МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР ______________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED = 45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 19$, $3 \leqslant y \leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №1.

① $\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\le 0$

заметим: $x^2-2x+5 = x^2-2x+1+4=(x-1)^2+4$, тогда

$\frac{(x-1)^2-4|x-1|+4}{4x(x-3)+|x|\cdot|x-3|}\le 0$ ОДЗ: $x\ne 0;3$

② посмотрим на числитель, он представляет собой полный квадрат:

$(|x-1|-2)^2=(x-1)^2-4|x-1+4$

квадрат любого числа всегда ≥ 0, зн

$(|x-1|-2)^2\ge 0$, при этом $(|x-1|-2)^2=0$

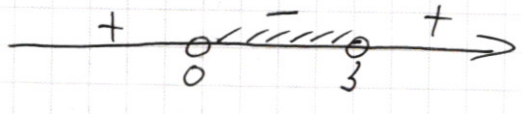
при $x=3$ (не подх по ОДЗ)

$x=-1$

зн первое (одно из) решение $x=-1$

③ в остальных случаях числитель больше нуля, зн чтобы выполнялось неравенство, знаменатель должен быть <0.

$4x(x-3)+|x|\cdot|x-3|<0$



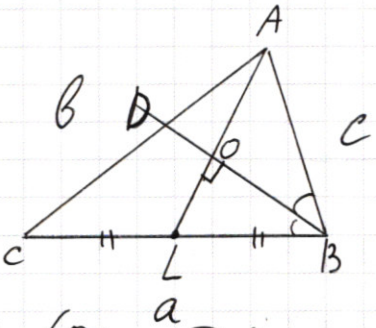
т.е $x\in(0;3)$

Ответ: $x\in\{-1\}\cup(0;3)$

Задание №2.

① Возьмем произвольный △ со сторонами $a, b, c \in N$ (т.к ст △ только натуральные числа) и отметим всё, что дано по условию.

Дано: $\triangle ABC$
AL – медиана
BD – биссектриса
$AL \perp BD$



Заметим, что $\triangle LOB$ и $\triangle AOB$ прям
$\triangle LOB = \triangle AOB$ по кат (OB – общ) и остр $\angle$ ($\angle LBO = \angle OBA$ т.к BD – бис)
з/и $AB = LB$, т.е $c = \frac{1}{2}a$ или $a = 2c$

т.е любой такой △ имеет стороны $b, a, 0{,}5a$ причем $\cancel{P = 3a + b = 300}$ $P = 1{,}5a + b = 300$

② ~~Согласно неравенству любого △:~~

$\cancel{\begin{cases} 3a > b \\ a + b > 2a \\ 2a + b > a \end{cases}}$ $\cancel{\begin{cases} 3a > b \\ P = 3a + b = 300 \end{cases}}$

$\cancel{3a = 300 - b}$

$\cancel{2b < 300}$

$\cancel{b < 150}$

$\cancel{\begin{cases} a + b > 2a \\ b = 300 - 3a \end{cases}}$

$\cancel{300 > 4a}$

$\cancel{a < 75}$

$\cancel{\begin{cases} 2a + b > a \\ b = 300 - 3a \end{cases}}$

$\cancel{300 > 2a}$

$a < 150$, но $a < 75$.

См след лист!

③ ~~Получим, что~~ $\begin{cases} 3a + b = 300 \\ b < 150 \\ a < 75 \end{cases}$ поскольку $a; b \in N$, з/и из выражения $3a + b = 300$ получаем, что $b \vdots 3$

посчитаем сколько чисел $0 < b < 150$ делятся на 3
последнее такое число 147, з/и всего $\frac{147}{3} = 49$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №2 (продолжение)

① ~~[illegible] $a \leq 75$~~

② согласно неравенству любого $\triangle$:

$$\begin{cases} 1{,}5a > b \\ a+b > 0{,}5a \\ 0{,}5a+b > a \end{cases}$$

учитывая, что $1{,}5a + b = 300$ получаем:

1) $300 - b > b$

$2b < 300$

$\underline{b < 150}$

2) $a + 300 - 1{,}5a > 0{,}5a$

$300 > a$

3) $0{,}5a + 300 - 1{,}5a > a$

$300 > 2a$

$\underline{a < 150}$

③ Получили, что $\begin{cases} 1{,}5a + b = 300 \\ b < 150 \\ a < 150 \end{cases}$ поскольку $a, b \in N$ то $a \vdots 2$, т.е в целом $a \vdots 3$

