Часть 1

Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211005909**

ID профиля: **852945**

Вариант 13

Чистовик Вариант 13 Математика

9 класс

Часть 1

3) $A: 5a^2-6ax-2ay+2x^2+2xy+y^2=0$

Выразим из уравнения y.

$y^2+y(2x-2a)+2x^2+5a^2-6ax=0$

$D=(2x-2a)^2-4(2x^2+5a^2-6ax)=4(x^2+a^2-2ax-2x^2-5a^2+6ax)=$

$=4(-x^2-4a^2+4ax)=-4(x-2a)^2$

$D\geq 0$ только при $x-2a=0$

$x=2a$

Тогда $y=\frac{-(2x-2a)}{2}=\frac{-(4a-2a)}{2}=-a$

$B: a^2x^2+a^2y^2-8a^2x-2a^3y+12ay+a^4+36=0$

$a^2x^2-8a^2x+16a^2-16a^2+a^2y^2+2ay(6-a^2)+(6-a^2)^2-(6-a^2)^2+a^4+36=0$

$a^2(x-4)^2+(ay+6-a^2)^2+a^4+36-16a^2-36-a^4+12a^2=0$

$a^2(x-4)^2+a^2(y+\frac{6}{a}-a)^2=4a^2$

$a^2(x-4)^2+a^2(y-(a-\frac{6}{a}))^2=4a^2$

Координата точки B по оси Oy будет равна $a-\frac{6}{a}$

Тогда возможно 2 случая: т.A выше прямой $y=1$, а т.B ниже и наоборот.

В первом случае: $\begin{cases}-a>1\\ a-\frac{6}{a}<1\end{cases}$

$\begin{cases}a<-1\\ \frac{a^2-a-6}{a}<0\end{cases}$

$\begin{cases}a<-1\\ \frac{(a-3)(a+2)}{a}<0\end{cases}$

$-2 \quad -1 \quad 0 \quad 3 \quad a$

$a\in(-\infty;-2)$.

Во втором случае: $\begin{cases}-a<1\\ a-\frac{6}{a}>1\end{cases}$

$\begin{cases}a>-1\\ \frac{a^2-a-6}{a}\geq 0\end{cases}$

$\begin{cases}a>-1\\ \frac{(a-3)(a+2)}{a}\geq 0\end{cases}$

$-2 \quad -1 \quad 0 \quad 3 \quad a$

~~$a\in(-2;$~~ $a\in(-1;0);(3;+\infty)$.

лист 1

Ответ: $(-\infty;-2);(-1;0);(3;+\infty)$.

211005909 (U;852945-M1;276748)

~~Ответ: $(-\infty;-2);(-1;0);(3;+\infty)$.~~

Математика
9 класс

Чистовик Вариант 13

Часть 1

2) Пусть набор чисел такой:

$a_1b_1, a_2b_2, \dots a_nb_n$, где a и b - попарно различные натуральные числа

Пусть a_1 - самое маленькое.
a_2 - самое больше

Тогда $32a_1+b_1+a_2+b_2 \dots +a_n+b_n=477$

$a_1+b_1+14a_2+b_2+\dots a_n+b_n=477$

Приравняв и приведя подобные слагаемые получаем

$31a_1=13a_2$

Так как a_1, a_2 - натуральные числа, то

$a_1=13n$

$a_2=31n$, где $n\in N$

При $n=1$ ~~$31a_2=3$~~ $13a_2=13\cdot 31n=$
$=31\cdot 13=403$

31
×13
93
+31
403

При $n=2$ $13n=26\cdot 31=806>477$

Значит $n=2$ не подходит т.к.
~~все~~ сумма остальных чисел больше нуля

32
×13
96
+32
416

477
−416
61

61
−31
30

Тогда $a_1=13$

$32\cdot 13+b_1+31+b_2 \dots +a_n+b_n=477$

$b_1+b_2 \dots +a_n+b_n=30$

Заметим, что чисел на доске чётное количество (b_1, b_2 - 2 числа + оставшиеся пары)

~~Если~~ Тогда минимальная сумма четырёх оставшихся чисел равна $4\cdot 13=52>30$, значит чисел оставшихся всего 2.

Возможны такие пары оставшихся чисел, если их сумма $=30$: 13; 17, 14; 16, 15; 15.

Тогда возможны наборы: 1) 13; 13, 31; 17 2) 13; 17, 31; 13
3) 13; 14, 31; 16 4) 13; 16, 31; 14 5) 13; 15, 31; 15.

