



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x - 1|}{4x^2 - 12x + |x| \cdot |x - 3|} \leq 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy}, \\ 2y + x^2 = 9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром  $O$  касается прямых  $AB$  и  $BC$  в точках  $A$  и  $C$  соответственно. Высота  $CH$  треугольника  $ABC$  пересекает эту окружность в точках  $S$  и  $D$ . Найдите отношение  $AB : CH$ , если площадь треугольника  $ABD$  равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AC$  и гипотенузе  $AB$  отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно, такие что  $DE \perp AB$ . Найдите отношение  $AD : AC$  и площадь треугольника  $AED$ , если известно, что  $AC = \sqrt{29}$ ,  $BC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$ , а  $\angle CED = 45^\circ$ .

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами  $(x; y)$ , удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6, \\ x^2 - 2x - 3y + y^2 \leq 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция  $f$  определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел  $a$  и  $b$  из этого множества выполнено равенство  $f(ab) = f(a) + f(b)$ , и при этом  $f(p) = p$  для любого простого числа  $p$ . Найдите количество пар натуральных чисел  $(x; y)$  таких, что  $3 \leq x \leq 19$ ,  $3 \leq y \leq 19$  и  $f(x/y) < 0$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x-1|}{4x^2 - 12x + |x| \cdot |x-3|} \leq 0$$

Решим обобщённым методом интервалов.

Нули числителя:

$$x^2 - 2x + 5 - 4|x-1| = 0$$

$$4|x-1| = x^2 - 2x + 5$$

$$|x-1| = \frac{x^2 - 2x + 5}{4}$$

$$x-1 = \frac{x^2 - 2x + 5}{4}$$

$$x = \frac{x^2 - 2x + 5}{4}$$

$$4x = x^2 - 2x + 5$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x=3}$$

$$x-1 = \frac{-x^2 + 2x - 5}{4}$$

$$x = \frac{-x^2 + 2x - 5}{4}$$

$$4x = -x^2 + 2x - 5$$

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$$

Нули знаменателя:

$$4x^2 - 12x + |x| \cdot |x-3| = 0$$

$$|x| \cdot |x-3| = 12x - 4x^2$$

$$|x^2 - 3x| = 12x - 4x^2$$

$$x^2 - 3x = 12x - 4x^2$$

$$5x^2 = 15x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=3}$$

$$x^2 - 3x = 4x^2 - 6x$$

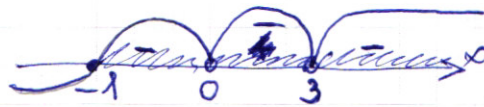
$$3x^2 = 3x \Rightarrow$$

$$\boxed{x=3}$$

Также при  $x=0$

↓

023:  $x \neq 3$   
 $x \neq 0$



Ответ:  $x \in [-1; 0) \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$



### Задача 3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} & (1) \\ 2y + x^2 = 9 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим (1) ур-е:

$$y - 2x = \sqrt{xy} \quad | \cdot 2$$

$$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy \quad (\text{при } xy > 0, \text{ если } xy < 0 \Rightarrow \text{реш. нет.})$$

$$y^2 - 5xy + 4x^2 = 0$$

$$y(y - x) - 4x(y - x) = 0$$

$$(y - 4x)(y - x) = 0$$

$$y - x = 0 \quad \text{или} \quad y - 4x = 0$$

$$y = x \quad (3) \quad \text{или} \quad y = 4x \quad (4)$$

Подставим (3) в (2):

$$2x + x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 + 2x - 9 = 0$$

$$D = 4 + 36 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{2} = -1 \pm \sqrt{10} \Rightarrow x = y = -1 \pm \sqrt{10}$$

Проверим подходят ли корни для (2)-ого ур-я  $x = y = -1 + \sqrt{10}$

$$-1 + \sqrt{10} + 2 - 2\sqrt{10} = \sqrt{(-1 + \sqrt{10})^2} \quad \text{т.к. } (-1 + \sqrt{10})^2 > 0 \quad (\text{т.к. } \sqrt{10} > 0) \quad \text{реш. есть.}$$

$$-1 - \sqrt{10} = -1 + \sqrt{10} \quad (\text{X})$$

Проверим для  $x = y = -1 - \sqrt{10}$

$$-1 - \sqrt{10} + 2 + 2\sqrt{10} \neq \sqrt{(-1 - \sqrt{10})^2} \quad \text{т.к. } \sqrt{10} > 0$$

$$-1 + \sqrt{10} \neq -1 - \sqrt{10} \Rightarrow \text{реш. нет. (X)}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Получим (1) & (2):

$$8x + x^2 = 9$$

$$x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$D = 64 + 36 = 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 10}{2} \begin{cases} -9 \\ 1 \end{cases}$$