зн из выражения $1{,}5a + b = 300$ получаем, что

т.е нужно найти кол-во чисел $b \vdots 3$

b: $0 < b < 150$ кратных 3, т.е $\frac{147}{3} = 49$

(147 – последнее число < 150 кратное 3)

но т.к $a < 150$, то при $a = 148$,

$b = 300 - 148 \cdot 1{,}5 = 78$, т.е $b \geq 78$

зн $78 \leq b < 150$, ~~среди этих чисел кратных~~

среди чисел < 78 кратных $3 = \frac{78}{3} - 1 = 25$, зн

кол-во чисел $b = 49 - 25 = 24$

Ответ: 24 треугольника

Задание №3.

① $\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$ ОДЗ: $xy \geq 0$, $y-2x \geq 0$

возведем в квадрат обе части: $y-2x=\sqrt{xy}$

$y^2-4xy+4x^2=xy$

$y^2-5xy+4x^2=0 \quad |:xy \neq 0$ (однородное ур-ие)

$\frac{y}{x}-5+\frac{4x}{y}=0$

замена $\frac{y}{x}=t$

$t-5+\frac{4}{t}=0$

$t^2-5t+4=0$, по теореме Виета:

$\underline{t_1=4} \quad \underline{t_2=1}$

т.е $\frac{y}{x}=4$ или $\frac{y}{x}=1$

② Проверим, может ли $xy=0$?

1) $x=0$, тогда $y=0$ $(y-0=0)$
аналогично, если $y=0$, то $0-2x=0$, $x=0$
но если $x;y=0$, то $2y+x^2\neq 9$, зн

$\underline{\underline{xy>0}}$

③ из п 1 имеем: $\left[\begin{array}{l} y=4x \\ y=x \end{array}\right.$

подставим в $y-2x>0$

для $y=4x$: $2x>0$, $\underline{x>0}$

для $y=x$: $x-2x>0$, $\underline{x<0}$

теперь подставим в $2y+x^2=9$

1) $\begin{cases} y=4x \\ x>0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$ $x^2+8x-9=0$
$\underline{x_1=-9}$ $x_2=1$ (по теореме Виета)
но $x>0$, зн только $\underline{x=1}$, зн $\underline{y=4}$

2) $\begin{cases} y=x \\ x<0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$ $x^2+2x-9=0$
$D=4+36=40$
$x_1=\frac{-2+2\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}-1>0$ (не подходит)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №3 (продолжение)

$x_2 = \frac{-2-2\sqrt{10}}{2} = -1-\sqrt{10} < 0$, зн $y = -1-\sqrt{10}$

Ответ: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$ $(1;4)$

$\begin{cases} x = -1-\sqrt{10} \\ y = -1-\sqrt{10} \end{cases}$ $(-1-\sqrt{10}; -1-\sqrt{10})$

Задание №4.

Дано:

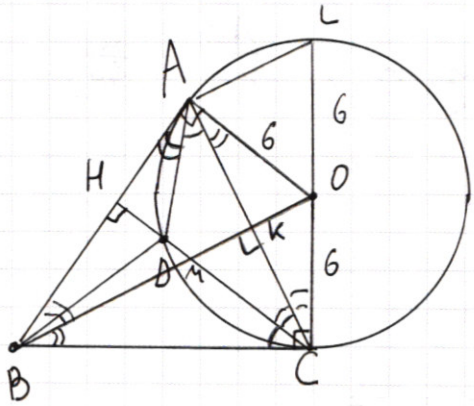
окр $r = 6$

$CH \perp AB$

AB, BC – касат

$S_{\triangle ABD} = 15$

$\frac{AB}{CH}$ – ?



Решение:

1) $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot DH = 15$

2) $AH^2 = HC \cdot HD$ (квад касат = произв секущей на внеш часть)

т.е $DH = \frac{AH^2}{CH}$

3) из п 1 и п 2 $AB \cdot DH = AB \cdot \frac{AH^2}{CH} = 30$

$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{AH^2}$

4) $\triangle AHD \sim \triangle ACH$ по 2 угл ($\angle AHC$ – общ; $\angle HAD = \angle HCA$

т.к $\angle HCA = \frac{\smile AD}{2}$,

$\angle HAD = \frac{\smile AD}{2}$ (угол между кас и хордой)

зн $\frac{AH}{CH} = \frac{AD}{AC} = \frac{HD}{AH}$

Задание №4 (продолжение)

5) проведем диаметр CL.

