{\frac{19}{3}};\quad x=\pm\sqrt{2};$

$b=\frac{25-13}{6}=2;\ \cancel{\sqrt{2}}\ y=\pm\sqrt{2};\quad x=\pm\sqrt{\frac{19}{3}}.$

$\frac{25}{3}-\frac{19}{3}=\sqrt{\frac{6}{3}}$

$\begin{array}{r} 23\\ \times\ 23\\ \hline 69\\ +\ 46\ \\ \hline 529 \end{array}$

$\frac{38}{6}.\quad \frac{19}{3}$

$\begin{array}{r} 25\\ +\ 13\\ \hline 38 \end{array}\quad \frac{38}{6}$

$\begin{array}{r} 25\\ \times\ 25\\ \hline 125\\ +\ 50\ \\ \hline 625 \end{array}$

$\begin{array}{r|l} 38 & 2\\ -2 & 19\\ 18 & \end{array}$

$\begin{array}{r} 625\\ -\ 96\\ \hline 529 \end{array}=13^2$

$\begin{array}{r} 24\\ \times\ 4\\ \hline 96 \end{array}$

$\begin{cases} x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17; \\ 3x^4+3y^4+2x^2y^2=51; \end{cases}$

$3x^2+3y^2-2x^2y^2=-3;$

$3x^4+3x^2+3y^4+3y^2=54;$

$3x^2+3y^2-2x^2y^2=3;$

$x^4+x^2+y^4+y^2=18$

$x^4+x^2+\frac{1}{4}+y^4+y^2+\frac{1}{4}-18.5=0;$

$(x^2+\frac{1}{2})^2+(y^2+\frac{1}{2})^2=18.5;$

$3x^2+3y^2-2x^2y^2=3$

$x^4+x^2+y^4+y^2=18;$

$x^2+y^2-\frac{2}{3}x^2y^2=1$

$x^2+y^2=1+\frac{2}{3}x^2y^2$

$x^4+y^4=1+\frac{2}{3}x^2y^2=18;$

$3x^2+3y^2-2x^2y^2=3;$ $\quad x^2(3-2y^2)+3y^2=3;$

$x^4+x^2+y^4+y^2-18=0;$

$(y^2+\frac{1}{2})^2=18.5-(x^2+\frac{1}{2})^2;$

$x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17$

$x^2+y^2-\frac{2}{3}x^2y^2=1;$

$x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17x^2+17y^2-\frac{17\cdot 2}{3}x^2y^2$

$x^4-17x^2+y^4-17y^2+12x^2y^2=0;$

$\frac{17\cdot 2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{36}{3}=12$

$12=6\cdot 2;$

Черновик

$\begin{cases} 3x^2+3y^2-2x^2y^2=3 \\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17 \end{cases}$

$3x^2-x^2y^2+3y^2-x^2y^2-3=0$

$x^2(3-y^2)+y^2(3-x^2)$

$3y^2-2x^2y^2$

$x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17;$

$x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2+3x^2+3y^2-2x^2y^2=20;$

$x^4+y^4-\frac{4}{3}x^2y^2+3x^2+3y^2=20;$

$2-\frac{2}{3}=1\frac{1}{3}=\frac{4}{3};$

Черновик.

12^2 $\quad$ $\begin{array}{r}144\\-23\\\hline\end{array}$

$12\cdot(144-23)$

1 1
1 2
1 3
1 4
1 5
1 6;

5,5;

2;2;

x;

$\frac{11\cdot 11}{2}=$ 121

$\begin{array}{r}144\\-23\\\hline 121.\end{array}$

$\begin{array}{r}12\\\times 110\\\hline 12\\+12\\\hline 1320\end{array}$

$\frac{2\cdot 3\cdot \sin 120}{2}=\frac{2\cdot 3\sqrt{3}}{4}=$

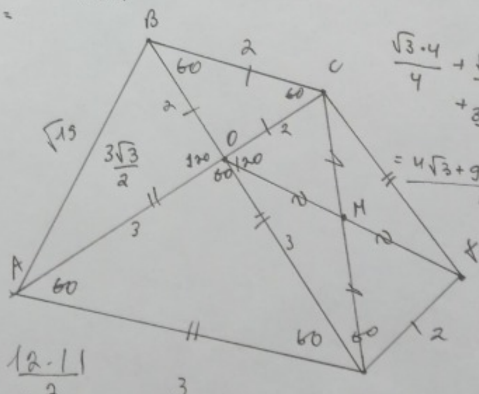
$=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

12 дублей.