Проверка:

При  $x = 1 \Rightarrow y = 4$

ур-е 1:  $4 - 2 = \sqrt{4}$   
 $4 - 2 = 2$  ✓  
 $2 = 2$

ур-е 2:  $8 + 1 = 9$  ✓

При  $x = -9; y = -36$

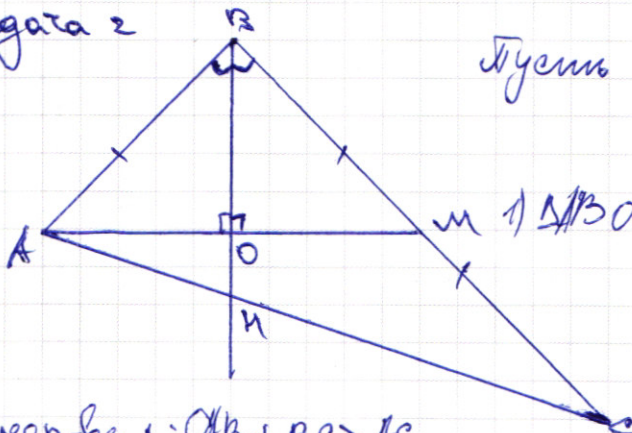
$$-36 + 18 = \sqrt{36 \cdot 8}$$

$$\Rightarrow -18 = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

$$-18 = 18 \text{ ✗}$$

Ответ:  $x = 1; y = 4$ .

Задача 2



Пусть в  $\triangle ABC$ :  $AM$  - медиана  $\Rightarrow BM = MC$   
 $BH$  - высота  
и по усл.  $BH \perp AM = O$

1)  $\triangle ABO = \triangle MBO$  (т.к.  $BO$  - общ.  
 $\angle ABO = \angle MBO$  (т.к.  $BH$  - выс.)  
 $\angle AOB = \angle MOB$  (верт.)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow AB = BM$ .

2) т.к.  $AB = BM$  и  $BM = MC$  (AM - мед.)  
 $BC = BM + MC$   
 $\Rightarrow BC = 2AB \Rightarrow$  если  $AB = x \Rightarrow BC = 2x$

3) по нерав-ву  $\triangle$ :  
 $\begin{cases} AB + BC > AC \\ BC + AC > AB \\ AC + AB > BC \end{cases}$



4) из п. 2 и 3:

$$\begin{cases} x + 2x > AC & (1) \\ 2x + AC > x & (2) \\ x + AC > 2x & (3) \end{cases}$$

из (3):  $AC > x$ ,  $\Rightarrow 3x > AC > x$  (\*)  
из (1):  $AC < 3x$

5) по усл  $AB + BC + AC = 300 \Rightarrow 3x + AC = 300 \Rightarrow AC = 300 - 3x$

6) Пусть  $AC = y$   
при  $x = 50 \Rightarrow 3x = 150; y = 300 - 150 = 150 \Rightarrow y = 3x$  - не ур (\*)

~~при  $x = 44 \Rightarrow 3x = 132; y = 300 -$~~

при  $x = 51 \Rightarrow 3x = 153; y = 300 - 153 = 147 \Rightarrow y < 3x$   
 $x < y$  ✓

при  $x = 75 \Rightarrow 3x = 225; y = 300 - 225 = 75 \Rightarrow y = x$ , - не ур  $x < y$  (\*)

при  $x = 74 \Rightarrow 3x = 222; y = 300 - 222 = 78 \Rightarrow y > x$   
 $3x \geq y$  ✓  
 $x \in [51; 74]$

7)  $\begin{cases} AB = x \\ BC = 2x \\ AC = 300 - 3x \end{cases} \Rightarrow$  всё зависит от  $x$ , а  $x \in [51; 74]$   
 $x$  - только целое по усл.