Если бы a_1 и a_2 ~~могли~~ были бы в паре, то воз-

Лист 2

Чистовик Математика

Вариант 13 Часть 1 9 класс

можны ещё такие наборы чисел:

6.) 13; 31, 13; 17 7.) 13; 31, 14; 16 8.) 13; 31, 15; 15

Так как в парах могут стоять только различные натуральные числа, то наборы 1 и 8 не подходят.

Ответ: 1) 13; 17, 31; 13. 2.) 13; 14, 31; 16 3.) 13; 16, 31; 14

4.) 13; 15, 31; 15 5.) 13; 31, 13; 17 6.) 13; 31, 14; 16.

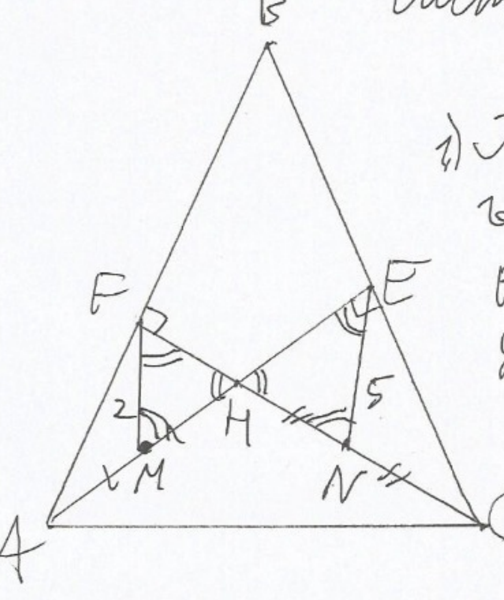
Лист 3

211005909 (U852945 M1276748)

Чистовик Вариант 13
часть 1

Математика
9 класс

1.)



1) Так как $\triangle FAH$ и $\triangle CEH$ — прямоугольные ($\angle AFH = 90°$, $\angle HEC = 90°$), а FM и EN — медианы этих треугольников, то $AM = MH = FM = 2$
$EN = HN = CN = 5$ (по св.-ву медиан. треуг.)

Если $FM \parallel EN$ (по усл.), то $\angle MFH = \angle HNE$, $\angle FMH = \angle HEN$ (по св.-ву парал. прямых), но $\angle MFH = \angle MHF$, $\angle NEH = \angle NHE$ (по св.-ву равноб. треуг.) а $\angle MHF$ и $\angle NHE$ как верт. углы, то $\angle FHM = \angle FMH = \angle ~~FHH~~ HFM = 60°$
$\angle HNE = \angle HEN = \angle NHE = 60°$ т.е. все эти углы равны и явл. сторонами равност. треугольников.
Тогда $HE = 5$, $FH = 2$

2) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AE \cdot BC$, $S_{ABC} = \frac{1}{2} CF \cdot AB$

$AE = AM + MH + HE = 2 + 2 + 5 = 9$, $CF = CN + HN + FH = 5 + 5 + 2 = 12$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9\,BC$ или $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12 AB = 6 AB$

$6AB = \frac{9}{2} BC \mid : 3$

$2AB = \frac{3}{2} BC$

По т. Пифагора $CE^2 ~~+~~ 5^2 ~~=~~ = 10^2$, $CE = 5\sqrt{3}$

$AF^2 ~~+~~ + 2^2 = 4^2$, $AF = 2\sqrt{3}$

Найдём AC: ~~$AC^2 = AF^2 + (FH + HA + NC)^2$~~

~~$AC^2 = 12 + (2 + 5 + 5)^2 = 12^2 + 12 = 156$~~

~~$AC = \sqrt{156}$~~

$AC^2 = AH^2 + CH^2 - 2AH \cdot CH \cdot \cos(180° - 60°)$

$AC^2 = 4^2 + 10^2 - 2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot (-\frac{1}{2})$

$AC^2 = 116 + 40 = 156$

$AC = \sqrt{156}$

Найдём BF и BE

Лист 4

$\begin{cases} BE^2 + 9^2 = (2\sqrt{3} + BF)^2 \\ BF^2 + 12^2 = (5\sqrt{3} + BE)^2 \end{cases}$

211005909 (U832945 M1276748)

Чистовик Математика

9 класс

Вариант 13.

