МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED = 45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 19$, $3 \leqslant y \leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

Задача 3.

$$\begin{cases} 1.\ y-2x=\sqrt{xy} \\ 2.\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

— возведем в квадрат значит, $y-2x\geq 0$, т.к $\sqrt{xy}\geq 0$.

$y^2-4xy+4x^2=xy$.

$y^2-5xy+4x^2=0 \quad |:xy.\ (x\neq 0,\ y\neq 0)$

$\frac{y}{x}-5+4\frac{x}{y}=0$ Замена: $a=\frac{x}{y}$.

$4a-5+\frac{1}{a}=0 \quad |\cdot a$

$4a^2-5a+1=0$.

$D=25-16=9.=3^2$

$a_1=\frac{5+3}{8}=1$

$a_2=\frac{5-3}{8}=\frac{1}{4}$.

$\cancel{a_1=4.}$ $\cancel{\frac{x}{y}=4}$ $\cancel{x=4y.}$

$a_1=1$

$\frac{x}{y}=1$.

$x=y$

подставим во второе.

$x^2+2x=9$.

$x^2+2x-9=0$.

$D=4+36=40=(\sqrt{40})^2$

$\boxed{x_1=\frac{-2+\sqrt{40}}{2}=\sqrt{10}-1=y_1}$

$x_2=\frac{-2-\sqrt{40}}{2}=-1-\sqrt{10}=y_2$

$a_2=\frac{1}{4}$.

$\frac{x}{y}=\frac{1}{4}$

$4x=y$.

подставим во второе.

$x^2+8x-9=0$.

$D=64+36=100=10^2$

$x_1=\frac{-8+10}{2}=1.\ y_1=4x=4$

$x_2=\frac{-8-10}{2}=-9\ y_2=4x=-36$

не подходят, т.к не выполнено $y-2x\geq 0$

Ответ: $x_1=-1-\sqrt{10},\ y_1=-1-\sqrt{10};\ x_2=1,\ y_3=4$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Задача 6.~~

~~Заметим, что неравенство~~

~~$|a|+|b|+|c|=a+b+c$ выполнено, только когда~~

Задача 3.

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

$2y=9-x^2 \qquad 4y^2=(9-x^2)^2$

$y=\frac{9-x^2}{2}$

Возведём первое в квадрат:

$y^2-4xy+4x^2=xy.$

$y^2-5xy+4x^2=0. \quad |\cdot 4$

$4y^2-20xy+16x^2=0.$

$(9-x^2)^2-20x\,(90-10x^2)+16x^2=0.$

$81-18x^2+x^4-90x-10x^3+16x^2=0$

$x^4-2x^2-10x^3-90x+81=0.$

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x||x-3|}\le 0$$

$$\frac{(|x-1|)^2+4-4|x-1|}{(2x-3)^2}\le 0$$

$$\frac{|x-1|(|x-1|-4)}{(2x-3)^2+|x||x-3|-9}$$

Всегда положительно

$4x(x-3)+|x||x-3|.$

$4|x|(x-3)+|x||x-3|$

$(x-1)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=1+\frac{9}{4}=\frac{13}{4}=\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2$