$\triangle LAC$ (-прям) ($\angle LAC = 90°$, т.к опир на диаметр)

причем $\angle OLA = \frac{\smile AC}{2} = \angle ACB = \angle BAC$ (угол между хордой и касат)

зн $\angle ACL = \angle HCA = 90 - \angle ALC$

6) $\triangle ALC \sim \triangle HAC$ по 2 угл (из п5), зн

$\frac{AH}{AL} = \frac{HC}{AC} = \frac{AC}{LC} \Rightarrow AC^2 = LC \cdot HC = 12 \cdot HC$

$AC^2 = HC^2 + AH^2 = 12HC$

---

7) $\triangle AOB \sim \triangle HAC$ по 2 угл ($\angle BAO = \angle AHC = 90°$; $\angle ABO = \angle HCA$ из $\triangle HMB \sim \triangle HKC$ т.к $\angle HMB = \angle KMC$ как верт)

зн $\frac{AB}{HC} = \frac{AO}{AH} = \frac{BO}{AC}$

$\frac{AB}{HC} = \frac{6}{AH}$, из п 3 $\frac{AB}{HC} = \frac{30}{AH^2}$; зн $\frac{6}{AH} = \frac{30}{AH^2}$

$AH = 5$

т.е $\frac{AB}{CH} = \frac{6}{5}$

Ответ: $\frac{AB}{CH} = \frac{6}{5}$

Задание №5.

Дано:

$\triangle ABC$-прям

$DE \perp AB$

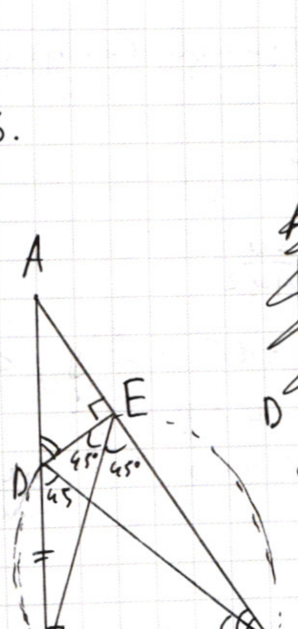
$BC = \sqrt{29}$

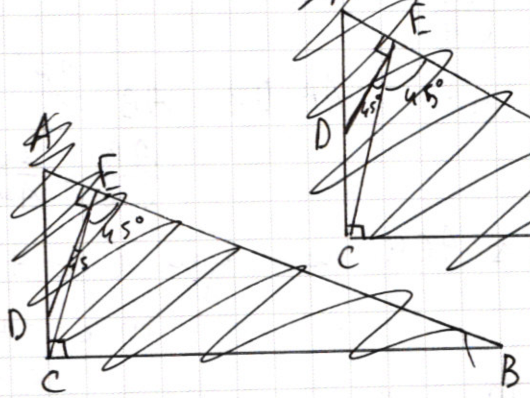
$AC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$

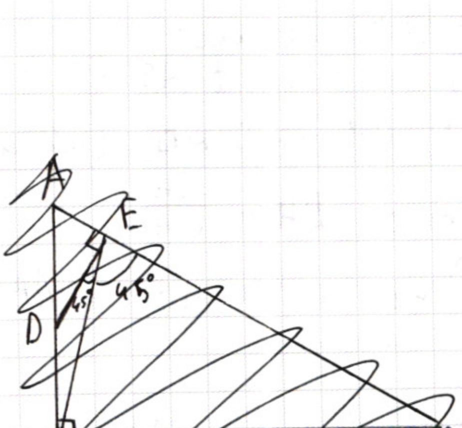
$\angle CED = 45°$

$\frac{AD}{AC}$ -?

$S_{\triangle AED}$ -?







☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №5 (продолжение)

1) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ по 2 углам ($\angle A$ - общ; $\angle AED = \angle ACB = 90°$)

зн $\cancel{\frac{AD}{AC}} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 29 + \frac{25 \cdot 29}{4} = \frac{841}{4} = \frac{29^2}{2^2}$, зн $AB = \frac{29}{2}$

$\frac{2AD}{29} = \frac{2AE}{5\sqrt{29}} = \frac{DE}{\sqrt{29}}$

2) около четырехуг BCDE можно описать окр, т.к $\angle DCB + \angle DEB = 180°$, зн

$\angle CDB = \angle CEB = \frac{\smile CB}{2} = 45°$

т.е $\triangle CDB$ - прям и рав/б ($\angle CDB = \angle CBD = 45°$)

т.е $BC = CD = \sqrt{29}$

зн $AD = AC - CD = AC - BC = \frac{5\sqrt{29}}{2} - \sqrt{29} = \frac{3\sqrt{29}}{2}$

т.е $\frac{AD}{AC} = \frac{3\sqrt{29}}{2} : \frac{5\sqrt{29}}{2} = \frac{3}{5}$

3) $S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot AE$

из п 1 $\frac{2AD}{29} = \frac{3\sqrt{29}}{29} = \frac{2AE}{5\sqrt{29}}$

$AE = \frac{15 \cdot 29}{2 \cdot 29} = \frac{15}{2}$

$\frac{2AD}{29} = \frac{3\sqrt{29}}{29} = \frac{DE}{\sqrt{29}}$

$DE = \frac{3 \cdot 29}{29} = 3$

зн $S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{15}{2} = \frac{45}{4}$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$; $S_{\triangle AED} = \frac{45}{4}$

Задание №6.

① $\begin{cases} |3x| + |2y| + |6-3x-2y| > 6 & (1) \\ x^2-2x-3y+y^2 \le 0 & (2) \end{cases}$

из (2) $2x+3y \geq \underbrace{x^2+y^2}_{\geq 0 \text{ всегда}}$, зн

$2x+3y \geq 0$ при любых $(x;y)$

② Решим ~~на~~ (1)

$|3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6$

~~замена $3x+2y=t$, для $3x\geq 0$, $2y \geq 0$~~

~~$t+|6-t|>6$~~

~~$|6-t|+$~~

$|6-3x-2y| > 6-|3x|-|2y|$

1) $x;y \geq 0$, зн $|6-3x-2y| > 6-3x-2y$

это возможно, если $6-3x-2y<0$

$\begin{cases} 3x+2y>6 \\ 2x+3y\geq 0 \end{cases} \Big| -$

$\boxed{x-y>6}$

2) $x \geq 0; y \leq 0$, зн ~~...~~ $|6-3x-2y| > 6-3x+2y$ $\quad x>6+y$, $\underline{x>6}$

либо $6-3x+2y \leq 0$

$\begin{cases} 3x-2y\geq 6 \\ 2x+3y \geq 0 \end{cases} \Big| +$

$5x+y \geq 6$

т.к $y \leq 0$, то $x \geq \frac{6}{5}$

3) $x \leq 0; y \geq 0$, зн $|6+3x-2y| > 6+3x-2y$

~~4) замена $3x+2y=t$, $|3x|+|2y|=k$~~

~~$k+|6-t|>6$~~

~~$|6-t|>6-k$~~

~~$k\geq 0$ всегда~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №7.

① $f(x) > 0$

$f(ab) = f(a) + f(b)$

$f(p) = p$, p-простое

$f(x/y) < 0 \quad 3 \leq x \leq 19$

$3 \leq y \leq 19$

② для любых простых чисел $3 \leq p \leq 19$

$y = x$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

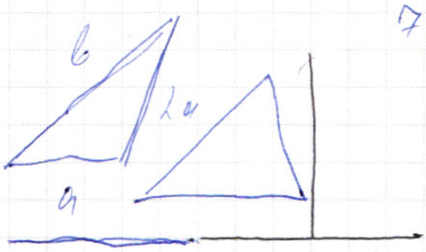
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

$a+b+c=300$

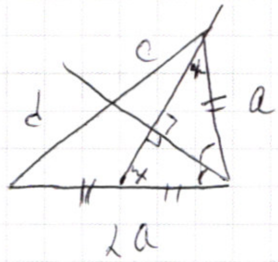
$D = 4+36$

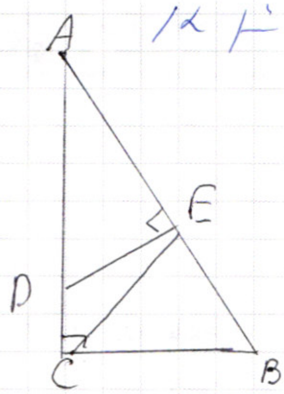
$78 \quad 81$

12



$$\begin{array}{r|l} 78 & 3 \\ -6 & \overline{26} \\ \overline{18} & \end{array}$$