Часть 1

$$\begin{cases} BE^2+81=12+BF^2+4\sqrt3 BF \\ BF^2+144=75+10\sqrt3 BE+BE^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} BE^2+69-BF^2=4\sqrt3 BF \\ BF^2+69-BE^2=10\sqrt3 BE \end{cases}$$

$2\cdot 69=2\sqrt3(2BF+5BE) \,|:2\sqrt3$

1) $2BF+5BE=\frac{69\sqrt3}{\sqrt3}$ $5BE+2BF=23\sqrt3$

$AB=2\sqrt3+BF$

$BC=5\sqrt3+BE$

2) $2(2\sqrt3+B\cancel{F})=\frac32(5\sqrt3+BE) \,|\cdot 2$

$8\sqrt3+4BF=15\sqrt3+3BE$

$$\begin{cases} 4BF-3BE=7\sqrt3 \\ 5BE+2BF=23\sqrt3 \,|\cdot 2 \end{cases}$$

~~$7BE\ 13BE=52\sqrt3$~~

~~$BE=4\sqrt3$~~

~~$4BF-12\sqrt3=7\sqrt3$~~

$$\begin{cases} 4BF-3BE=7\sqrt3 \\ 4BF+10BE=46\sqrt3 \end{cases}$$

$13BE=39\sqrt3$

$BE=3\sqrt3$

$4BF-9\sqrt3=7\sqrt3$

$BF=4\sqrt3$

По т. косинусов найдем $\angle ABC$

$(2\sqrt3+4\sqrt3)^2+(5\sqrt3+3\sqrt3)^2-2\cdot(2\sqrt3+4\sqrt3)(5\sqrt3+3\sqrt3)\cos\angle ABC=(\sqrt{156})^2$

$36\cdot3+64\cdot3-2\cdot6\cdot8\cdot3\cos\angle ABC=156$

$300-156=16\cdot18\cos\angle ABC$

$144=288\cos\angle ABC$

$\cos\angle ABC=\frac12$, $\angle ABC=60°$

$S_{ABC}=\frac12\cdot12\cdot AB=6\cdot(2\sqrt3+4\sqrt3)=36\sqrt3$

$\frac{AC}{\sin\angle ABC}=2R$, $R=\frac{\sqrt{156}}{2\cdot\frac{\sqrt3}{2}}=\sqrt{\frac{156}{3}}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

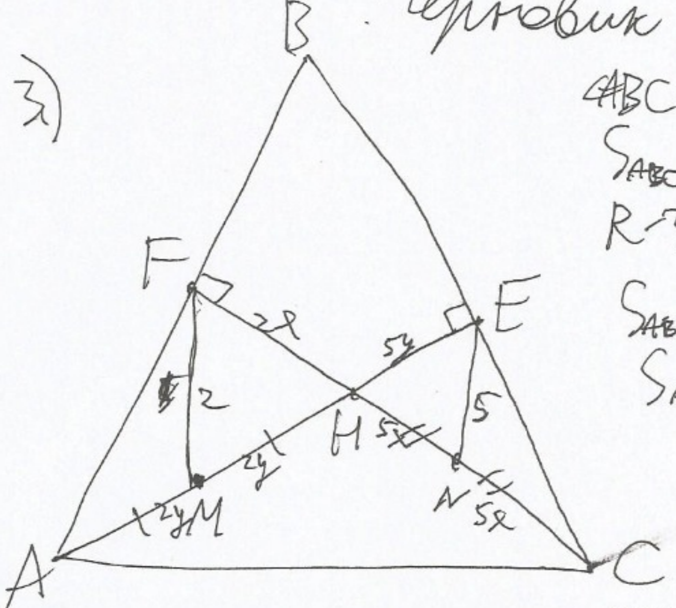
Лист 5

Ответ: $\angle ABC=60°$, $S_{ABC}=36\sqrt3$, $R=2\sqrt{13}$.