$\Rightarrow x$  может принимать 24 значения  $\Rightarrow$

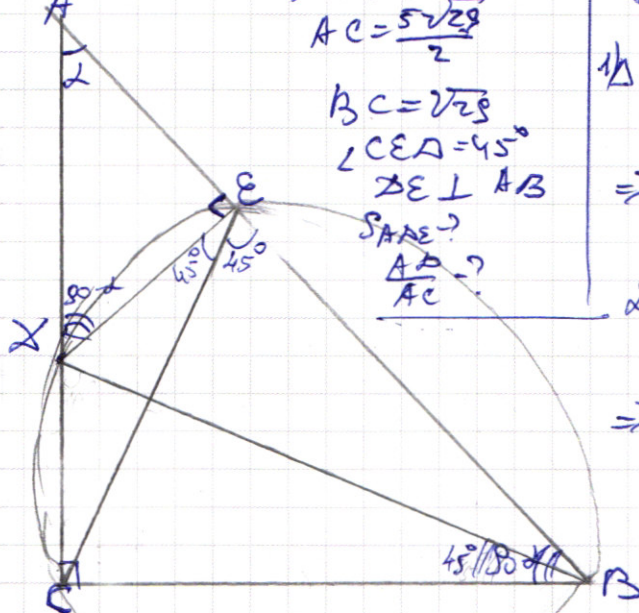
$\Rightarrow$  24 возможных  $\Delta$ .

Ответ: 24.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5



Дано:  
 $AC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$

$BC = \sqrt{29}$

$\angle CED = 45^\circ$

$DE \perp AB$

$S_{AAE} = ?$

$\frac{AD}{AC} = ?$

Решение:

$\triangle ADE \sim \triangle ACB$  (с.а.о.  $\angle A$  - общ,  $\angle AED = \angle ACB = 90^\circ$ )

$\Rightarrow \frac{AE}{CA} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

1)  $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{AC}{BC} = \frac{\frac{5\sqrt{29}}{2}}{\sqrt{29}} = \frac{5 \cdot \sqrt{29}}{2 \cdot \sqrt{29}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{5}{2}$

3) по т. Пифагора для  $\triangle ABC$ :