$f(p)-f(p)+f(1) \qquad f(1)=0.$

3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

$f(13)=3$

$|3x|+|2y|+|6-3x-2y|$

$AD=$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

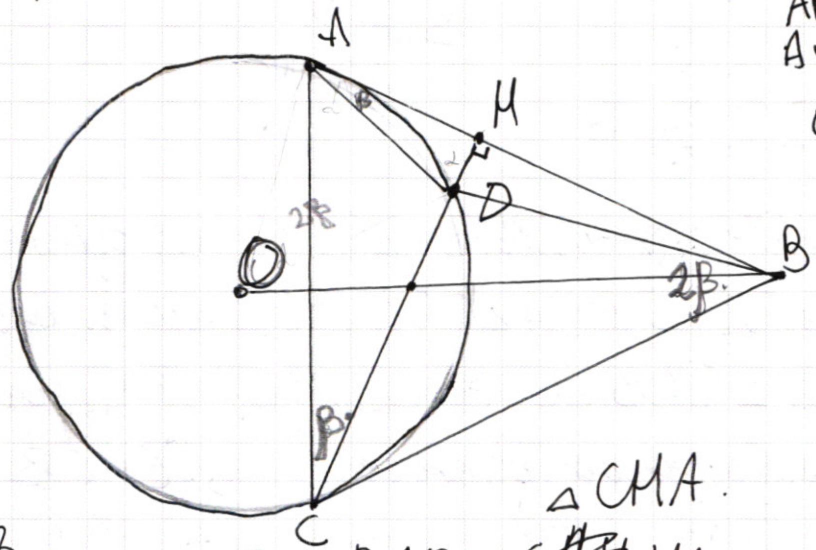
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $\frac{AB}{CH}=\frac{6}{5}$.

Задача 4.

Дано: окружность, O-центр
AB и BC – касательные
A и C – точки касания
$OA=6$. $SH\perp AB$, $H\in AB$
$D\in CH$, окружност
$S_{\triangle ABD}=15$.

$\frac{AB}{CH}=?$



Заметим, что $\triangle BAO \sim \triangle CHA$, т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный, поскольку отрезки касательных равны, $\triangle OAC$ – равнобедренный, т.к O – центр окружности, значит точки B и O лежат на сер. перпендикуляре к AC. Тогда OB – биссектриса и высота в $\triangle ABC$. $\angle ABC=180^\circ-2\angle BAC$, тогда $\angle ABO=90^\circ-\angle BAC=$ $=\angle ACH=\beta$ $(\angle AHC=90^\circ)$, также, AB – касательная, $\angle DAH=\angle ACH=\beta$. Тогда $\triangle BAO\sim CHA$ т.к. $\angle ACH=\angle ABO=\beta$ и $\angle AHC=\angle OAB=90^\circ$ (AB – касательная).

Тогда $\frac{CH}{AB}=\frac{AH}{OA}$. Посчитаем степень точки H относительно окружности двумя способами: 1. $HA^2=HD\cdot HC \overset{\text{и.}}{=} \frac{30\cdot HC}{AB}$.

2. $S_{\triangle ABD}=\frac{HD\cdot AB}{2}=15 \Rightarrow HD\cdot AB=30$ 3. $HD=\frac{30}{AB}$ подставим

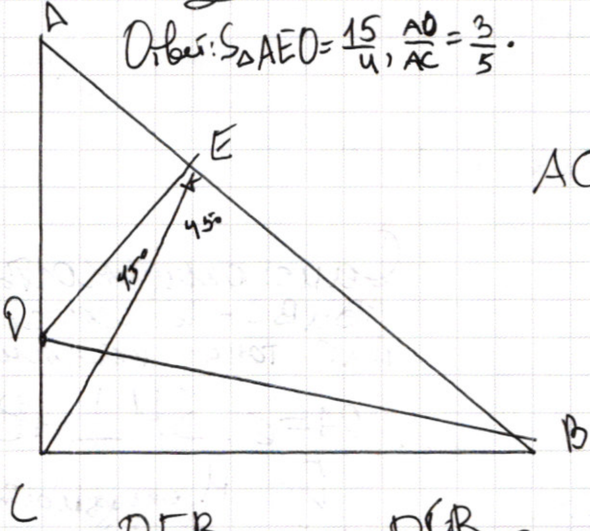
$\frac{HC}{AB}=\frac{HA^2}{30}$. Тогда $\frac{AH}{OA}=\frac{HC}{AB}=\frac{HA^2}{30} \Rightarrow AH\cdot 30=6\cdot HA^2 \mid :AH\cdot 6$
$OA=6$ (радиус) $\quad 5=AH$.

Теперь подставим это в $\frac{CH}{AB}=\frac{AH}{OA}=\frac{5}{6}$. Тогда $\frac{AB}{CH}=\frac{6}{5}$

Ответ: $\frac{AB}{CH}=\frac{6}{5}$ $(1,2)$.