Черновик

Математика 9 класс

3)



$ABC - ?$

$S_{ABC} - ?$

$R - ?$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9y \cdot BC$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12x \cdot AB$

$y \cdot 9BC = 12x \cdot AB$

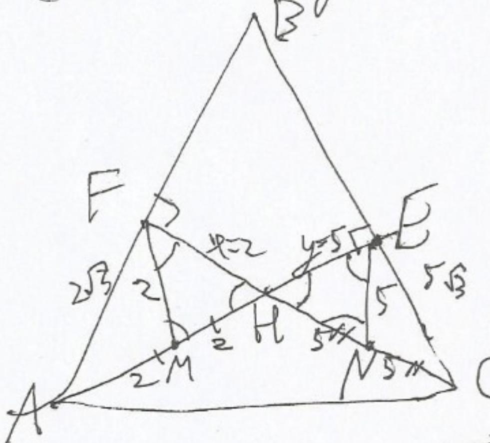
$3y\,BC = 4x\,AB$

$x = 1$

$y = 1$

$28y^2 + CE^2 = 100x^2$

$(BC - CE)^2 + 81y^2 = AB^2$



$\frac{2}{5} = \frac{x}{5} = \frac{2}{y}$

$x = 2$

$y = 5$

$CE^2 = (10)^2 - 5^2 = 75$

$CE = 5\sqrt{3}$

$AF^2 = 4^2 - 2^2 = 12$

$AF = 2\sqrt{3}$

$$\begin{cases} (BE + 5\sqrt{3})^2 = BF^2 + 12^2 \\ (BF + 2\sqrt{3})^2 = BE^2 + 9^2 \end{cases}$$

$BE^2 + 75 + 10\sqrt{3}BE = BF^2 + 12$

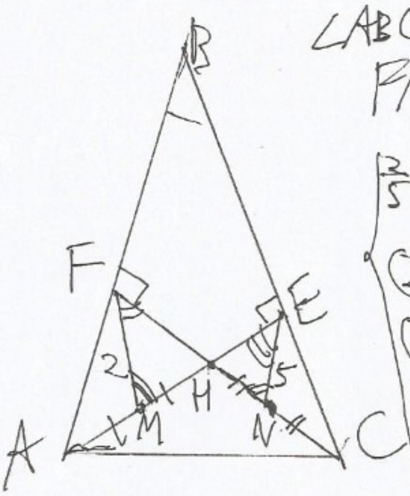
$BF^2 + 12 + 4\sqrt{3}BF = BE^2 + 81$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot BC$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot$

Математика
9 класс

Черновик



$\angle ABC,\ S_{ABC},\ R - ?$

$FM \parallel EN$

$$\begin{cases} \frac{2}{5} = \frac{FH}{NH} = \frac{MH}{HE} \\ (2NH)^2 = HE^2 + CE^2 \\ (2MH)^2 = FH^2 + AF^2 \\ AC^2 = CE^2 + (HE + 2MH)^2 \\ AC^2 = (FH + 2NH)^2 + AF^2 \end{cases}$$

$FH = \frac{2}{5} NH$

$HE = \frac{5}{2} MH$

$$\begin{cases} 4NH^2 = \frac{25}{4} MH^2 + CE^2 \\ 4MH^2 = \frac{4}{25} NH^2 + AF^2 \\ CE^2 + (\frac{5}{2} MH + 2MH)^2 = (\frac{2}{5} NH + 2NH)^2 + AF^2 \end{cases}$$

$CE^2 - AF^2 = \frac{144}{25} NH^2 - \frac{81}{4} MH^2$

$CE^2 - AF^2 = 4NH^2 - \frac{25}{4} MH^2 - 4MH^2 + \frac{4}{25} NH^2$

$\frac{144}{25} NH^2 - \frac{81}{4} MH^2 = \frac{104 NH^2}{25} - \frac{41}{4} MH^2$

$\frac{40}{25} NH^2 = \frac{40}{4} MH^2$

$MH^2 = \frac{4}{25} NH^2$

$MH = \frac{\sqrt{4}}{5} NH$

$FH = \frac{2}{5} NH$

$HE = \frac{5}{2} \cdot \frac{\sqrt{4}}{5} NH = \frac{\sqrt{4}}{2} NH$

211005909 (U852945 M1276748)

Черновик $a_n b_n$ -

Математика

9 класс

$a_1 b_1, a_2 b_2 \dots a_n b_n$

$$\begin{cases} 32 a_1 + b_1 + a_2 + b_2 \dots + a_n + b_n = 477 \\ a_1 + b_1 + 14 a_2 + b_2 \dots + a_n + b_n = 477 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 14 \\ \hline 124 \\ +31 \\ \hline 424 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ \times 13 \\ \hline 96 \\ +32 \\ \hline 416 \end{array}$$

$\cancel{32} a_1 + a_2 = a_1 + 14 a_2$

$31 a_1 = 13 a_2$

$a_2 = \cancel{1}31n$ n - нат.