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

~~$AB^2 = \frac{25 \cdot 29}{4} + 29$~~

$AB^2 = \frac{25 \cdot 29}{4} + 29$

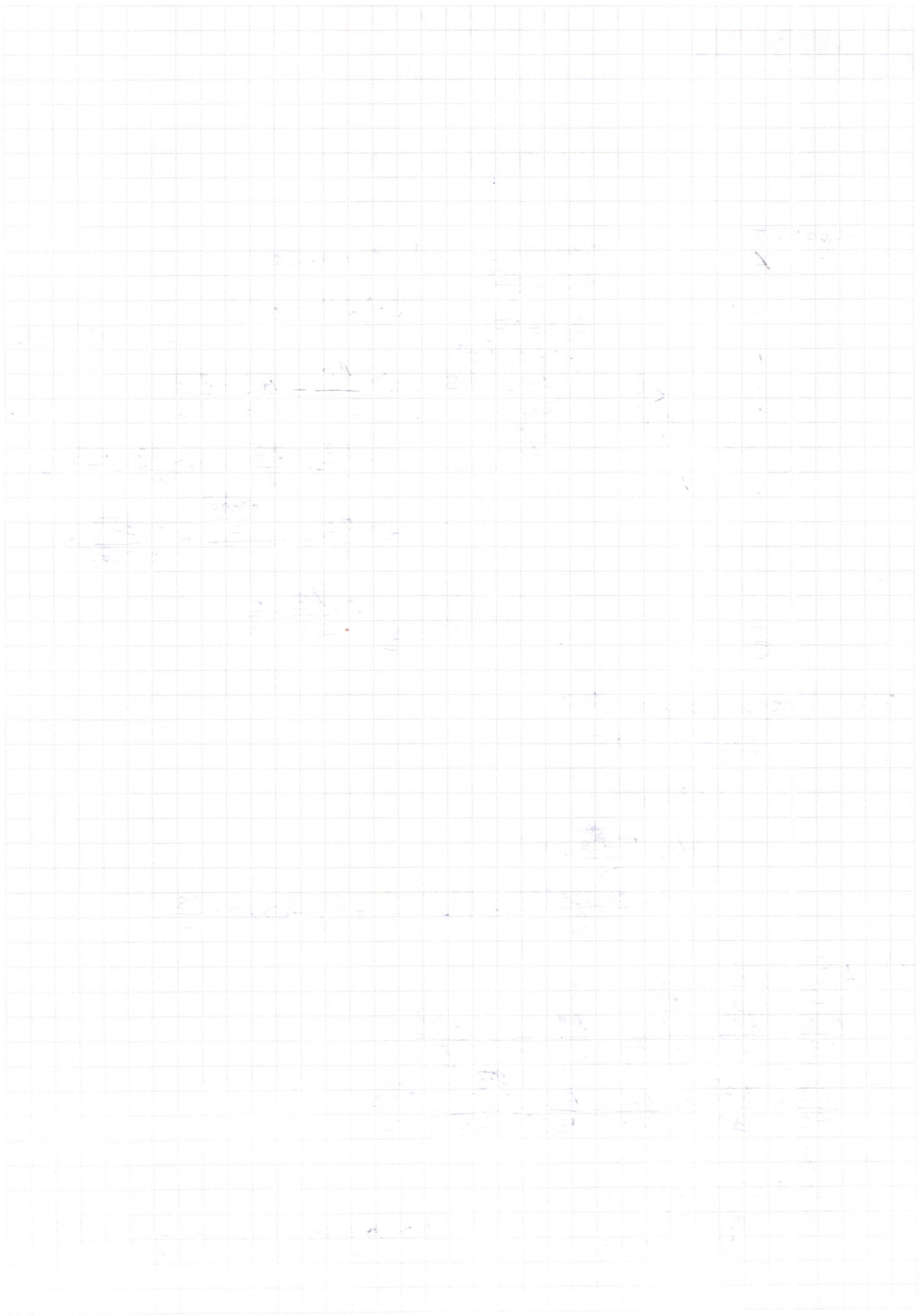
$AB^2 = \frac{25 \cdot 29 + 29 \cdot 4}{4} = \frac{29(25+4)}{4} = \frac{29 \cdot 29}{4} \Rightarrow AB = \frac{29}{2}$

4)  $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{\frac{29}{2}}{\frac{5\sqrt{29}}{2}} = \frac{29 \cdot 2}{2 \cdot 5\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{29}}{5}$

5)  $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{AB}{BC} = \frac{\frac{29}{2}}{\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{29}}{2}$

6)  $\angle BEC = 90^\circ$  и  $\angle CED = 45^\circ$   
 $\angle DEC = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

7) Т.к.  $\angle DEC + \angle ECB = 90^\circ - 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$   
 $\angle DEC + \angle ECB = 180^\circ \Rightarrow D, C, B, E$  - впис. кр. с  $\angle C = 90^\circ$ , где точки  $D, C, B, E$  - принадлежат окружности.



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

8) Проверим  $\Delta B$ ;

9)  $\angle ABC$  и  $\angle AEC$  опираются на  $AC \Rightarrow$  они равны  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \angle AEC = 45^\circ \Rightarrow \angle ABC = 45^\circ$$

10)  $\angle ECB$  и  $\angle CAB$  опираются на  $BC \Rightarrow$  они равны  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \angle ECB (\text{ио н.с}) = 45^\circ \Rightarrow \angle CAB = 45^\circ$$

11) Рассмотрим  $\Delta ACB$ :  $\angle CAB = \angle ABC = 45^\circ \Rightarrow \Delta ACB \text{ п.н.} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cancel{AC} = BC$$

12)  $AC = AD + DC$ , т.к.  $DC = BC$  (п.11)  $\Rightarrow AC = AD + BC \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow AD = AC - BC = \frac{5\sqrt{29}}{2} - \sqrt{29} = \frac{5\sqrt{29} - 2\sqrt{29}}{2} = \frac{3\sqrt{29}}{2}$$

$$13) \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{3\sqrt{29}}{2}}{\frac{5\sqrt{29}}{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{29} \cdot 2}{2 \cdot 5\sqrt{29}} = \frac{3}{5};$$

14) ~~.....~~

$$\frac{AD}{AE} = \frac{\sqrt{29}}{5} \Rightarrow \cancel{AD} = \frac{5 \cdot AD}{\sqrt{29}} \Leftrightarrow AE = \frac{5 \cdot AD}{\sqrt{29}} \Leftrightarrow$$

