Часть 1

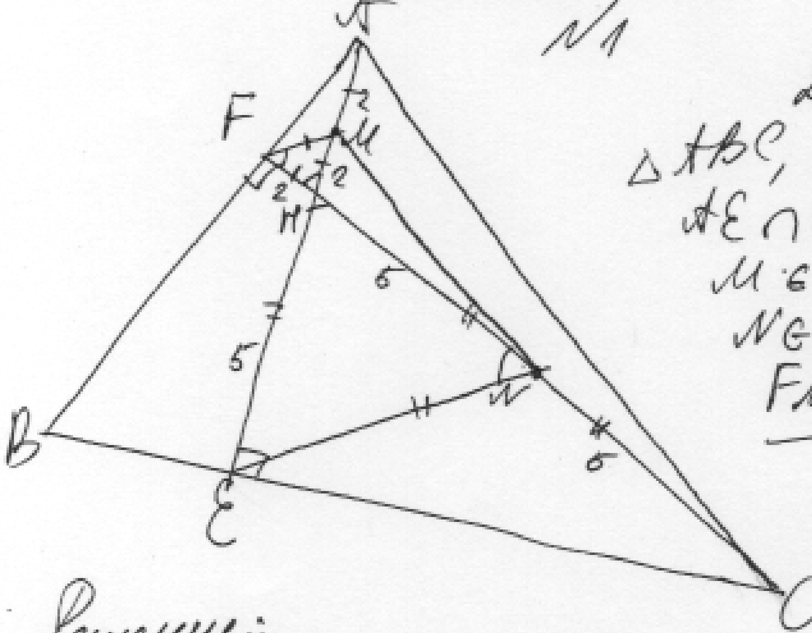
Олимпиада: **Математика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **211005495**

ID профиля: **359263**

Вариант 13

Чистовик
№1



Дано:
$\triangle ABC$, $AE \perp BC$; $CF \perp AB$
$AE \cap CF = H$
$M \in AH$, $AM = MH$;
$N \in CH$; $CN = CH$; $EN \parallel FM$
$FM = 2$; $EN = 6$

$\angle ABC - ?$
$S_{ABC} - ?$
$R - ?$

Решение:

1) $\triangle AFH$:
FM – медиана из прямого угла $\Rightarrow FM = AM = MH = 2$

2) $\triangle CEH$:
EN – медиана из прямого угла $\Rightarrow EN = NH = CN = 6$

3) $EN \parallel FM \Rightarrow$ для секущей FC: $\angle MFH = \angle ENH$.
$\angle MHF = \angle EHN$ (как вертик) $= \angle MFH$ (углы при основании равнобедр. треугольника $\triangle MFH$)
$\angle HEN = NHE$ аналогично

4) Тогда $\angle MFH = \angle MHF = \angle FMH = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$
Аналогично $\angle NHE = \angle NEH = \angle HNE = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$
Тогда $\triangle MFH$ и $\triangle NHE$ – равностор. $\Rightarrow FH = 2$ и $HE = 5$

5) $\angle BAE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
$\angle ABC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

6) $\frac{AE}{AB} = \sin\angle ABE$
$AB = \frac{9}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$

Аналогично $\frac{FC}{BC} = \sin 60^\circ$
$BC = \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$

1

7) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin\angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}$

Чистовик

№1 (продолжение)

8) ΔHMN:

по т. косинусов

$MN^2 = NH^2 + MH^2 - 2 \cdot MH \cdot NH \cdot \cos\angle MHN$

$MN^2 = 4 + 25 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}$ $(\cos\angle MHN = -\cos\angle FHM)$

$MN^2 = 29 + 10$

$MN = \sqrt{3} \cdot \sqrt{13}$

9) ΔAHC: MN – ср. линия $\Rightarrow AC = 2MN = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{13}$

10) ΔABC:

по т. синусов

$\frac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R$

$R = \frac{AC}{2\sin\angle ABC} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{13}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{13}$

Ответ: 1) $\angle ABC = 60^\circ$

2) $S_{ABC} = 36\sqrt{3}$

3) $R = 2\sqrt{13}$

Чистовик

№2

Решение:

Пусть на доске были написаны числа $a_1, a_2 \dots a_n$

Не умаляя общности $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$

$$\begin{cases} a_1 \cdot 32 + a_2 + \dots + a_n = 477 \\ a_1 + a_2 + \dots + 14 a_n = 477 \end{cases} (-)$$

$31 a_1 = 13 a_n$

a_1 и $a_n \in \mathbb{N} \Rightarrow a_1 \vdots 13$ и $a_n \vdots 31 \Rightarrow a_1 \geq 13$ и $a_n \geq 31$

