Часть 1

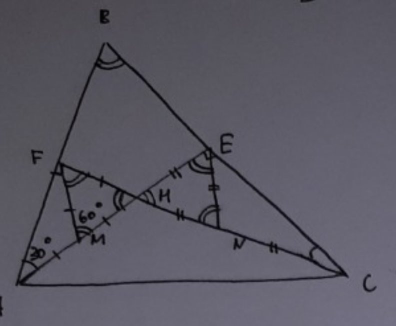
Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211006335**

ID профиля: **345282**

Вариант 13

№1) Ответ: $\angle ABC = 60^\circ$; $S = 72\sqrt{3}$



1) $FM \parallel EN \Rightarrow \angle FME = \angle MEN$, ~~$\angle EMF$~~
$\angle ENF = \angle NFM$ (накрест. леж.)

2) FM - мед. в прям. $\triangle AFH \Rightarrow FM = AM = MH$.
~~Аналогично~~ EN - мед. в прям. $\triangle CEH \Rightarrow EN = HN = NC$.

3) $FM = MH \Rightarrow \triangle FMH$ - р/б $\Rightarrow \angle MFH = \angle FHM$;
$EN = NH \Rightarrow \triangle ENH$ - р/б $\Rightarrow \angle NEH = \angle EHN$

4) $\angle FHM = \angle EHN$ (верт.)
$\angle MFH = \angle FHM$
$\angle NEH = \angle EHN$

$\Rightarrow \angle HFM = \angle MHF = \angle FMH = \angle EHN = \angle HNE = \angle HEN = 180^\circ : 3 = 60^\circ$ (св-во суммы угл. $\triangle$)
$\Rightarrow \triangle FMH$, $\triangle HNE$ - р/с

~~5) Р/м $\triangle BAE$~~
~~$\angle BAE = 180^\circ$~~

5) Р/м $\triangle AFH$
$\angle FAH = 180^\circ - \angle AFH - \angle FHA = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.
Аналогично (р/м $\triangle EHC$) $\angle ECH = 30^\circ$.

6) Р/м $\triangle ABE$. $\angle ABE = 180^\circ - \angle BEA - \angle BAE = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ = \angle ABC$.

7) $FM = 2$, $EN = 5$
$\Rightarrow AE = 2+2+5 = 9$
$EN = 5+5+2 = 12$

8) $\triangle AMF \sim \triangle CNE$ (по $\angle$) $\Rightarrow AF : CE = AM : CN = 2 : 5 \Rightarrow AF = 2x$, $CE = 5x$

9) $\triangle ABE \sim \triangle CBF$ (по $\angle$) $\Rightarrow BF : BE = CF : AE = 12 : 9 = 4 : 3 \Rightarrow BF = 4y$, $BE = 3y$

10) $\triangle AFH \sim \triangle AEB$ (по $\angle$) $\Rightarrow$

$$\frac{AH}{AB} = \frac{FH}{BE} \Leftrightarrow \frac{4}{2x+4y} = \frac{2^{\backslash 2}}{3y} = \frac{4}{6y} \Rightarrow 2x+4y = 6y \Leftrightarrow 2x = 6y - 4y \Leftrightarrow 2x = 2y \Leftrightarrow$$
$\Leftrightarrow x = y$
$\Rightarrow AB = 2x + 4y = 6x$
$BC = 5x + 3y = 8x$

11) $S_\triangle = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} AE \cdot BC = \frac{1}{2} CF \cdot AB$

$\frac{1}{2} AE \cdot BC = \frac{1}{2} CF \cdot AB \quad | \cdot 2$
$AE \cdot BC = CF \cdot AB$
$9 \cdot 8x = 12 \cdot 6x$
$72x = 72x$

12) по т. кос. (р/м $\triangle AFM$)