Задача 5.

Ответ: $S_{\triangle AED} = \frac{15}{4}, \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$.



Дано: $\triangle ABC$ - прямоугольный

$D \in AC, E \in AB, DE \perp AC$.

~~$AC = \sqrt{29}$, $BC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$~~

$AC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$, $BC = \cancel{5}\sqrt{29}$.

$\angle CED = 45°$

$S_{\triangle AED}$ - ?

$AD : AC$ - ?

$\angle DEB = 90°$; $\angle DCB = 90°$; $\angle DEB + \angle DCB = 180°$; значит, $DEBC$ - вписанный, тогда и $\angle DEC = \angle DBC$, т.к. опираются на одну дугу. В $\triangle DCB$ $\angle C = 90°$; $\angle DBC = 45°$, значит это прямоугольный равнобедренный $\triangle$, $DC = CB = \sqrt{29}$.

Тогда, $AD = AC - CD = \cancel{\sqrt{29} - \frac{5\sqrt{29}}{2}} = \frac{5\sqrt{29}}{2} - \sqrt{29} = \frac{3\sqrt{29}}{2}$. Тогда, $\frac{AD}{AC} = \frac{\frac{3\sqrt{29}}{2}}{\frac{5\sqrt{29}}{2}} = \frac{3}{5}$.

По теореме Пифагора $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{29 + \frac{25 \cdot 29}{4}} = \sqrt{29(1 + \frac{25}{4})} = \sqrt{29} \cdot \frac{\sqrt{29}}{2} = \frac{29}{2}$

Если посчитать степень точки A относительно окружности, описанной около $DEBC$ двумя способами получается: $AE \cdot AB = AD \cdot AC$.

$$AE = \frac{AD \cdot AC}{AB} = \frac{\frac{3\sqrt{29}}{2} \cdot \frac{5\sqrt{29}}{2}}{\frac{29}{2}} = \frac{15 \cdot 29}{4} \cdot \frac{2}{29} = \frac{15}{2}.$$

$\sin\angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{29}}{\frac{29}{2}} = \frac{2}{\sqrt{29}}$

$S_{\triangle AED} = AE \cdot AD \cdot \sin\angle BAC = \frac{15}{2} \cdot \frac{\sqrt{29}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{15}{4}$.

Ответ: $S_{\triangle AED} = \frac{15}{4}$, $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x||x-3|}\leq 0.$$

$$\frac{|x-1|^2+4-4|x-1|}{4x(x-3)+|x||x-3|}\leq 0$$

$$\frac{(|x-1|-2)^2}{4x(x-3)+|x^2-3x|}\leq 0$$

$(|x-1|-2)^2$ — всегда ~~положительно~~ неотрицательно, ноль достигается при $|x-1|=2$, $x=3$ или $x=-1$

Посмотрим, когда знаменатель равен нулю и воспользуемся методом интервалов.

$-4x(x-3)=|x^2-3x|$.

$-4x^2+12x=x^2-3x$ или $-4x^2+12x=-x^2+3x$.

$-5x^2+15x=0$. $\qquad -3x^2+9x=0$

$-5x(x-3)=0$ $\qquad -3x(x-3)=0$

$x=0$ или $x=3$. $\qquad x=0$ или $x=3$.

Заметим, что при $x<0$ или $x>3$ - значения знаменателя положительны, тогда ~~в~~ для $x\in(0;3)$ - значения знаменателя отрицательны. - В этом промежутке значения дроби будет меньше нуля

Заметим, что ещё числитель равен нулю при $x=3$ и $x=-1$. но $x\neq 3$, потому что иначе знаменатель равен нулю. Тогда, неравенство верно при $x\in\{-1\}\cup(0;3)$.

Ответ: $x\in\{-1\}\cup(0;3)$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

Задача 6.