$\begin{array}{r}144\\-12\\\hline 132\end{array}$

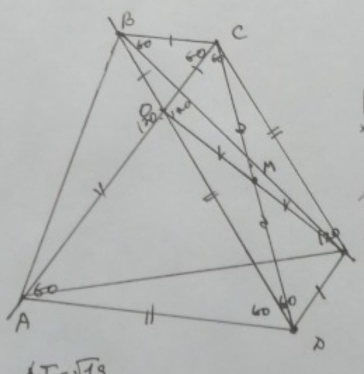
$12\cdot(144-12)=$

$=12\cdot 132.$

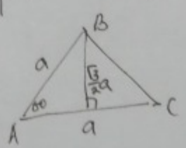


$\frac{\sqrt{3}\cdot 4}{4}+\frac{\sqrt{3}\cdot 9}{4}+\frac{3\sqrt{3}}{2}=$

$=\frac{4\sqrt{3}+9\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{4}=\frac{19\sqrt{3}}{4};$



$\frac{12\cdot 11}{2}$ $\quad$ 3



$\frac{\sqrt{3}}{2}a^2\,2=$

$=\frac{\sqrt{3}a^2}{4};$

$AT=\sqrt{19}$

$S_{ABT}=\frac{\sqrt{3}\cdot 19}{4}$

$3^2+2^2-2\cdot 3\cdot 2\cdot\cos 120=9+4+12\cdot\frac{1}{2}=9+4+6=\sqrt{19}$

211006547 (U889439 M1274595)

Черновик

$3x^2+3y^2-2x^2y^2=3$

$3x^4+3y^4+2x^2y^2=51;$

$x^2+y^2-\frac{2}{3}x^2y^2=1$

$x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17;$

$x^4+x^2+y^4+y^2=18;$

$x^2(1+\frac{2}{3}y^2)=1-y^2;$

$x^2=\frac{1-y^2}{1-\frac{2}{3}y^2};$

$\left(\frac{1-y^2}{1-\frac{2}{3}y^2}\right)^2+\frac{1-y^2}{1-\frac{2}{3}y^2}+y^4+y^2=18;$

$1-\frac{2}{3}y$

$\frac{1-2y^2+y^4}{1-\frac{4}{3}y^2+\frac{4}{9}y^2}+$ $1-y$

$x^2+y^2=1+\frac{2}{3}x^2y^2$

$3x^2+3y^2-2x^2y^2=3;$

$x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17;$

$x^4+y^4+2x^2y^2-1\frac{1}{3}x^2y^2=17$

$(x^2+y^2)^2-1\frac{1}{3}x^2y^2=17;$

$(1+\frac{2}{3}x^2y^2)^2-1\frac{1}{3}x^2y^2=17$ пусть $x^2y^2=t$

$(1+\frac{2}{3}t)^2-\frac{4}{3}t-17=0$ ~~$22-\frac{2}{3}$~~ $=21\frac{1}{3}$

$1+\frac{4}{3}t+\frac{4}{9}t^2-\frac{4}{3}t-17=0.$

~~$-\frac{2}{2}\ \frac{2}{3}+1+1+24=$~~

$1+\frac{2}{3}+1-\frac{4}{3}-8=$

$=2-\frac{2}{3}-8=-6\frac{2}{3}$

$\frac{(1-y^2)^2+(1-y^2)(1-\frac{2}{3}y^2)+y^4(1-\frac{2}{3}y^2)^2+y^2(1-\frac{2}{3}y^2)^2-18(1-\frac{2}{3}y^2)^2}{(1-\frac{2}{3}y^2)^2}=0;$

$1-2y^2+y^4+1-\frac{2}{3}y^2-y^2+\frac{2}{3}y^4+y^4(1-\frac{4}{3}y^2+\frac{4}{9}y^4)+y^2(1-\frac{4}{3}y^2+\frac{4}{9}y^4)-$

$-18(1-\frac{4}{3}y^2+\frac{4}{9}y^4)=$

$=1-2y^2+y^4+1-\frac{2}{3}y^2-y^2+\frac{2}{3}y^4+y^4-\frac{4}{3}y^6+\frac{4}{9}y^8+y^2-\frac{4}{3}y^4+\frac{4}{9}y^6-$

$-18+24y^2-8y^4=$

$=21\frac{1}{3}y^2-6\frac{2}{3}y^4-\frac{8}{9}y^6+\frac{4}{9}y^8-18=0;$

$-\frac{4}{3}+\frac{4}{9}=-\frac{12}{9}+\frac{4}{9}=-\frac{8}{9}$

$\begin{array}{r} 21 \\ \times\ 3 \\ \hline 63 \end{array}$

$\frac{4\cdot 3}{2}=6$

$\begin{array}{r} 3 \\ 24 \\ \times\ 9 \\ \hline 216 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array}$