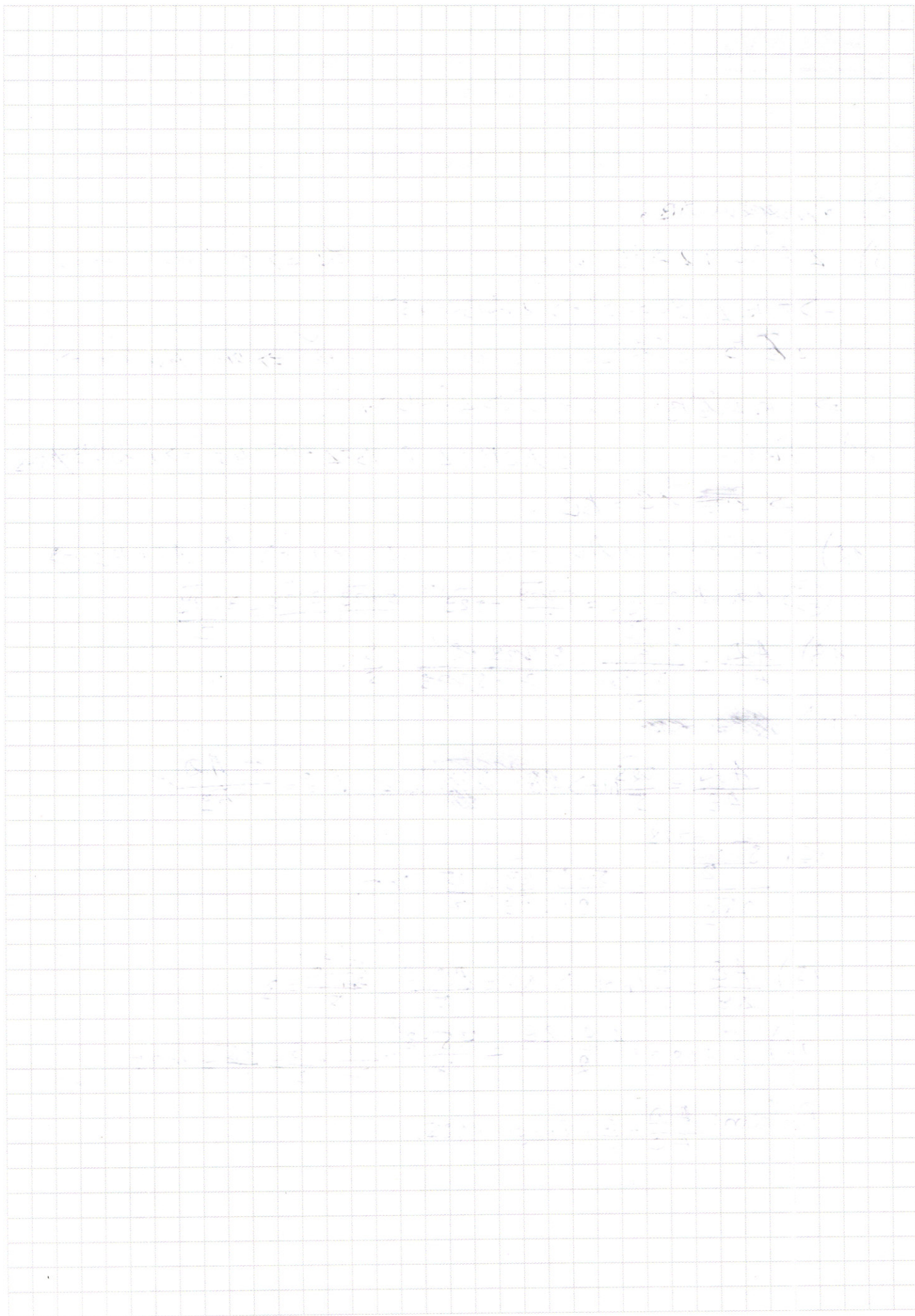
$$\Leftrightarrow \frac{5 \cdot \frac{3\sqrt{29}}{2}}{\sqrt{29}} = \frac{5 \cdot 3\sqrt{29}}{2 \cdot \sqrt{29}} = \frac{15}{2} = 7,5.$$

$$15) \frac{AE}{DE} = \frac{5}{2} \text{ (п.2)} \Rightarrow DE = \frac{AE \cdot 2}{5} = \frac{15 \cdot 2}{5} = 3$$

$$16) S_{ADE} = \frac{AE \cdot DE}{2} = \frac{7,5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{45}{4} = 11,25$$

Ответ:  $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$ ;  $S_{ADE} = 11,25$ .