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6 \\ x^2-2x-3y+y^2\le 0. \end{cases}$$

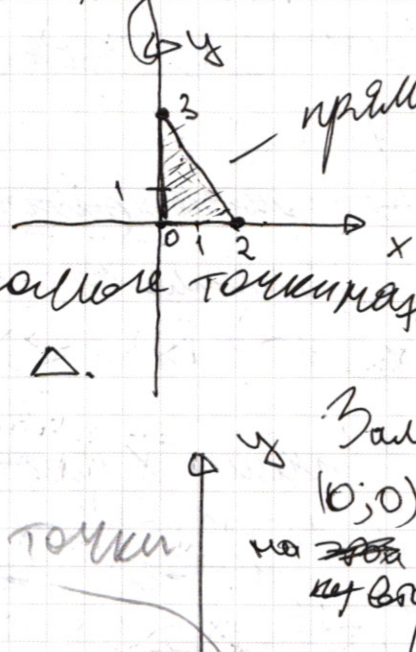
$\Updownarrow$

$$(x-1)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2\le 1+\frac{9}{4}=\frac{13}{4}=\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2$$

Это уравнение задаёт окружность радиуса $\frac{\sqrt{13}}{2}$ в центре $(1;1,5)$. Решениями будут точки на ней и внутри неё.

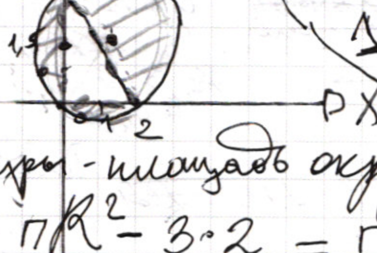
Заметим, что уравнение вида $|a|+|b|+|c|=a+b+c$ работает только если a, b и c неотрицательны (иначе $|a|+|b|+|c|>a+b+c$).

Графиком $|3x|+|2y|+|6-3x-2y|=6$ будет являться:



— прямоугольный Δ с прямым углом в $(0;0)$, остальные вершины в $(2;0)$ и $(0;3)$.

Значит, искомые точки находятся вне этого Δ.



нужные точки

Заметим, что точки $(0;0)$, $(0;3)$ и $(2;0)$ — лежат на окружности, задаваемой вторым неравенством.

$$1^2+\frac{3^2}{2}=\frac{13}{4}$$

$$1^2+\left(3-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$$

$$(2-1)+\frac{3^2}{2}=\frac{13}{4}$$

Тогда площадь этой фигуры — площадь окружности — минус площадь треугольника: $\pi R^2-\frac{3\cdot 2}{2}=\pi\cdot\frac{13}{4}-3$.

Ответ: $\frac{13}{4}\pi-3$. (≈ 7)

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\le 0$$

$x\ne 3,\ x\ne 0$.

$$\frac{|x-1|^2+4-4|x-1|}{4x(x-3)+|x|\cdot|x-3|}\le 0$$

ноль достигается при $|x-1|=2$ $\begin{cases} x=3 \text{ — не подходит, т.к. тогда знаменатель } 0. \\ x=-1 \end{cases}$

$|x-1|(|x-1|-4)+4=(|x-1|-2)^2$ всегда положительно.

≤ 0.

$4x(x-3)+|x||x-3| \quad = -|x^2-3x|$ — вс

~~$|x-1|\ldots |x-1|(|x-1|-4)+4 \ldots$ при~~

случай 1.

$x>3$.

Заметим, что ~~первый~~ ~~числитель положителен~~ всегда при

$|x-1|\ge 4$ и Нижняя часть всегда положительна

$x\ge 5$ при $x\le -3$ при $x>3$ и $x<0$, заметим, что

$x=3$ и $x=0$

Это единственные значения x, когда в нижней части достигается ноль.

$-4x^2+12x=|x||x-3|$

$-4(x^2-3x)=|x^2-3x|$

$x^2-3x=-4(x^2-3x)$ или $-x^2-3x=-4x^2+12x$

~~$x^2-3x=0$~~ $\quad -3x^2+9x=0$

$5x^2-15x=0 \quad -3x(x-3)=0$

$3x(x-3)=0 \quad 5x(x-3)=0 \quad x=0$ или $x-3=0$.