$AF^2 = (2x)^2 = 4x^2 = FM^2 + AM^2 - 2 \cdot AM \cdot FM \cdot \cos 120^\circ = 4 + 4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 8 + 4 = 12$
$4x^2 = 12$
$x^2 = 3$
$x = \sqrt{3} \Rightarrow S = 72\sqrt{3}$

211006335 (U345282 M1276358)

Б2)

$\exists a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ – ч-ла; по усл. $a_1 \neq a_2 \neq \ldots \neq a_n$,
по усл. $a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_n$; $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$

$32a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + 14a_n = 477$

$\Rightarrow (32a_1 + a_2 + \ldots + a_n) - (a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + 14a_n) = 477 - 477$

$31a_1 - 13a_n = 0$

$31a_1 = 13a_n$

31 и 13 – взаимнопрост., $31a_1 = 13a_n \Rightarrow a_1 \vdots 13$, $a_n \vdots 31$

$\Rightarrow a_1 = 13b$, $a_n = 31b$, где $b \in \mathbb{N}$.

Тогда $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n = 32 \cdot 13b + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + 31b =$
$= 416b + 31b + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} = 447b + a_2 + \ldots + a_{n-1} = 477$

$\exists b \geq 2 \Rightarrow 447b \geq 894$; т.к. $894 > 477$ и $a_2, a_3, \ldots, a_{n-1} \in \mathbb{N}$
$\Rightarrow b < 2$;

$b \in \mathbb{N} \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a_1 = 13$, $a_n = 31$

$\exists b = 1 \Rightarrow a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 447 + a_2 + \ldots + a_{n-1} = 477$
$a_2 + \ldots + a_{n-1} = 30$ при этом по усл. $a_1 < a_2 < \ldots < a_{n-1} < a_n \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 13 < a_2 < \ldots < a_{n-1} < 31$; $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$
$\exists$ хотя бы 3 числа написанно кроме максимального и минимал.-го
$\Rightarrow a_2 \geq 14$, $a_3 \geq 15$, $a_4 \geq 16$, $\Rightarrow a_2 + \ldots + a_{n-1} \geq a_2 + a_3 + a_4 \geq 14 + 15 + 16 \geq 45$,
но $a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} = 30 \Rightarrow$ не более 2 чисел написанно кроме макс. и мин.
$\Rightarrow$ всего не более 4 ч-л.

1) $\exists$ всего 4 ч-ла.
Р/м как можно представить ч-ло 30 так, что $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$,
где $a_1 = 13$, $a_4 = 31$ (доказанно выше), т.е. $13 < a_2 < a_3 < 31$.
$30 = 14 + 16 = 15 + 15$
Т.к. $a_2 \neq a_3 \Rightarrow$ не подходит случай где $a_2 = a_3 = 15 \Rightarrow a_2 = 14$, $a_3 = 16$
$\Rightarrow$ всего вписанны ч-ла 13, 14, 16, 31.

Подходит, т.к. $32 \cdot 13 + 14 + 16 + 31 = 477 = 13 + 14 + 16 + 14 \cdot 31$, ч-ла натуральны и различны.

2) $\exists$ всего 3 ч-ла $\Rightarrow$ вписанны $a_1 = 13, a_2, a_3 = 31$; $13 < a_2 < 31$, $a_2 = 30$
$\Rightarrow$ вписанны 13, 30, 31

$32 \cdot 13 + 30 + 31 = 13 + 30 + 31 \cdot 14 = 477$, ч-ла натуральны и различны $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ подходит.

3) $\exists$ всего 2 ч-ла $\Rightarrow$ вписанны a_1, a_2 причём выше доказали, что
$a_1 = 13$, $a_2 = 31$
2 ч-ла, но $32 \cdot 13 + 31 = 416 + 31 = 447 \neq 477 \Rightarrow$ не может быть

4) $\exists$ всего 1 ч-ло $\Rightarrow$ оно одновременно максимальное и минимальное
(обозначим его за k)
$\Rightarrow$ по усл. $32k = 14k \Rightarrow k = 0$, но тогда $32k = 0 \neq 477 \Rightarrow$ не может быть 1 ч-ло

продолжение:

Т.к. кол-во чисел на доске – натуральное ч-ло (их не может быть ≤ 0 или дробное кол-во) и всего не более 4 чисел $\Rightarrow$ рассмотрели все случаи и доказали что других вариантов нет.