$a_1 = 13n$

$31n \cdot 14 = 424$

$a_1 = 13$

$424 + 13 + b_1 + \cancel{a_2} + b_2 \dots + a_n + b_n = 477$

$b_1 + b_2 \dots + a_n + b_n = 40$

$\cancel{b_1 + b_2}$

13; 31; 13; 27

14; 26

15; 25

16; 24

17; 23

18; 22

19; 21

20; 20

Черновик

Математика

9 класс

5.) A: $5a^2-6ax-2ay+2x^2+2xy+y^2=0$

B: $a^2x^2+a^2y^2-8a^2x-2a^3y+12ay+a^4+36=0$

$y=1$

A: $2x^2-6ax+y^2-2ay+\cancel{y}+2xy+5a^2=0$

B: $a^2x^2-8a^2x+16a^2-16a^2+a^2y^2-2a^3y+a^4+36=0$ $+12ay$

$a^2(x-4)^2+a^2y^2+2y(6a-a^3)+a^4+36=0$

$a^2(x-4)^2+(ay)^2+2ay(6-a^2)+(a^2-6)^2+12a^2-16a^2=0$

$a^2(x-4)^2+(ay+6-a^2)^2=4a^2$

1.) $a^2(x-4)^2+(y+\frac{6}{a}-a)^2=4a^2$

$\ldots+(y-(a-\frac{6}{a}))^2=4a^2$

$a-\frac{6}{a}\geq 1$

$y^2+y(2x-2a)+2x^2-6ax+5a^2=0$

$\frac{D}{4}=x^2+a^2-2ax-2x^2+6ax-5a^2=-x^2+4ax-4a^2=-(x-2a)^2$

$x=2a$

$y=\frac{-(4a-2a)}{2}=-a$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211005909**

ID профиля: **852945**

Вариант 13

Чистовик Математика

Вариант 13. 9 класс

~~Вариант~~ Часть 2.

4.1) $\begin{cases} x^2+3y^2-2x^2y^2=3 \\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17 \end{cases}$

$\begin{cases} 3(x^2+y^2)-2x^2y^2=3 \\ x^4+y^4+2x^2y^2+\frac{2}{3}x^2y^2-2x^2y^2=3 \end{cases}$

$\begin{cases} 3(x^2+y^2)-2x^2y^2=3 \\ (x^2+y^2)^2-\frac{4}{3}x^2y^2=17 \end{cases}$

Обозначим $u=x^2+y^2$
$v=x^2y^2$

$\begin{cases} 3u-2v=3 \\ u^2-\frac{4}{3}v=17 \end{cases}$

$\begin{cases} v=\frac{3(u-1)}{2} \\ u^2-\frac{4}{3}\cdot\frac{3(u-1)}{2}=17 \end{cases}$

Решим отдельно $u^2-\frac{4}{3}\cdot\frac{3(u-1)}{2}$

$u^2-2(u-1)-17=0$

$u^2-2u+2-17=0$

$u^2-2u-15=0$

По т. обр. т. Виета

$\left[\begin{array}{l} u=5 \\ u=-3 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} u=5 \\ v=\frac{3(5-1)}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} u=-3 \\ v=\frac{3(-3-1)}{2} \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^2y^2=6 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2=-3 \\ x^2y^2=-6 \end{cases} \end{array}\right.$

нет решений т.к. $x^2\geq0$, $y^2\geq0$, $x^2+y^2\geq0$ $(-3<0)$

$\begin{cases} y^2=5-x^2 \\ x^2(5-x^2)=6 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2=5-x^2 \\ -x^4+5x^2-6=0 \end{cases}$

Решим отдельно $-x^4+5x^2-6=0 \mid\cdot(-1)$

$x^4-5x^2+6=0$

Обозначим $t=x^2$

$t^2-5t+6=0$

По т. обр. т. Виета

$\left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=2 \end{array}\right.$

Лист 1

211005909 (U852945 M1276749)

Чистовик

Вариант 13

Часть 2

Математика

9 класс

$$\begin{cases} y^2=5-x^2 \\ \left[\begin{array}{l} x^2=3 \\ x^2=2 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2=5-x^2 \\ \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \\ x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y^2=5-(\sqrt{3})^2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y^2=5-(-\sqrt{3})^2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y^2=5-(-\sqrt{2})^2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y^2=5-(\sqrt{2})^2 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(\sqrt{3};\sqrt{2})$; $(\sqrt{3};-\sqrt{2})$; $(-\sqrt{3};\sqrt{2})$; $(-\sqrt{3};-\sqrt{2})$; $(\sqrt{2};\sqrt{3})$; $(-\sqrt{2};-\sqrt{3})$; $(\sqrt{2};\sqrt{3})$; $(\sqrt{2};-\sqrt{3})$.