$-36+18$

$b=3$

$a=99$

1

198

$2a$

$3a$

$b=c+d$

$153=1{,}5a$

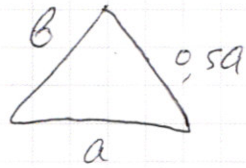
99

$\frac{a}{c}=\frac{2a}{d}$

$306=3a$

$$\begin{cases} 3a-b>0 \\ 2a+b>a \end{cases}$$

$a=102$



$\frac{c}{d}=\frac{1}{2}$

$9<y-x$

$198+102$

$5a>a$

$a=2k$

$150 \cdot 1{,}5=$

$3k+b=300$

$1{,}5a>b$

$15 \cdot 15=225$

$a+b>0{,}5a$

$a+b>2a$

3

$0<b<15$

a

$3a=300-b$

148

$3, 6, 9, 12$

$\times 1{,}5$

$300-b>b$

150

$12:3$ 740

148

$75 \times 3 = 225$

$$\begin{array}{r|l} 297 & 3 \\ & \overline{99} \end{array}$$

$2b<300$

$75+7$

$b<150$

$$\begin{array}{r|l} 147 & 3 \\ -12 & \overline{49} \\ \overline{27} & \end{array}$$

2220

148

149

$a+300-3a>2a$

$$\begin{array}{r|l} 78 & 3 \\ -6 & \overline{26} \\ \overline{1} & \end{array}$$

$300-2a>2a$

$300>4a$

$a<75$

$2a+300-3a>a$

$300-a>a$

Задание №3.

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$y=\sqrt{xy}+2x$

$y=$

$y^2-4xy+4x^2=xy$

$2\sqrt{xy}$

$a=4+9-2-1$

$x=1 \quad y=2 \quad 3+4+16-3-4$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

A

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №1 $AB \cdot AD^2 = 360$

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \le 0$$

$$\frac{(x-1)^2+4-4|x-1|}{4x(x-3)+|x|\cdot|x-3|} \le 0$$

замена $|x-1| = y$

$x(x-3) = z$

$AB \cdot AD \cdot \sin\beta = 30$

$$\frac{y^2-4y+4}{4z+z} \le 0$$

$$\frac{AB \cdot AD \cdot AD}{12} = 30$$

$$\frac{(y-2)^2}{5z} \le 0 \quad , =0 \text{ при } y=2, \quad |x-1| = 2$$

$x = 3$

$x = -1$

но при $x = 3$ $z = 0$ ОДЗ не подх

$$\frac{12 HD}{AD} = \frac{AD}{\sin 90}$$

$12HD = AD^2$

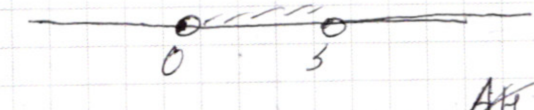
$(|x-1|-2)^2 \ge 0$, зн

$$\frac{AD}{HD} = \frac{12}{AD} \qquad 4x(x-3)+|x|\cdot|x-3| < 0$$

$$\frac{AD}{\sin\beta} = 12 \qquad \text{при } x > 3$$

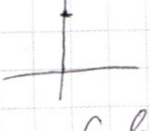
$5x(x-3) < 0$ нет

$$\sin\beta = \frac{AD}{12}$$

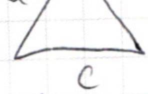


$$\frac{HD}{\sin\beta} = \frac{HD}{AD} \cdot 12$$

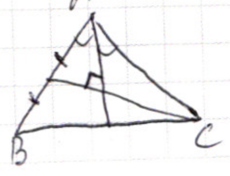
при x



Задание №2.