1. $13 \cdot 32 + a_2 + \dots + a_n = 477$

$a_2 + \dots + a_n = 61$

$a_n \in \{31; 62; \dots\}$ и $a_n \leq 61 \Rightarrow a_n = 31$

$a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} = 30$

$a_2 > a_1 = 13 \Rightarrow a_2 \geq 14$

1) $a_2 = 14$, тогда $a_3 \geq 15$

Если членов последовательности больше 4, то

$a_2 + a_3 + a_4 > 30$

Значит их либо 3, либо 4. Тогда $a_3 = 16$

Получаем единственный вариант $\{13; 14; 16; 31\}$

2) $a_2 > 14$, тогда $a_2 \geq 15$

Если чисел больше 3, то $a_2 + a_3 > 30$, значит их 2

Значит $a_2 = 30$

Единственный вариант $\{13; 30; 31\}$

2. Если $a_1 \neq 13$

$a_1 \cdot 32 + a_2 + \dots + a_n \geq 26 \cdot 32 + a_2 + \dots + a_n > 477 \Rightarrow a_1 = 13$

и других решений нет.

Ответ: $\{13; 14; 16; 31\}$ или $\{13; 30; 31\}$

Чистовик

№3

1) Преобразуем уравнение окружности в привычный вид

$a^2\left((x-\alpha\cdot a)^2+(y-\beta\cdot a)^2-r^2\right)=0 \Leftrightarrow a^2x^2+a^2y^2-8a^2x-2a^3y+12ay+a^4+36=0$

При $a=0$ решений нет $\Rightarrow$ поделим левую и правую части обоих ур-ний на $a^2\neq 0$

$(x-\alpha\cdot a)^2+(y-\beta\cdot a)^2-r^2=0$ должно быть равносильно

$$x^2+y^2-8x-2ay+\frac{12y}{a}+a^2+\frac{36}{a^2}=0$$

$$x^2-2a\cdot\alpha x+\alpha^2a^2+y^2-2a\cdot\beta y+a^2\beta^2-r^2=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-8x-2ay+\frac{12y}{a}+a^2+\frac{36}{a^2}=0$$

Воспользуемся методом неопределённых коэффициентов

$$\begin{cases}2a\alpha=8\\ \frac{12}{a}-2a=2a\beta\\ a^2+\frac{36}{a^2}=a\alpha^2+\beta a^2-r^2\end{cases} \qquad \begin{cases}\alpha=\frac{4}{a}\\ \beta=\frac{6}{a^2}-1\\ \frac{36}{a^4}+1=\alpha^2+\beta^2-\frac{r^2}{a^2}\ (1)\end{cases}$$

(1) $\cancel{\frac{36}{a^4}}\cancel{+1}=\frac{16}{a^2}+\cancel{\frac{36}{a^4}}-\frac{12}{a^2}\cancel{+1}-\frac{r^2}{a^2}$

$$\frac{r^2}{a^2}=\frac{4}{a^2}$$

$$r^2=4$$

Значит ур-нием окружности является

$$(x-4)^2+\left(y-\frac{6}{a}+a\right)^2=4$$

Из этого уравнения нам важна координата y ~~это~~ центра этой окружности. Она равна $\left(\frac{6}{a}-a\right)$.