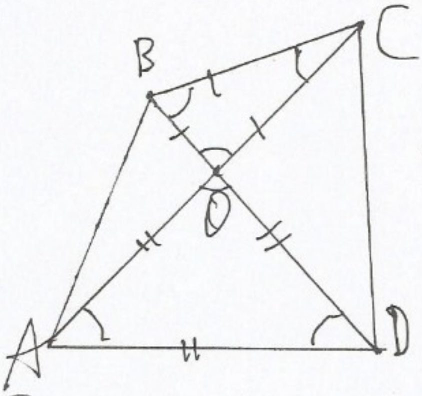
лист 2

Чистовик Математика

Вариант 13

9 класс

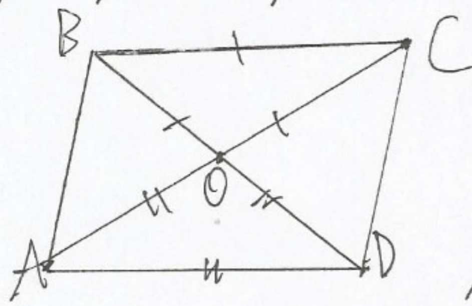
б)



а) Часть 2.

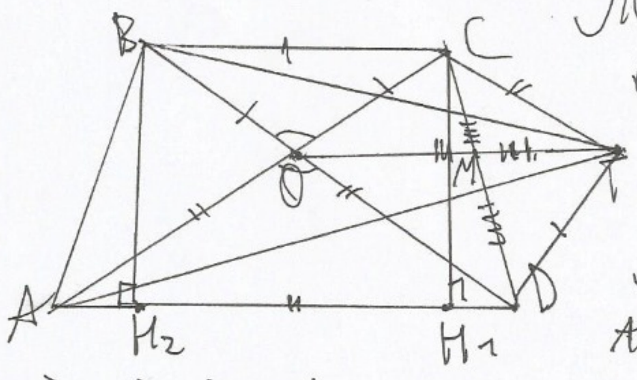
1) Заметим, что $\angle BDA = \angle DBC$, и $\angle BCA = \angle DAC$ (как углы правильных треуг.) значит $BC \parallel AD$ (по признаку параллельности прямых).

Перечертим чертёж:



Заметим, что $AC = AO + CO$
$BD = BO + DO$, но $BO = CO$, а $AO = DO$ (по признаку парал.) ($AC = BD$) и значит $ABCD$ - либо парал. (если $BC = AD$) ~~(по призн.~~ (по св.-ву парал.) либо равнобедр. трап. (если $BC \neq AD$)

Перечертим чертёж ещё раз



Точка M - середина стороны CD четырёхугольника $CODT$. Она делит диагонали $CODT$ пополам, значит $OD = CT$ и $DT = CO$ ($COTD$ - парал.)

Пусть $BO = a$, $AO = b$

Тогда $\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$

$AB^2 = BO^2 + AO^2 - 2BO \cdot AO \cos 120°$

$AB^2 = a^2 + b^2 + ab$

$\angle COD = \angle BOA = 120°$

$\angle COD + \angle OCT = 180°$ (по св.-ву парал. прямых)

значит $\angle OCT = 60° = \angle ODT$ (по св.-ву парал.)

значит $AT^2 = (AO + CO)^2 + CT^2 - 2(AO + CO) \cdot CT \cos 60°$

$AT^2 = (a+b)^2 + b^2 - 2(a+b) \cdot b \cdot \frac{1}{2} = a^2 + b^2 + 2ab + b^2 - ab - b^2 = a^2 + ab + b^2$

$BT^2 = (BO + DO)^2 + DT^2 - 2(BO + DO) \cdot DT \cos 60°$

$BT^2 = (a+b)^2 + a^2 - 2(a+b) \cdot a \cdot \frac{1}{2} = a^2 + b^2 + 2ab + \cancel{a^2} - \cancel{a^2} - ab = a^2 + ab + b^2$

значит $a^2 + ab + b^2 = AB^2 = AT^2 = BT^2$

$AB = AT = BT = \sqrt{a^2 + ab + b^2}$, значит $\triangle ABT$ ~~пр~~ прав. (по ~~опр.~~ признаку прав. треуг.)