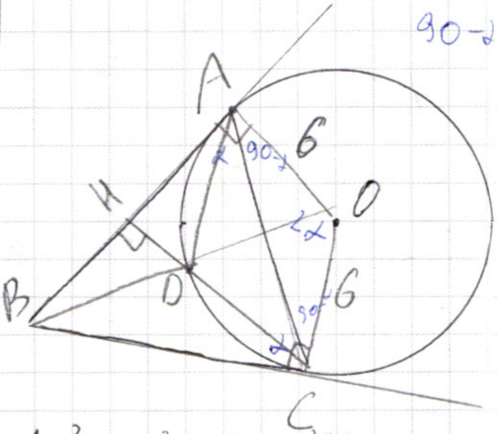
$a+b+c = 300$, $a, b, c \in N$



$$\frac{AD}{HD} = \frac{AC}{AH} \qquad \frac{AD}{HD} = \frac{12}{AD}$$

$$\frac{AC}{AH} = \frac{12}{AD} \qquad AD = \frac{12 \cdot AH}{AC}$$

Задание №4. $AH^2 = HC \cdot HD$



$90-\alpha$

$\frac{1}{2} AB \cdot DH =$

$= 15$

$$DH = \frac{AH^2}{HC}$$

$$AH^2 = AD^2 - HD^2 = \frac{360}{AB} - DH^2$$

$\triangle ABO \sim \triangle AKO$

$$\frac{AO}{OK} = \frac{AB}{AK} = \frac{BO}{AO} \qquad \frac{6}{OK} = \frac{BO}{6}$$

$BO \cdot OK = 36$

$4 \cdot -2 + 2$

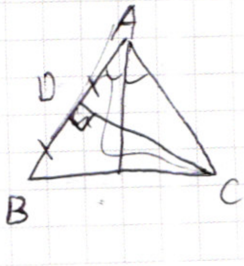
$(BO - OK) BO -$

$$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{HD \cdot CH} \qquad = BO^2 - BO \cdot OK$$

$$\cancel{AH^2} = \frac{HD}{CH} \qquad AB = \frac{30}{DH}$$

$BO^2 - 36$

$AH^2 = HD \cdot CH$



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

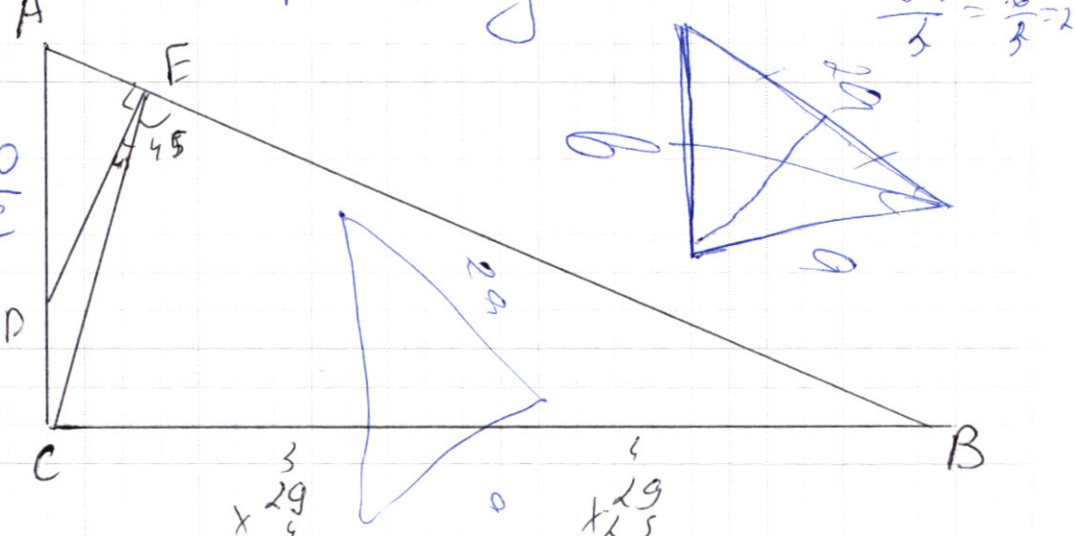
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №5.