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^2 - 12x + |x^2 - 3x| = 0$$

~~$$(x^2 - 3x) + |x^2 - 3x| = 0$$~~

~~$$|x^2 - 3x| = 12x - 4x^2$$~~

~~$$x^2 - 3x = 12x - 4x^2$$~~

~~$$5x^2 - 3x - 12x = 0$$~~

~~$$x = 9 + 240$$~~

~~$$9 + 4 \cdot 5 \cdot 12 = 249$$~~

~~$$5x^2 - 15x = 0$$~~

~~$$x^2 - 3x = 12x - 4x^2$$~~

~~$$5x^2 - 15x = 0$$~~

~~$$5x^2 = 15x$$~~

~~$$x^2 = 3x$$~~

~~$$x = 3$$~~

~~$$x^2 - 3x = 4x^2 - 12x$$~~

~~$$3x^2 = 9x$$~~

~~$$x(x-3) = 4x(x-3)$$~~

~~$$x^2 - 3x = 4x^2 - 12x$$~~

~~$$3x^2 = 9x$$~~

~~$$x = 3$$~~

~~$$x^2 - 3x = 12x$$~~

~~$$4x^2 - 12x + |x^2 - 3x| = 0$$~~

~~$$|x^2 - 3x| = 12x - 4x^2$$~~

~~$$x^2 - 3x = 12x - 4x^2$$~~

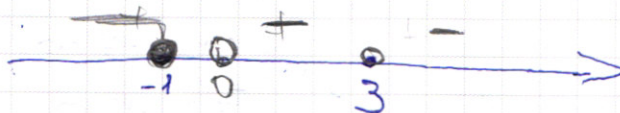
~~$$5x^2 = 15x$$~~

~~$$x = 3$$~~

~~$$x^2 - 3x = 4x^2 - 12x$$~~

~~$$3x^2 = 9x$$~~

~~$$x = 3$$~~



Ответ:  $x \in [-1; 0) \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$



$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \\ x = 9 - 2y \end{cases}$$

$$\frac{2y + x^2}{y - 2x} = \frac{9}{\sqrt{xy}}$$

$$(2y + x^2)\sqrt{xy} = 9y - 18x$$

$$2y\sqrt{yx} + x^2\sqrt{xy} = 9y - 18x$$

$$2y(y - 2x) + x^2 \cdot (y - 2x) = 9y - 18x$$

$$2y^2 - 4xy + x^2y - 2x^3 = 9y - 18x$$

$$2x + x^2 = 9 = 0$$

$$x = 4 + 36 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} < \begin{matrix} -1 + \sqrt{10} \\ -1 - \sqrt{10} \end{matrix}$$

$$8x + x^2 = 9$$

$$x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$x = 64 + 36 = 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 10}{2}$$

не упр. в.к.  $xy \neq 0$

$$\begin{pmatrix} x - 9 \\ x - 1 \end{pmatrix} \text{ (1)}$$

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$$

$$y + \frac{x^2}{2} = 4,5$$

$$4 - 2 = 2$$

$$(y - 2x)^2 = xy$$

$$(y - 2x)^2 = xy$$

$$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy$$

$$y^2 - 2xy + 4x^2 = xy$$

$$y^2 - 5xy + 4x^2 = 0$$

$$y = 5xy + 4(9 - 2y) = 0$$

$$y^2 - 5xy + 36 - 8y = 0$$

$$y^2 - 8y + 36 = 5xy$$

$y - 2x$

$$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy$$

$$y^2 - 5xy + 4x^2 = 0$$

$$y^2 - xy + 4x^2 - 4xy = 0$$

$$y(y - x) - 4x(y - x) = 0$$

$$(y - x)(y - 4x) = 0$$

~~$$8y + x^2 = 9$$~~

~~$$(2y + x^2)(y - 2x) = 9\sqrt{xy}$$~~

~~$$2y^2 - 4xy + x^2y - 2x^3 = 9\sqrt{xy}$$~~

~~$$\begin{cases} y - x = 0 \\ y = x \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} y = 4x \\ \frac{y}{x} = 4 \end{cases}$$~~