Ответ:

13, 14, 16, 31 или 13, 30, 31.

211006335 (U345282 M1276358)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211006335**

ID профиля: **345282**

Вариант 13

№5)

1) Найдём кол-во способов вытянуть дубль.

Всего 12 ~~цифр~~ чисел => с одной стороны существует 12 вариантов того какое может быть ~~цифра~~ число, при этом ~~цифра~~ число на другой стороне этой же карточки может быть только такое же, т.е. 1 вариант

=> всего $12 \cdot 1 = 12$ дублей => 12 способов вытянуть дубль.

2) Найдём кол-во ~~[illegible]~~ способов вытянуть ~~карт~~ карту, которая не является дублем, где ни одно ч-ло не совпадает с ~~[illegible]~~ числом а ~~[illegible]~~ (где а – одно из N чисел от 1 до 12).

С одной стороны может быть 11 вариантов числа (т.к. всего 12 и можно все кроме числа а ~~[illegible], т.к. числа на дубле совпадают~~). При этом на другой стороне этой карточки может стоять любое из ~~[illegible]~~ 10 чисел (т.е. всех чисел кроме a и числа с первой стороны)

=> всего таких карточек $11 \cdot 10$ ~~[illegible]~~ => $11 \cdot 10$ способов вытянуть такую карту.

~~3) Тогда существует ~~[illegible]~~ $12 \cdot 11 \cdot 10$ вариантов вытянуть 2 карты так, что ~~хотя бы~~ одна из них будет дублем и при этом никакое число не будет встречаться одновременно на 2 картах,~~

~~При этом не имеет значение в каком порядке вытаскиваются карты.~~

~~4) Докажем, что кол-во способов не изменится, если ~~вытаскивать~~ считать сначала не дубли:~~

т.к. на дубле ~~[illegible]~~ одно и то же число, а мы нашли кол-во ~~[illegible]~~ способов брать карту без конкретного числа.

3) Тогда если ровно один дубль, то $\exists$ $12 \cdot 11 \cdot 10$ способов вытянуть карты, подходящие под условие

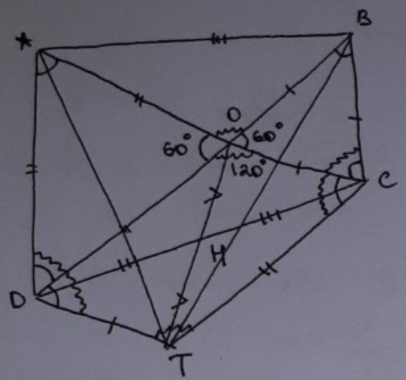
4) ~~[illegible]~~ Также подходит случай, если вытянуть 2 дубля. Это можно сделать столькими способами: $C_{12}^{2} = \frac{12!}{10!\,2!} = \frac{11 \cdot 12}{2} = 6 \cdot 11$.

5) => всего $12 \cdot 11 \cdot 10 + 11 \cdot 6 = 11 \cdot 6(2 \cdot 10 + 1) = 66 \cdot 21 = 1386$ способов вытянуть такие карты.

Больше способов не существует => всего их 1386

Ответ: ~~[illegible]~~ 1386

№6)



а) ⊐# – параллелограмм

1) ⊐OT ∩ CD = H

T симм. O отн. середины CD (усл.)