$3 < b < 9$

$3\ (2-x)-2y$

$\frac{9-3}{3} = \frac{6}{3} = 2$



$\frac{AB}{HC} = \frac{AO}{AH} = \frac{BO}{AC}$

$\frac{AB}{HC} = \frac{6}{AH} = \frac{BO}{AC}$

$\begin{array}{r} 29 \\ \times\ 4 \\ \hline 116 \end{array}$ $\begin{array}{r} 29 \\ \times\ 25 \\ \hline 145 \\ 58 \\ \hline 725 \\ +116 \\ \hline 841 \end{array}$ | 27

$\frac{6}{5}$ $\frac{30}{25}$

$b < 101$

$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{CH \cdot HD}$

6 $\frac{\cancel{6}}{AH} = \frac{5}{AH}$

$0 < P_{S'H} + X_E$

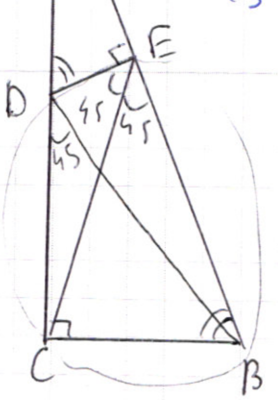
$75 < b < 150$

78

$x \geq P_{S'}$

$29 \cdot 4 + 25 \cdot 29$

$0 < P_{S'} + X$



75 | 3

25

$\frac{AB}{AC} = \frac{AO}{AL} = \frac{BO}{LC}$

$P_{S'} - \geq X$

$\frac{AB}{AC} = \frac{6}{AL} = \frac{BO}{12}$

$P_{H'} \leq X_Y$

$\frac{AB}{AH} = \frac{6}{HD} = \frac{BO}{AD}$

$(P_{H'} + X_E) -$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

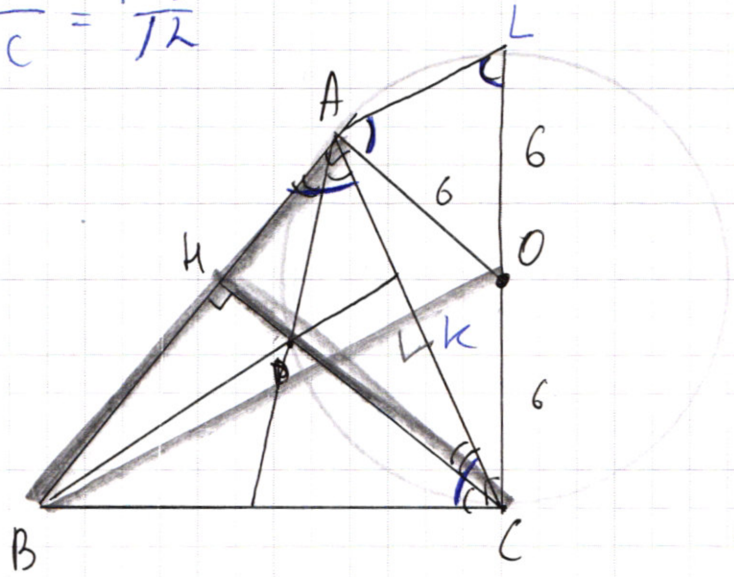
(Нумеровать только чистовики)

$\triangle AHD \sim \triangle ACL$, $13x + ky = t$

$\frac{AH}{AC} = \frac{HD}{AL} = \frac{AD}{12}$

$\frac{AL}{AC} = \frac{6}{AB}$

$\frac{AH}{AC} = \frac{AD}{12}$



$\frac{AL}{AC} = \frac{AO}{AB} = \frac{LO}{BC}$

$AL^2 + AC^2 = 12^2 = 144$

$\triangle HAC \sim \triangle ALC$

$\frac{AH}{AL} = \frac{HC}{AC} = \frac{AC}{LC}$

$\frac{AH}{AL} = \frac{HC}{AC} = \frac{AC}{12}$

$\triangle ABK \sim \triangle ALC$

$= \frac{BK}{AC} = \frac{AB}{12} = \frac{AK}{AL}$

$\frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{12}{\cancel{HC}\ \sin\alpha} =$

$AC^2 = 12HC$

$AH^2 = HC$

$AC^2 = 144 - AL^2$

$\sin\alpha = \frac{AC}{12}$

$144 - AC^2 = 12HC$

$\frac{HC}{AC} \cdot 12 =$

$AC^2 - HC^2 = AH^2$

$\boxed{HC^2 + 12HC + AH^2 - 144 = 0}$

$AC^2 = HC^2 + AH^2$

$144 - HC^2 - AH^2 - 12HC = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)