1) $\frac{6}{a}-a>1$

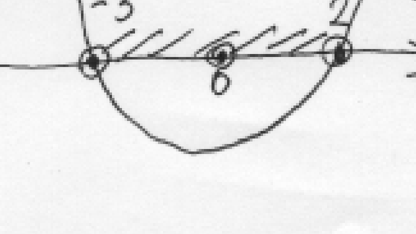
$6-a^2>a$

$-a^2-a+6>0$

$a^2+a-6<0$

$D=1+24=25$

$\left[\begin{array}{l}a=2\\ a=-3\end{array}\right.$



Значит при

$a\in(-\infty;-3)$ $y<1$

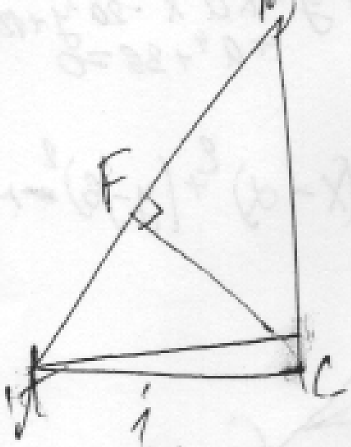
$a=-3$ $y=1$

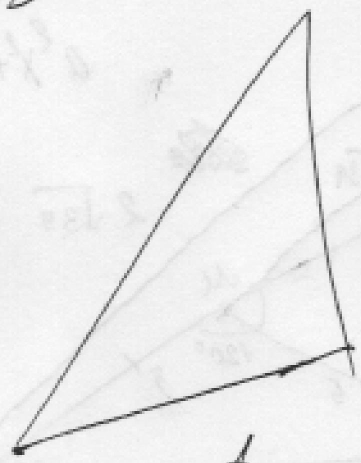
$a\in(-3;0)\cup(0;2)$ $y>1$

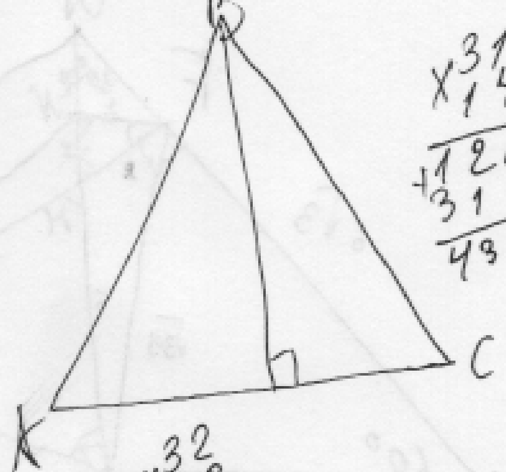
$a\in(2;+\infty)$ $y<1$

Черновик

$a_2+a_3+\ldots+a_{n-1}=30$



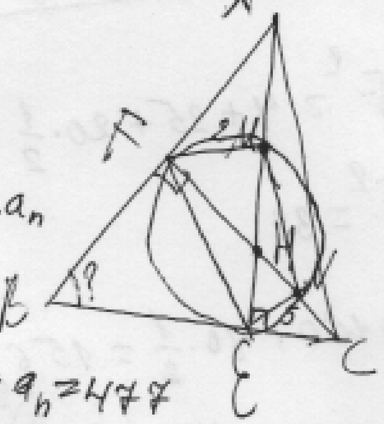




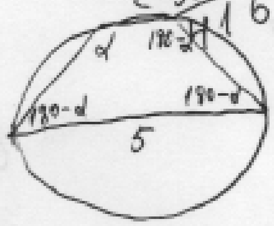
$$\begin{array}{r} \times 31 \\ 14 \\ \hline 124 \\ 31 \\ \hline 434 \end{array}$$

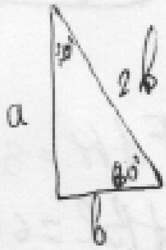
$$\begin{array}{r} \times 26 \\ 32 \\ \hline 52 \end{array}$$

$a_1<a_2<a_3<\ldots<a_n$



$$\begin{array}{r} \times 32 \\ 13 \\ \hline 96 \\ 32 \\ \hline 416 \end{array}$$





13 30 31

$AC=2MN=2FE$

$$\begin{cases} 32a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n=477 \\ a_1+a_2+a_3+\ldots+14a_n=477 \end{cases}$$

14 15

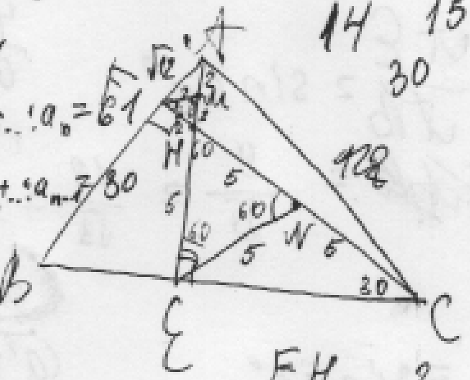
30

$31a_1-13a_n=0$

$31a_1=13a_n$

$a_2+a_3+\ldots+a_n=61$

$a_2+a_3+\ldots+a_{n-1}=30$



sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{\sqrt3}{2}$	1	$\frac{\sqrt3}{2}$
	0	30	45	60	90	120
cos	1	$\frac{\sqrt3}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac12$	0	$-\frac12$

$\angle AHC=120°$

$$\boxed{\begin{array}{ll} a_1\geq 13 & a_n\geq 31 \\ a_1 \vdots 13 & a_n \vdots 31 \end{array}}$$

$AF^2=4+4-8\cdot\cos120°=$

$=8+8\cdot\frac12=12$

$\frac{FH}{NH}=\frac{2}{5}$

$\frac{EH}{5}=\frac{2}{5}$

$FH=2$

~~Аналогично~~ $EH=5$

$a_1\geq13$

$a_2\geq14$

$a_3\geq15$

$n^2+25n-53\cdot18$

$(n+53)(n-18)\leq0$

$n=18$

$n=-53$

$a_1=13$ n

$d=1$

$D=625+8477$ | $\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$ $\frac{26+n-1}{2}\cdot n=\frac{25+n}{2}\cdot n=$