$\Rightarrow DH = HC,\ OH = TH \Rightarrow$ # DOCT (признак)

$\Rightarrow OD = TC,\ OD \parallel TC,\ OC = DT,\ OC \parallel DT$ (св-во)

2) $\angle DOC = 180° - \angle BOC$ (смеж.) $= 180° - 60° = 120° = \angle AOB$ (верт.)

3) $\angle DOC = \angle DTC$ (св-во # DOCT)

$\Rightarrow \angle ODT = \angle OCT = 180° - \angle DOC = 180° - 120° = 60°$

$\Rightarrow \angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 60° + 60° = 120° = \angle BCT = \angle BCO + \angle ACT$

$= \angle BCT = \angle AOB$

4) $AD = TC = AO$, $TD = BC = OB$, $\angle ADT =$ … $\Rightarrow \triangle ADT = \triangle$ TCB $= \triangle AOB \Rightarrow AT = BT = AB \Rightarrow \triangle ATB$ – р/с $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ATB$ – правильный

ч.т.д.

продолжим с уже доказанными выше данными

б) 1) $AO = OD,\ OB = OC,\ \angle AOB = \angle DOC \Rightarrow \triangle AOB = \triangle DOC \Rightarrow AB = CD,\ S_{AOB} = S_{COD}$

3) $S_{\triangle} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ – формула площади правильного △, где a – сторона

$S_{ATB} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{19\sqrt{3}}{4}$

Важно! Обратите внимание на порядок пунктов по нумерации!

2) Р/м △ADT. По т. косинусов

$AT^2 = AD^2 + DT^2 - 2\,AD\cdot TD\cdot\cos 120° = 9 + 4 + 2\cdot3\cdot2\cdot\cos 60° = 13 + \cancel{2}\cdot6\cdot\frac{1}{\cancel{2}} = 13 + 6 = 19 = AB^2$

4) $S_{ABCD} = S_{ABO} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{AOD} = 2S_{AOB} + S_{BOC} + S_{AOD}$

5) $S_{AOB} = \frac{1}{2}\cdot AO\cdot OB\cdot\sin\angle AOB = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\cdot3\cdot\sin 120° = 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

6) $S_{BOC} = \frac{BC^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\cancel{4}\sqrt{3}}{\cancel{4}} = \sqrt{3}$

7) $S_{AOD} = \frac{AD^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$

8) $S_{ABCD} = \cancel{2}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{\cancel{2}} + \sqrt{3} + \frac{9}{4}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{3}(3 + 1 + 2,25) = 6,25\cdot\sqrt{3} = 6\frac{1}{4}\cdot\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

9) $S_{ABT} : S_{ABCD} = \frac{19\sqrt{3}}{4} : \frac{25\sqrt{3}}{4} = \frac{19\sqrt{3}}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{4}}{25\sqrt{3}} = 19 : 25 = 0,76$

Ответ: 19:25 = 0,76.

черновик

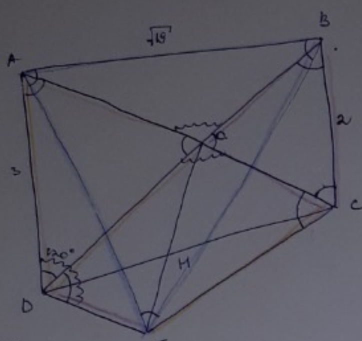
$BC=2$
$AD=3$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$

$\boxed{S_{ABT}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}= \\ =\frac{19\sqrt{3}}{4}}$

$S_{\text{прав}}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$S=\frac{1}{2}ab\cdot\sin\alpha$



по т. кос.

$AB^2=AT^2=AD^2+DT^2-2AD\cdot DT\cdot\cos 120°=9+4+2\cdot 3\cdot 2\cdot\frac{1}{2}=9+4+6=19$

$\triangle AOB=\triangle DOC$ по 1 пр.