ч.т.д.

Лист 3

Чистовик

Математика

Вариант 13

9 класс

Часть 2

б) $a = BO = CO = BC$ (по опр. прав. треуг.)

$b = AO = DO = AD$ (по опр. прав. треуг.)

~~BCBO~~ $a = 2$ (по усл.), $AD = b = 3$ (по усл.)

значит $S_{ABT} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABT} = \frac{(a^2+ab+b^2)\sqrt{3}}{4} = \frac{(2^2+2\cdot3+3^2)\sqrt{3}}{4} = \frac{19\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC+AD)\cdot h$, где h – высота трап. (если ABCD – трап.)

$BC \neq AD$, значит ABCD – трап.

Проведём высоту CH_1 ~~на~~ к стороне AD.

~~$CH = \frac{CD}{2}$ (по постр.)~~

~~CH~~ $CD^2 = DO^2 + CO^2 - 2DO\cdot CO\cos\angle COD$ (по теореме косинусов)

$CD^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos \cancel{180°}120° = a^2 + b^2 + ab$

Проведём высоту BH_2 к стороне AD. ~~одной трапеции~~ $\angle CH_1A = \angle BH_2D = 90°$

~~$BH_2 = CH_1$ (как высоты~~ $\angle CH_1A + \angle BH_2D = 90° + 90° = 180°$, значит

(по опр. высоты), значит

$BH_2 \parallel CH_1$ (по признаку параллельности прямых)

$BC \parallel AD$ (см. выше), значит BH_2H_1C – парал. (по опр. парал.),

значит $BH_2 = CH_1$ (по св.-ву парал.), значит $\triangle CDH_1 = \triangle ABH_2$ (по гипо-

$CD = AB$ (т.к. ABCD равнобед. трап.), тенузе и катету), значит $AH_2 = DH_1$ (по св.-ву соотв. эл.

в равн. треуг.), значит $AD = AH_2 + H_2H_1 + DH_1$ (по постр.)

$H_2H_1 = BC$ (по св.-ву парал.)

значит $3 = \cancel{AH_2}DH_1 + DH_1 \cancel{+} + 2$

$DH_1 = 0,5$

$DH_1^2 + CH_1^2 = CD^2$ (теор. Пифагора)

значит $CH_1^2 + \frac{1}{4} = a^2 + b^2 + ab$

$CH_1^2 = 19 - \frac{1}{4}$

$CH_1^2 = \frac{75}{4}$

$CH_1 = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

Лист 4

Чистовик

Вариант 13

Математика 9 класс

Часть 2

значит $S_{ABCD}=\frac{1}{2}(2+3)\cdot\frac{5\sqrt{3}}{2}=\frac{25\sqrt{3}}{4}$

значит $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}=\frac{19\sqrt{3}}{4}:\frac{25\sqrt{3}}{4}=\frac{19^{4}}{25}=0{,}76$

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}=0{,}76.$

Лист 5

Чистовик

Математика

Вариант 13

9 класс

Часть 2

5) Сначала рассмотрим случай, когда одна из вынимаемых карточек – 1;1 (1 с одной стороны, и 1 – с другой). Тогда число карточек (~~1;1~~), с которыми можно вытянуть 1;1 будет равно 12^2-12 (нельзя вытаскивать карточки: 1;1 так как она уже вытянута, 1;2 1;3 … 1;12 так как они содержат 1). Итого нельзя вытянуть 12 карточек.

Теперь рассмотрим случай, когда дубль является 2;2. Тогда число возможных вынимаемых карточек равно 12^2-12 (нельзя вытащить 2;2, 2;3 … 2;12).

Аналогично получается с 3;3, 4;4 и до 12;12.

Но среди суммы $S_1=(12^2-12)\cdot 12$ возможных случаев есть повторяющиеся, которые необходимо исключить.

Такими являются 1;1 и 2;2. 1;1 и 3;3. 1;1 и 4;4…

до 1;1 12;12. Так же ими являются случаи 2;2 и 3;3 2;2 и 4;4… 2;2 и 12;12. Аналогично со всеми дублями. С дублем 1;1 необходимо исключить 11 случаев, с дублем 2;2 – 10, с 3;3 – 9. Итого необходимо исключить 11+10+9…+1 случаев.