$=\frac{25n+n^2}{2}$

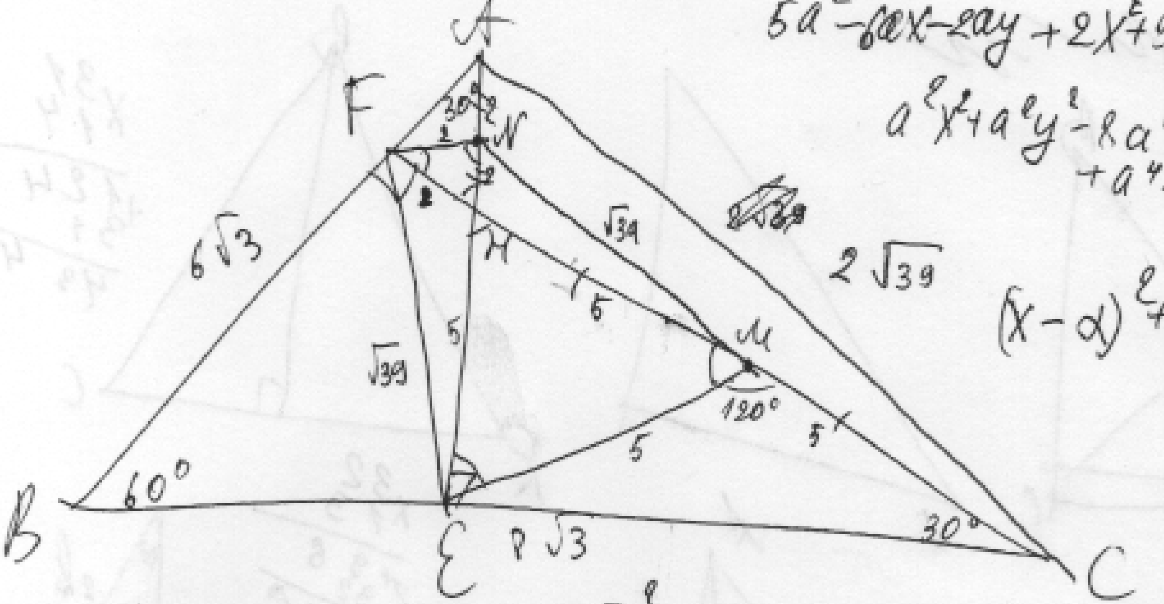
211005495 (U359263 M1278062)

$25n+n^2\leq477\cdot2$

$n^2+25n-477\cdot2\leq0$

Черновик

$x^2-8x+16$



$5a^2-6ax-2ay+2x^2+0xy+y^2=0$

$a^2x^2+a^2y^2-8a^2x-2a^3y+12ay+a^4+36=0$

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2-r^2=0$

$\angle FAH=30°$

$\angle ABC=60°$

$\cancel{\frac{AB}{AC}=\sin 60°}$

$\cancel{AB=\frac{9\cdot\sqrt{3}}{2}}$

$EF^2=4+25+20\cdot\frac{1}{2}$

$EF^2=39$

$16+100+80\cdot\frac{1}{2}=156$

$\frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R$

$4\sqrt{13}=2R$

$R=2\sqrt{13}$

$\frac{4}{a^2}+\left(\frac{6}{a^2}-1\right)^2=r^2$

$\frac{AE}{AB}=\sin 60°$

$\frac{16}{a^2}+\frac{36}{a^4}-\frac{12}{a^2}+1-r^2=\frac{36}{a^4}+1$

$AB=\frac{9}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{18}{\sqrt{3}}=\frac{18\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{3}$

$\frac{16}{a^2}-\frac{12}{a^2}=r^2$

$r^2=\frac{4}{a^2}$

$\frac{FC}{BC}=\sin 60°$

$a^2x^2-8a^2x$

$a^2y^2-2a^3y+12ay$

$2a\alpha=8 \Rightarrow \alpha=\frac{4}{a}$

$y\left(\frac{12}{a}-2a\right)=2a\beta y$

$\frac{6}{a}-a=a\beta \Rightarrow \beta=\left(\frac{6}{a^2}-1\right)$

$(x-4)^2+\left(y-\left(\frac{6}{a}-a\right)\right)^2=\frac{4}{a^2}$

$BC=\frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{24}{\sqrt{3}}=\frac{24\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin 60°=\frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{3}\cdot 8\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=$

$=3\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=36\sqrt{3}$

$x^2-2\alpha x+\alpha^2+y^2-2y\beta+\beta^2-r^2=$

$\cancel{x^2+y^2-8x-2ay+\frac{12y}{a}}+a^2+\frac{36}{a^2}=0$

$\frac{36}{a^4}+1=\alpha^2+\beta^2$

$a^2+\frac{36}{a^2}=a^2\alpha^2+\beta^2a^2$

$2\alpha=8 \Rightarrow \alpha=4$

$(x-\alpha)^2$

$(y-\beta)^2-r^2=0$

211005495 (U359263 M1278062)

$(x-a\cdot\alpha)^2+(y-\beta\cdot a)^2-r^2=0$

$\cancel{x^2-2a\alpha x}+a^2\alpha^2+\cancel{y^2-2a\beta y}+\beta^2a^2+r^2$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **211005495**

ID профиля: **359263**

Вариант 13

Чистовик

№4

] $a=x^2$; $b=y^2$. Тогда $a\geq 0$ и $b\geq 0$

$$\begin{cases} 3a+3b-2ab=3 \\ a^2+b^2+\frac{2}{3}ab=17 \end{cases} \qquad \begin{cases} a+b-\frac{2}{3}ab=1 \\ (a+b)^2-2ab+\frac{2}{3}ab=17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=1+\frac{2}{3}ab \\ \left(1+\frac{2}{3}ab\right)^2-\frac{4}{3}ab=17 \quad (1) \end{cases}$$