$S_{ABCD}=S_{AOB}+S_{BOC}+S_{COD}+S_{AOD}=2S_{AOB}+S_{BOC}+S_{AOD}$

$S_{AOB}=\frac{1}{2}BO\cdot AO\cdot\sin 120°=\frac{1}{2}BO\cdot AO\cdot\sin 60°=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$S_{BOC}=\frac{2^2\sqrt{3}}{4}=\frac{4\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$

$S_{AOD}=\frac{3^2\sqrt{3}}{4}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABCD}=2\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}+\frac{9\sqrt{3}}{4}=3\sqrt{3}+\sqrt{3}+2,25\sqrt{3}=6,25\sqrt{3}=6\frac{1}{4}\sqrt{3}=$

$=\frac{25\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABT}:S_{ABCD}=\frac{19\sqrt{3}}{4}:\frac{25\sqrt{3}}{4}=\frac{19\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{4}{25\sqrt{3}}=\frac{19}{25}$ $\boxed{19:25}$

$\frac{19}{25}=\frac{38}{50}=\frac{76}{100}=0,76$

черновик

(5)

12^2

дубль – одинак ч-ла

2к → min 1 дубль, нет одинак ч-л,

Всего 12 дублей

12^2-12 карт – ост.

$C_{12}^2=\frac{12!}{2!\,10!}=$

$=\frac{11\cdot 12}{2}=$

$\begin{array}{r} 66 \\ \times\ 21 \\ \hline 66 \\ 132\ \ \\ \hline 1386 \end{array}$

$12\cdot 11\to 2$ дубля $=132$

7 a – ч-ло на дубле

$11\cdot 11\to$ карточек всего без a
(12-1 по с каждой стороны)

$\Rightarrow 12\cdot(11\cdot 11)\to$ дубль и не дубль другой ✓

$\Rightarrow 12\cdot 11+12\cdot 11^2=12\cdot 11(1+11)=12\cdot 11\cdot 12=12^2\cdot 11$

$12\cdot 11\cdot 11$

$\begin{array}{r} 1320 \\ +\ \ \ 66 \\ \hline 1386 \end{array}$

$12\cdot 11\cdot 10+12\cdot 11=$

$12\cdot 11\cdot 10$

$\frac{12\cdot 11}{2}$

черновик

$\triangle ABE$

$BE=\frac{1}{4}AB$

$AE=2+2+5=9$

$\frac{1}{2}AE\cdot BC=\frac{1}{2}CF\cdot AB$ 1:2

$AE\cdot BC=CF\cdot AB$

$9BC=12AB$ 1:3

$3BC=4AB$

$AF:CE=AM:CN=2:5$ $(\triangle FAM\sim\triangle ENC)$

$BE:BF=AE:CF=9:12=3:4$ $(\triangle ABE\sim\triangle CBF)$

$\triangle AFH\sim\triangle AEB\Rightarrow\frac{AF}{AE}=\frac{AH}{AB}=\frac{FH}{BE}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\frac{2x}{9}=\frac{4}{2x+4y}=\frac{2}{3y}$

$\sim\triangle CEH\sim\triangle CFB$

$\frac{CH}{CB}=\frac{EH}{BF}=\frac{EC}{CF}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\frac{10}{5x+3y}=\frac{5}{4y}$

$\frac{2x}{9}=\frac{2}{3y}\Rightarrow 6xy=18$

$\frac{4}{2x+4y}=\frac{2}{3y}=\frac{4}{6y}$

$\Rightarrow 2x+4y=6y$ $|-4y$

$2x=2y$

$x=y$

$\frac{1}{2}$

черновик

(4)

BB

$\begin{cases}3x^2+3y^2-ax^2y^2=3\\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17\end{cases}$

211006335 (U345282 M1276359)

$$\begin{cases} 3x^2+3y^2-2x^2y^2=3 \\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17 \end{cases}$$ (2)

1) $x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17$

$$\frac{(3y^2-3)^2}{(2y^2-3)^2}+y^4+\frac{2}{3}\cdot\frac{3y^2-3}{2y^2-3}\cdot y^2=17 \quad \Big|\cdot(2y^2-3)^2\cdot 3$$