$x=0$ или $x=3$.

Тогда, пользуясь методом интервалов можно заметить получить, что ~~числитель~~ знаменатель принимает такие значения:

$+ \quad 0 \quad - \quad 3 \quad + \quad x$

~~Аналогично для числителя.~~

Тогда, поскольку числитель всегда положителен решением будет промежуток — положительный числитель, отриц. знаменатель.

$x\in(0;3)$ и $x=-1$ — (ноль числителя)

Ответ: $x\in(0;3)\cup\{-1\}$

☑ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 7.

Ответ: 129 пар.

$f(p)=p.$

$f(p)=f(p)+f(1).$ Тогда $f(1)=0$.

$f(x^2)=f(x)+f(x)=2f(x).$

$f(x)=f(x^2)+f(\frac{1}{x})=2f(x)+f(\frac{1}{x}).$

$f(\frac{1}{x})=-f(x).$

$f(\frac{a}{b})=f(a)+f(\frac{1}{b})=f(a)-f(b).$

Значит, $f(\frac{a}{b})<0$, если $f(b)>f(a)$.

Посчитаем значение функции для чисел от 3 до 19.

$f(3)=3.$

$f(4)=f(2)\cdot 2=4.$

$f(5)=5.$

$f(6)=f(2)+f(3)=5.$

$f(7)=7.$

$f(8)=f(4)+f(2)=6.$

$f(9)=f(3)\cdot 2=6.$

$f(10)=f(2)+f(5)=7.$

$f(11)=11.$

$f(12)=f(3)+f(4)=7.$

$f(13)=13.$

$f(14)=f(2)+f(7)=9$

$f(15)=f(3)+f(5)=8.$

$f(16)=f(8)+f(2)=8.$

$f(17)=17$

$f(18)=f(2)+f(9)=\cancel{12}\ 11.$

$f(19)=19.$

17 чисел.

Встречаются:

19 - один раз - есть 16 пар

17 - один раз - есть 15 пар

13 - один раз ~~два~~ - есть 14 пар

11 - ~~один~~ раз - 12·2 пары.

9 - один раз - 11 пар.

8 - 2 раза - 9·2 пар

7 - 3 раза - 6·3 пар

6 - 2 раза - 4·2 пар

5 - 2 раза - 2·2 пар

4 - 1 раз - одна пара

3 - 1 раз - ноль пар.

Для каждого числа будет образовываться пара с тем, у которого значение функции меньше, чем у него.

Посчитаем их

$\underbrace{16+15}_{30}+14+2\cdot 12+11+9\cdot 2+6\cdot 3+4\cdot 2+2\cdot 2+1=50+20+29+30=129.$

24. 29 26 50 5

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №6 (Нумеровать только чистовики)

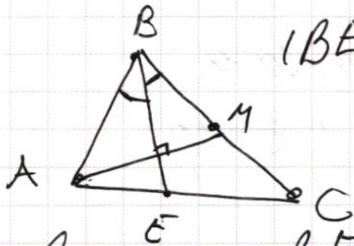
Задача 7.

Ответ: 129 пар.

Задача 2.

Рассмотрим $\triangle ABC$ такой, что его медиана перпендикулярна биссектрисе.

(BE – биссектриса, AM – медиана, $BE \perp AM$).



Заметим, что в $\triangle ABM$ – BE и биссектриса, и высота, значит, этот $\triangle$ – равнобедренный и $AB = BM = \frac{1}{2} BC$.

Значит, у таких $\triangle$ одна сторона короче другой в два раза. Заметим, что у $\triangle$ должно выполняться неравенство $\triangle$. Пусть одна сторона a, а другая – $2a$.

Тогда:

$$\underbrace{a+2a}_{\text{стороны}} > \underbrace{300-2a-a}_{\text{третья сторона}}$$

периметр

$300-2a-a$ третья сторона треугольника.