(1) $1+\cancel{\frac{4}{3}ab}+\frac{4}{9}(ab)^2-\cancel{\frac{4}{3}ab}=17$

$(ab)^2=36$

$$\left[\begin{array}{l} ab=6 \\ ab=-6, \text{ что невозможно т.к. } a\geq 0 \text{ и } b\geq 0 \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} a+b=1+\frac{2}{3}ab \\ ab=6 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=5 \\ ab=6 \end{cases} \quad \begin{cases} a=5-b \\ 5b-b^2-6=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=5-b \\ b^2-5b+6=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=5-b \\ (b-2)(b-3)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=5-b \\ \left[\begin{array}{l} b=2 \\ b=3 \end{array}\right. \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases} \\ \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2=3 \\ y^2=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2=2 \\ y^2=3 \end{cases} \end{array}\right.$$

Таким образом,

Ответ: $(\sqrt{3};\sqrt{2})$; $(\sqrt{3};-\sqrt{2})$; $(-\sqrt{3};\sqrt{2})$; $(-\sqrt{3};-\sqrt{2})$;
$(\sqrt{2};\sqrt{3})$; $(\sqrt{2};-\sqrt{3})$; $(-\sqrt{2};\sqrt{3})$; $(-\sqrt{2};-\sqrt{3})$

211005495 (U359263 M1278063)

Чистовик

№5

1) Способов выбрать две карты дубли $= C_{12}^2 = 66$

2) Способов выбрать две карты одна из которых дубль:

$12\cdot(11\cdot10)$, где 12 – выбрать первый дубль, $(11\cdot10)$ – выбрать карту вторую. 11, т.к. мы не можем взять карту с тем же числом, что и на дубле. 10, т.к. мы не можем взять то же число, что и на другой стороне

3) Итого: $C_{12}^2 + 12\cdot11\cdot10 = 66 + 1320 = 1386$

Ответ: 1386 способов

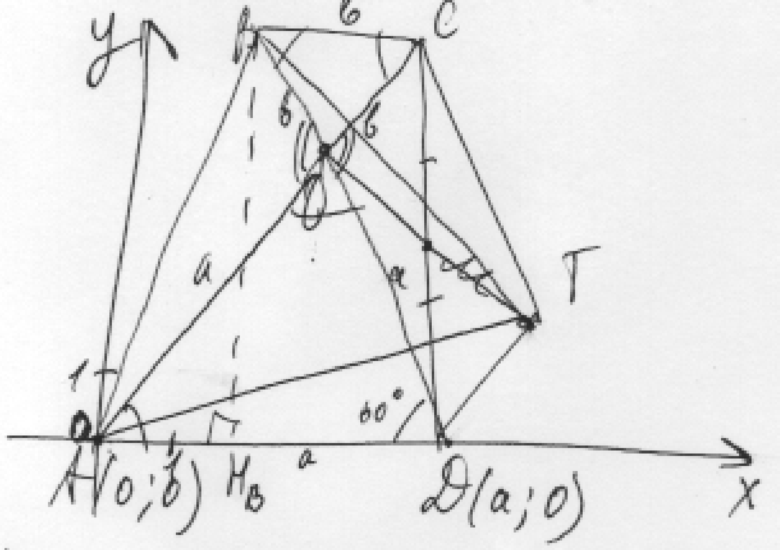
211005495 (U359263 M1278063)

Чистовик

№6

Пусть стороны $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ соответственно равны в и а

Перенесём на координатную плоскость, чтобы $A(0;0)$ и $D(a;0)$



а) 1) Тогда O имеет коорд. $\left(\frac{a}{2}; \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)$

2) $\frac{BH_B}{a+b} = \sin 60°$

$BH_B = \frac{(a+b)\cdot\sqrt{3}}{2}$

3) $\frac{DH_B}{a+b} = \cos 60°$

$DH_B = \frac{a+b}{2}$

$AH_B = AD - DH_B = a - \frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2}$

3) Значит $B\left(\frac{a-b}{2}; \frac{(a+b)\sqrt{3}}{2}\right)$, а $C\left(\frac{a+b}{2}; \frac{(a+b)\sqrt{3}}{2}\right)$

4) $\cancel{M(x_M; y_M)}$ $\cancel{M\left(\frac{\frac{a+b}{2}+\frac{a-b}{2}}{2}\right)}$; $M\left(\frac{\frac{a+b}{2}+a}{2}; \frac{(a+b)\sqrt{3}}{4}\right)$, т.е.