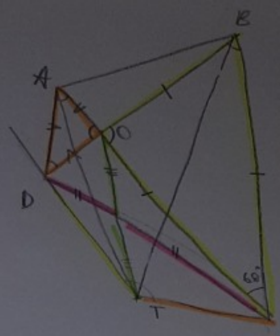
$$3(3y^2-3)^2+3y^4(2y^2-3)^2+2(3y^2-3)(2y^2-3)y^2=17\cdot3\cdot(2y^2-3)^2$$

2) $3x^2+3y^2-2x^2y^2=3$

$x^2(3-2y^2)=3-3y^2$

$$x^2=\frac{3-3y^2}{3-2y^2}=\frac{3y^2-3}{2y^2-3}=\frac{(2y^2-3)+y^2}{2y^2-3}=1+\frac{y^2}{2y^2-3}$$

черновик



$\triangle BOC$, $\triangle AOD$ (5)

Д-ть: а) $\triangle ABT$ - прав

б) $BC=2$, $AD=3$

$\Downarrow$

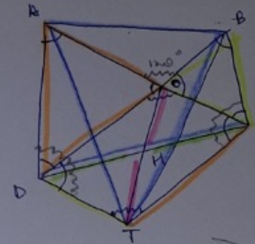
$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ - ?

OCTD (диаг. ⇒ по усл.)

$\angle DOC$ через $\angle BOC$ (смежн.), $\angle DOC=\angle AOB$

угл П # OCTD

1) $AD=CT$, DT - общ., $\angle ADT=DTC \Rightarrow \triangle ADT=\triangle CTD \Rightarrow AT=CD$



1) $BC=DT$, $CT=AD$, $\angle ADT=\angle BCT$ $\Rightarrow \triangle ADT=\triangle TCB$ $\Downarrow$ $AT=CB$

2) $OB=BC$, $OA=CT$, $\angle BCT=\angle BOA$ $\Rightarrow \triangle BOA=\triangle BCT$ $\Downarrow$ $BT=AB$

$\Rightarrow AB=AT=BT$

$\Rightarrow \triangle ABT$ - р/с, т.е. прав

черновик

~~$a^2x^2+a^2y$~~

$$a^2x^2+a^2y^2+12ay+a^4+36-8a^2x-2a^3y=0$$ (3)

черновик

$(a^2y^2+a^4-2a^3y)+$

$(ay+a^2)^2$

$$5a^2-6ax-2ay+2x^2+2xy+y^2=0$$

$$3(3y^2-3)^2+2(3y^2-3)(2y^2-3)y^2+3y^4(2y^2-3)^2=17\cdot3(2y^2-3)^2$$

$$\left((3y^2-3)+y^2(2y^2-3)\right)+2\left((3y^2-3)^2+y^4(2y^2-3)^2\right)=17\cdot3(2y^2-3)^2$$

1) $3y^2-3+2y^4-3y^2=2y^4-3$

2) $9y^4+9-18y^2+y^4(4y^4+9-12y^2)=9y^4-18y^2+9+4y^8+9y^4-12y^6=4y^8-12y^6+18y^4-18y^2+9$