$6a > 300$

$a > 50$

и

$\underbrace{300-2a-a}_{} + a > 2a$

$300-4a>0.$

$\frac{300}{4} > a$

$75 > a.$

$300-2a-a+2a>a.$

$300-2a>0.$

$300>2a$

$150>a.$

Тогда $75 > a > 50$. Заметим, что если известно a, то другие стороны треугольника определяются однозначно ($2a$ и $300-3a$). Значит, кол-во таких треугольников равно количеству чисел в промежутке от 50 до 75, а именно $75-50-1=24$.

Ответ: 24 треугольника.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

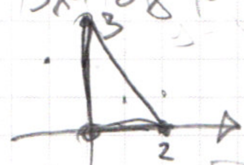
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y|$

$|3x + 2y| + |6 - 3x - 2y| = 6$



хотя бы кто-то отриц

$|a| + |b| + |c| > a + b + c$, если a, b и c

$(x^2 - 1)^2 + (y - \frac{3}{2})^2 \geqslant 1 + \frac{9}{4}$

$|x-1|(|x-1| - 4) + 4$

$|a| \geq a$

$|b| \geq b$

$\frac{30}{MD}$ $\frac{30}{12 \cdot \sin\beta}$ $12 \cdot \sin\beta$

$\frac{AB \cdot AD \cdot \sin\beta}{2} = 15$

$CH =$

$HC \cdot MD = 12 \cdot \sin\beta$

$MD \cdot AB = 30$

$MD = \frac{30}{AB}$

$\frac{AM}{OA} = \frac{CM}{AB}$

$13 \cdot 3{,}14$

$39{,}13$

$\frac{130}{31}$

390

$HA^2 = MD \cdot HC$

$HC = \frac{MA^2}{MD} = \frac{HA^2 \cdot AB}{30}$

$\frac{HC}{AB} = \frac{MA^2}{30}$

$AD = 12 \cdot \sin\beta$

$MD \cdot AB = 30$ $MD = \frac{30}{AB}$

$\frac{AD}{\sin\beta} = 12$

$\frac{MD}{\sin\beta} = AD$

$MD = AD \cdot \sin\beta = 12\sin^2\beta$

$MA^2 = 144(\sin^2\beta - \sin^4\beta) = 144 \cdot \sin^2\beta \cdot \cos^2\beta$

$MA^2 = MD \cdot MC$

$HC = \frac{MA^2}{MD} = \frac{MA^2 \cdot AB}{30}$

$\frac{MA^2}{30} = \frac{AM}{6}$

$\frac{HC}{AB} = \frac{MA^2}{30}$

$= 12^2 \cdot \sin^2\beta - 12^2 \cdot \sin^4\beta = 12\sin\beta\cos\beta$

$\frac{AB}{CM} = \frac{30}{AH^2}$

$\frac{AD}{\sin\beta} = 12$ $AD = 12 \cdot \sin\beta$

$\frac{MD}{\sin\beta} = AD$ $MD = AD \sin\beta$

$AM = \sqrt{AD - DH} = \sqrt{12\sin^2\beta - 12^2 \cdot \sin^4\beta}$

$HA = \frac{AC}{2}$

$\frac{MA}{\sin\frac{(\pi - \alpha)}{2}} = AC$

$\cos 2$

$AC = \sqrt{6^2 \cdot 6^2 - 2\cos 2\alpha \cdot 3x}$

$MA = AC \cos 2$

$f(1)=0.$

$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})$ $-2f(y)$

$f(y)=(\frac{1}{y})+f(y^2)$

$f(3)=3$ $f(2)=2.$

$f(5)=5.$ $f(y^2)=2f(y)=$

$f(4)=4.$

$f(6)=2+3=5.$

$f(7)=7$ $f(12)=7$

$f(8)=6.$ $f(13)=13.$

$f(9)=6.$ $f(14)=9$

$f(\frac{1}{y})=-f(y)$ $f(10)=7$ $f(15)=8$

$f(11)=11$ $f(16)=8$

$f(17)=17.$

$f(18)=$