1

$M\left(\frac{3a+b}{4}; \frac{(a+b)\sqrt{3}}{4}\right)$

5) $T(x;y)$

$$\begin{cases} \frac{x+\frac{a}{2}}{2} = \frac{3a+b}{4} \\ \frac{y+\frac{\sqrt{3}a}{2}}{2} = \frac{(a+b)\sqrt{3}}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} x+\frac{a}{2} = \frac{3a+b}{2} \\ y+\frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{(a+b)\sqrt{3}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = a+\frac{b}{2} \\ y = \frac{a\sqrt{3}+b\cdot\sqrt{3}-a\cdot\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}b}{2} \end{cases}$$

Чистовик

№6 (продолжение)

Таким образом $T\left(a+\frac{b}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}b\right)$

6) $|AT| = \sqrt{\left(a+\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2} = \sqrt{a^2+ab+\frac{b^2+3b^2}{4}} = \sqrt{a^2+ab+b^2}$

7) $|AB| = \sqrt{a^2+b^2-2ab\cdot\cos 120^\circ}$ (по т. косинусов) $=$

$= \sqrt{a^2+b^2+ab}$

8) $|BT| = \sqrt{\left(a+\frac{b}{2}-\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}b - \frac{(a+b)\sqrt{3}}{2}\right)^2} =$

$= \sqrt{\left(\frac{a}{2}+b\right)^2 + \frac{3}{4}\cdot a^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4}+ab+b^2+\frac{3}{4}a^2} = \sqrt{a^2+ab+b^2}$

9) Таким образом $|AT| = |AB| = |BT| \Rightarrow$

$\triangle ABT$ — правильный

чтд

б) Площадь $\triangle ABT = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(a^2+ab+b^2)$, т.к. он — правильный.

$S_{ABCD} = S_{OBC} + S_{AOD} + 2\cdot S_{COD} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot b^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot a^2 + 2\cdot\frac{1}{2}ab\cdot\sin 120^\circ =$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(a^2+b^2) + \frac{ab\cdot\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{a^2+b^2}{2}+ab\right)$

Значит $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{24}(a^2+ab+b^2)}{\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}+ab\right)} = \frac{a^2+ab+b^2}{a^2+b^2+2ab} =$

$= \frac{(a+b)^2-ab}{(a+b)^2} = 1 - \frac{ab}{(a+b)^2} = 1 - \frac{6}{25} = \frac{19}{25}$

2

211005495 (U359263 M1278063)

Ответ: $\frac{19}{25}$

Черновик

$$\begin{cases}3x^2+3y^2-2x^2y^2=3\\ x^4+y^4+\frac{2}{3}x^2y^2=17\end{cases}$$

$] \ a=x^2, \ b=y^2$

$$\begin{cases}3a+3b-2ab=3\\ a^2+b^2+\frac{2}{3}ab=17\end{cases} \qquad \cancel{\begin{cases}a(3-2b)=3-3b\\ a^2+b^2+\frac{2}{3}ab=17\end{cases}}$$

$$\begin{cases}a+b-\frac{2}{3}ab=1\\ a^2+b^2+\frac{2}{3}ab=17\end{cases} \qquad a^2+b^2+a+b=18 \qquad \cancel{a(3-2b)=3-3b}$$

$$\boxed{a+b-\frac{2}{3}ab=1}$$

$$a+b=1+\frac{2}{3}ab$$

1) $b=\frac{3}{2}$

$\cancel{3-2b=0}$

$3a+4{,}5-3a=3$

$4{,}5\neq 3$ $\varnothing$

2) $b\neq\frac{3}{2}$

$$a=\frac{3(1-b)}{3-2b}$$

$$\cancel{\frac{9(1-b)^2}{(3-2b)^2}+b^2+\frac{2}{3}\cdot\frac{3(1-b)}{3-2b}\cdot b-17=0}$$

$$\cancel{\frac{9(1-2b+b^2)}{9-12b+4b^2}+b^2+\frac{2b(1-b)}{3-2b}-17=0}$$

$$a^2+b^2+\frac{2}{3}ab=$$

$$=(a+b)^2-2ab+\frac{2}{3}ab=$$

$$=\left(1+\frac{2}{3}ab\right)^2-1\frac{1}{3}ab=$$

$$=1+\cancel{\frac{4}{3}ab}+\frac{4}{9}a^2b^2-\cancel{1\frac{1}{3}ab}=$$

$$=1+\frac{4}{9}a^2b^2$$

$$\frac{4}{9}a^2b^2=16$$

$$\frac{1}{9}a^2b^2=4$$

$$a^2b^2=36$$

$$\left[\begin{array}{l}ab=6\\ ab=-6\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}a=\frac{6}{b}\\ a=-\frac{6}{b}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\frac{6}{b}+b-\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{b}\cdot b=1\\ -\frac{6}{b}+b+\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{b}\cdot b=1\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\frac{6}{b}+b-4=1\\ -\frac{6}{b}+b+4=1\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\frac{6}{b}+b-5=0\\ -\frac{6}{b}+b+3=0\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}b^2-5b+6=0\\ b^2+3b-6=0\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}(b-3)(b-2)=0\\ b^2+3b-6=0 \ \textcircled{1}\end{array}\right.$$