3) $17\cdot3(4y^4+9-12y^2)=51\cdot4y^4+51\cdot9-51\cdot12y^2$

4) $8y^8-24y^6+36y^4+2y^4-36y^2+18-3=8y^8-24y^6+38y^4-36y^2+15$

5) $8y^8-24y^6+38y^4-36y^2+15=51\cdot4\cdot y^4-51\cdot12y^2+51\cdot9$

$$8y^8-24y^6-83y^4+648y^2+444=0$$

черновик

// черновик

A: $5a^2-6ax-2ay+2x^2+2xy+y^2=0$

B: $a^2x^2+a^2y^2-8a^2x-2a^3y+12ay+a^4+36=0$

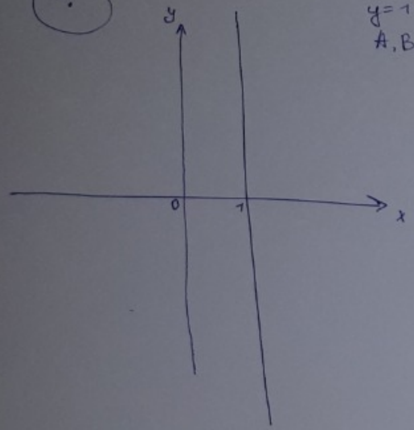
a - ?

$y=1$

A, B - по разн. сторон.

A (x,y)

B.



$5a^2-6ax-2ay+2x^2+2xy+y^2=0$

$a^2x^2+a^2y^2-8a^2x-2a^3y+12ay+a^4\pm 36=0$

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

$(a^2y^2+12ay+36)+(a^2x^2+a^4-2a^3x)-8a^2x-2a^3y+2a^3x=0$

$(ay+6)^2+(ax-a^2)^2+2a^2(ax-ay-4x)=0$

(1)

ч-ла $\in \mathbb{N}$ - различные

min $\cdot$ 32 $\Rightarrow \Sigma = 477$

max $\cdot$ 14 $\Rightarrow$ 477

$a_1+a_2+\ldots+a_n$

$32a_1+\ldots+a_n = a_1+\ldots+14a_n = 477$ (1), (2)

(1) - (2) $= 31a_1 - 13a_n = 0$

$31\min = 13\max$

$\exists \min_{a_1} = 13,\ \max_{a_n} = 31$

$31\min = 13\max$

31 · 13 = 403; 32 · 13 = 416

477 − 416 = 61

14 + 15

$61 = a_2+\ldots+a_{n-1}+31 \Rightarrow$
$\Rightarrow a_2+\ldots+a_{n-1} = 30$

43 = 14 | 29, 15 | 28, 16 | 27, 17 | 26, 18 | 25, 19 | 24, 20 | 23, 21 | 22

= только 2 ч-ла из пар или др. 3 ч-ла

$\geq 13,\ < 31$

30 = 14 + 16, ~~15 + 15~~ - ч-ла равные

13, 14, 16, 31

или

13, 30, 31

14 + 15 + 16 = 45 $\Rightarrow$ max 2 ч-ла !

черновик (2)

$a_1 = 13b$

$a_n = 31b$, $b \in \mathbb{N}$

$32 \cdot 13b + \ldots + 31b =$

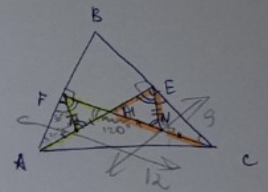
$= 416b + 31b + a_2 + a_{n-1} =$

$= 447b + a_2 + a_{n-1} = 477$

$\Rightarrow b = 1$

416

черновик (2)



FM = 2
EN = 5
FM ∥ EN

Найти: ∠ABC, S, R

AE = 2 + 2 + 5 = 9
CF = 5 + 5 + 2 = 12

∠FME = ∠MEN (FM ∥ EN, н.л.)

∠MFN = ∠FNE (∥, н.л.)

FM, EN - мед. прям. Δ ⇒ FM = AM = MH, EN = HN = NC

⇒ ∠MFH = ∠MHF = β, ∠NEH = ∠NHE = α

∠FHM = ∠EHN (верт.) ⇒ α = β

⇒ р/м ΔFMH, ΔEHN - р/с (все углы равны ⇒ по 60°)

⇒ EH = HN = ...
FH = HM

∠AHC = 180° − ∠CHE = 180° − α = 180° − 60° = 120°

=

Р/м ΔABE
∠BAE = 30°, ∠BEA = 90° ⇒
⇒ ∠ABC = 60°