Окончательно получаем число способов: $S_2=(12^2-12)\cdot 12-(11+10+\ldots+1)=$

$=12^2\cdot 11-\cancel{12\cdot 6}\,12\cdot 5-6=12(12\cdot 11-5)-6=12(132-5)-6=12\cdot 127-6=$

$=6(254-1)=6\cdot 253=1518$

$253\cdot 6=1518$

Ответ: 1518.

Лист 6

211005909 (U852945 M1276749)

Черновик Математика 9 класс

4.1) $\begin{cases} 3x^2+3y^2-2x^2y^2=3 \\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17 \end{cases}$

$\begin{cases} 3(x^2+y^2)-2x^2y^2=3 \\ (x^2+y^2)^2-2x^2y^2+\frac{2}{3}x^2y^2=17 \end{cases}$

$x^2+y^2=u$

$x^2y^2=v$

$\begin{cases} 3u-2v=3 \\ u^2-\frac{4}{3}v=17 \end{cases}$ $v=\frac{3(u-1)}{2}$

$u^2-\frac{4}{3}\left(\frac{3(u-1)}{2}\right)=17$

$u^2-2(u-1)=17$

$u^2-2u+2-17=0$

211005909 (U852945 M1276749)

Черновик

Математика

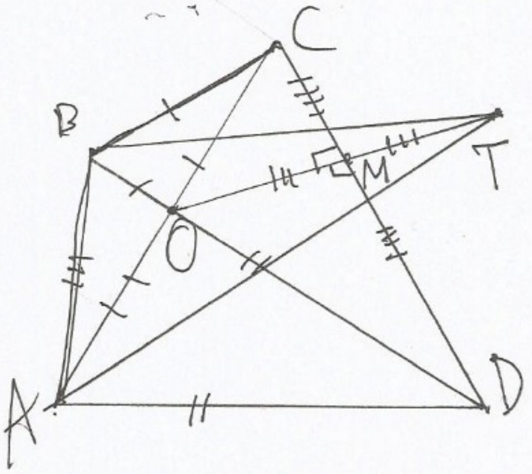
9 класс

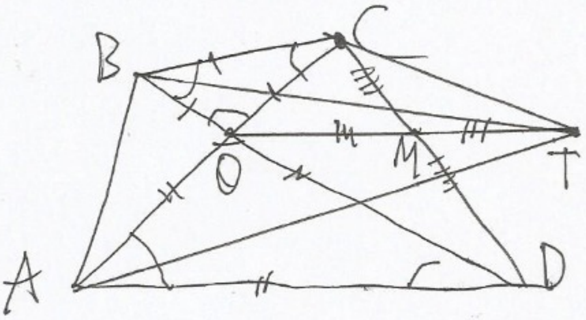
Док-ть:

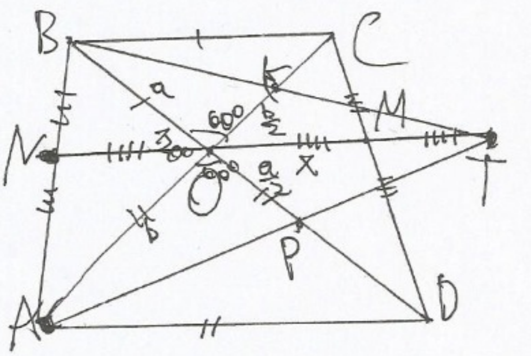
а) ABT – прав. треуг.

б) BC=2, AD=3

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ – ?







$AT^2 = AB^2 + b^2 + b \cdot AB$

$BT^2 = AB^2 + a^2 + a\,AB$

$AT^2 = 4x^2 + b^2 - 4bx \cdot \frac{1}{2}$

$AT^2 = 4x^2 + b^2 - 2bx$

$BT^2 = 4x^2 + a^2 + 2ax$

$AB^2 = a^2 + b^2 + ab$

$AB^2 = 4x^2$

$\cancel{AB} = 2x = AB$

211005909 (U852945 M1276749)

Черновик

Математика
9 класс

1;1 1;2 1;3

$n=12^2$

d – дубли

$d=12$

1) 1;1.

$n_1=12^2-12$

12) 12;12

$n_{12}=12^2-12$

2) 2;2

$n_2=12^2-12$

1;1 + 2;2

1;1 + 12;12

11 + 10 + 9 ... + 1

3) 3;3

$n_3=12^2-12$

1;1 + 3;3

1;1 + 4;4