① $b^2+3b-6=0$

$D=9+24=33$

$$\left[\begin{array}{l}b=\frac{-3+\sqrt{33}}{2}\\ b=\frac{-3-\sqrt{33}}{2}\end{array}\right.$$

Черновик

$a \geq 0, b \geq 0$

$\begin{cases} 3a+3b-2ab=3 \\ a^2+b^2+\frac{2}{3}ab=17 \end{cases}$ $\begin{cases} a+b-\frac{2}{3}ab=1 \\ (a+b)^2-2ab+\frac{2}{3}ab=17 \end{cases}$ $\begin{cases} a+b=1+\frac{2}{3}ab \\ (1+\frac{2}{3}ab)^2-\frac{4}{3}ab=17 \end{cases}$

$\begin{cases} a+b=1+\frac{2}{3}ab \\ 1+\frac{4}{3}ab+\frac{4}{9}(ab)^2-\frac{4}{3}ab=17 \end{cases}$ $\begin{cases} a+b=1+\frac{2}{3}ab \\ (ab)^2=36 \end{cases}$ $\begin{cases} a+b=1+\frac{2}{3}ab \\ \left[\begin{array}{l} ab=6 \\ ab=-6 \text{ невозм. т.к. } a\geq 0 \text{ и } b\geq 0 \end{array}\right. \end{cases}$

$\begin{cases} a+b=1+\frac{2}{3}ab \\ ab=6 \end{cases}$ $\begin{cases} a+b=5 \\ ab=6 \end{cases}$ $\cancel{\left[\begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases} \; a=6\right.}$ $\begin{cases} a=5-b \\ 5b-b^2=6 \end{cases}$ ①

① $b^2-5b+6=0$ $(b-3)(b-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \\ \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases} \end{array}\right.$ $\cancel{\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ b=\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ b=-\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.}$ $\cancel{\left[\begin{array}{l} b=2 \\ a=3 \end{array}\right.}$ $\left[\begin{array}{l} b=3 \\ b=2 \end{array}\right.$

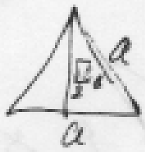
$\cancel{(\pm\sqrt{2}; \pm\sqrt{3}); (\pm\sqrt{3}; \pm\sqrt{2})}$

$\boxed{C_{12}^2+12\cdot 11\cdot 10 = \\ =66+1320= \\ =1386}$

№5

$C_{12}^2+2\cdot$

12 $C_{12}^2+12\cdot 11$



$a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$

$C_3^2+\cancel{1}\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = \\ =3+6$

$\cancel{1\;1\;2\;3\;4\;5\;6}$ $(1\ldots 12)^{\wedge}6$ 11

$(1\ldots 12)$

$\frac{4+6+9}{4+9+12} = \frac{19}{25}$

$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{matrix}$ 3

$\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{matrix}$

$\begin{matrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{matrix}$

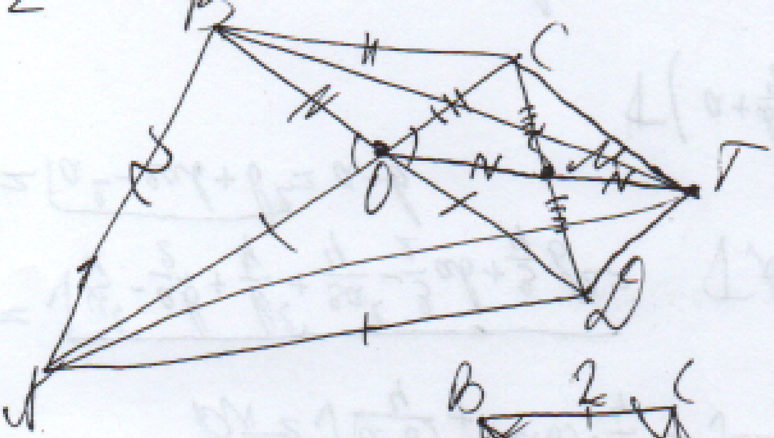
$\begin{matrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{matrix}$

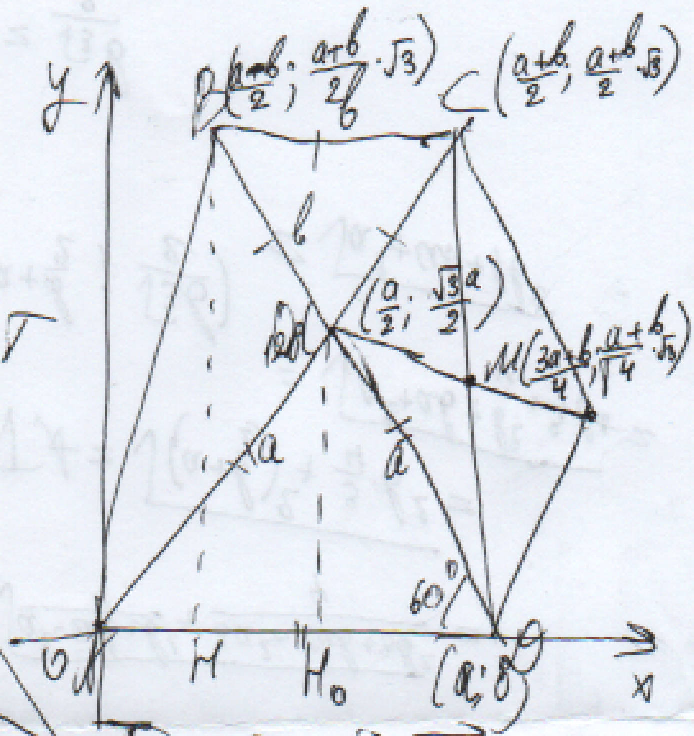
$\cancel{2}\cdot 12\cdot 11\cdot 10$

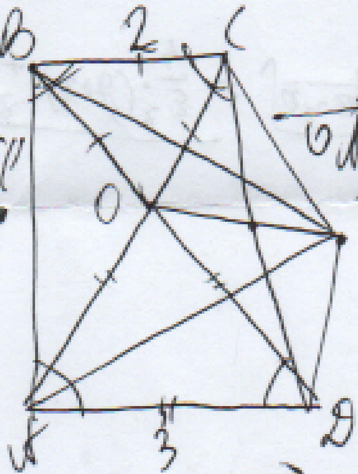
$\cancel{C_{12}^2+2640= \\ =\frac{12!}{10!\cdot 2!}=\frac{11\cdot 12}{2}+2640= \\ =66+2640= \\ =2706}$

Черновик

$$\frac{\frac{a}{2}+\frac{b}{2}+a}{2}=\frac{3a+b}{4}$$

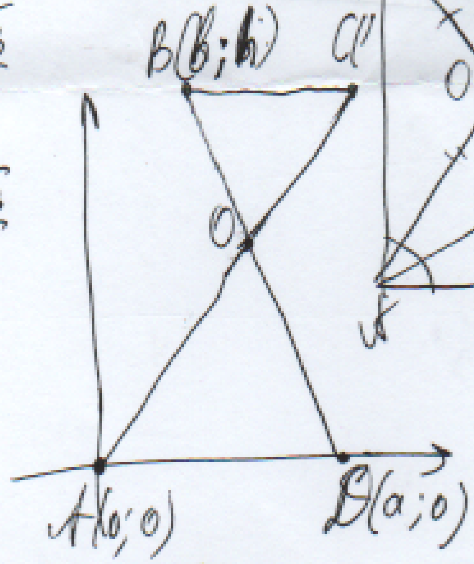






$$\frac{OH_0}{a}=\frac{\sqrt3}{2}$$

$$OH_0=\frac{a\sqrt3}{2}$$



$\overrightarrow{OT}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$

$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BO}=|\overrightarrow{BC}|\cdot|\overrightarrow{BO}|\cdot\sin 30°$

$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BO}=\frac{b^2}{2}$

$\overrightarrow{OT}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BT}=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OT}=$
$=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=$
$=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OA}$

$AB^2=a^2+b^2+2ab\cdot\frac{1}{2}=$

$AH=a-\frac{a+b}{2}=\frac{a-b}{2}$

$\frac{BH}{a+b}=\sin 60°$

$\frac{DH}{a+b}=\frac{1}{2}$

$BH=\frac{a+b}{2}\cdot\sqrt3$

$DH=\frac{a+b}{2}$

$$\begin{cases}\dfrac{x+\frac{a}{2}}{2}=\dfrac{3a+b}{4}\\ \dfrac{y+\frac{\sqrt3 a}{2}}{2}=\dfrac{a+b}{4}\cdot\sqrt3\end{cases}$$

$M\left(\frac{3a+b}{4};\frac{a+b}{4}\cdot\sqrt3\right)$

$T(x;y)$

Чорновик

$$KA = \sqrt{\frac{(a-b)^2}{4} + (a+b)^2 \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{a^2-2ab+b^2}{4} + \frac{3a^2-6ab+3b^2}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{ab}{2} + \frac{b^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - \frac{3}{2}ab + \frac{3}{4}b^2} =$$

$$= \sqrt{a^2-2ab+b^2} = a-b$$

$$TA = \sqrt{\left(a+\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2} =$$

$$= \sqrt{a^2+ab+\frac{b^2}{4}+\frac{3}{4}b^2} =$$

$$T\left(a+\frac{b}{2};\ \frac{\sqrt{3}b}{2}\right)$$

$$= \sqrt{a^2+ab+b^2}$$

$$\begin{cases} x+\frac{a}{2} = \frac{3a+b}{2} \\ y+\frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{a+b}{2}\cdot\sqrt{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x = a+\frac{b}{2} \\ y = \frac{\sqrt{3}a+\sqrt{3}b-\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}b}{2} \end{cases}$$