~~$$2x + x^2 - 9 = 0$$~~

~~$$x^2 + 2x - 9 = 0$$~~

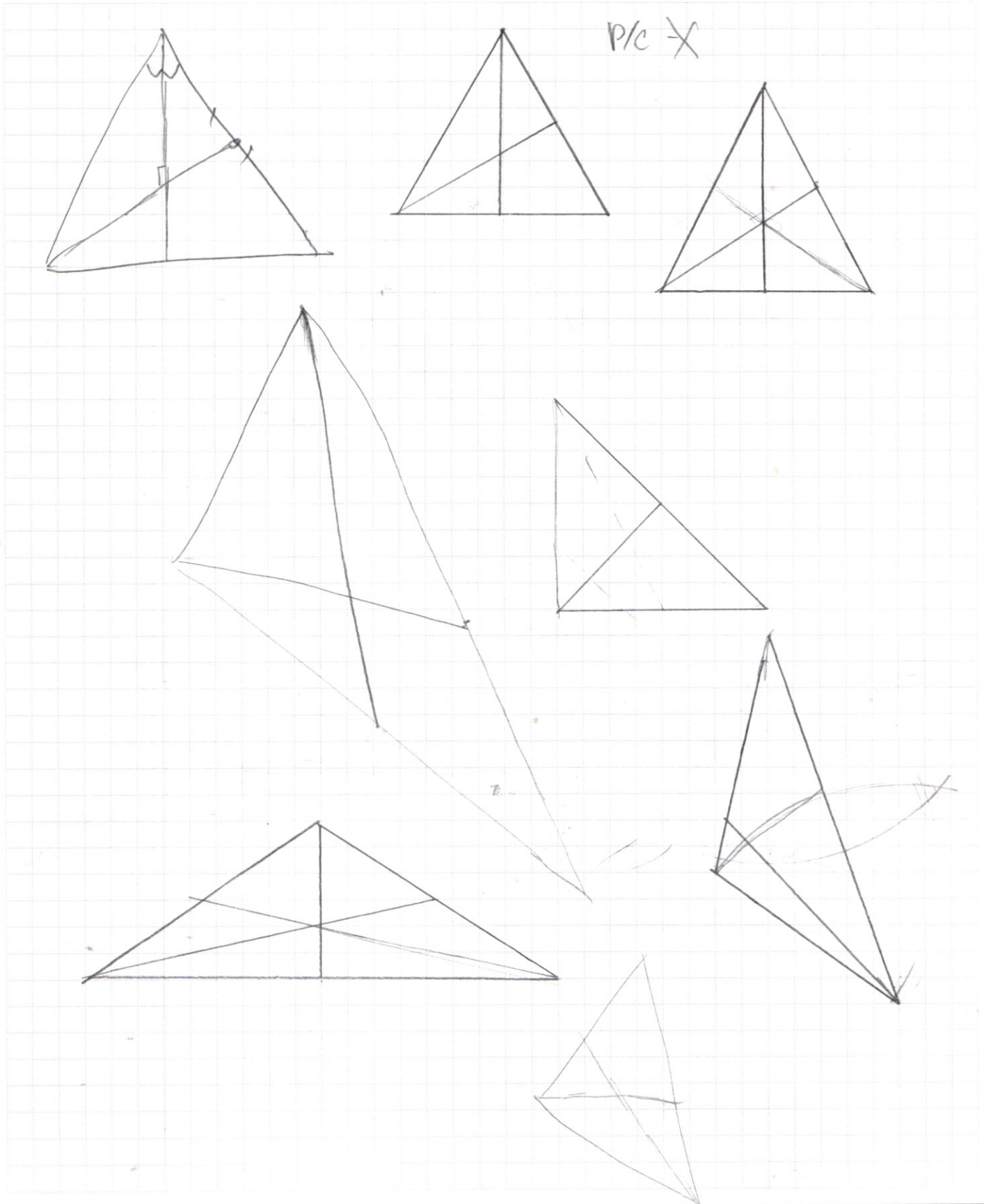
~~$$x = 4 + 36 =$$~~

~~$$y - 2x = x$$~~

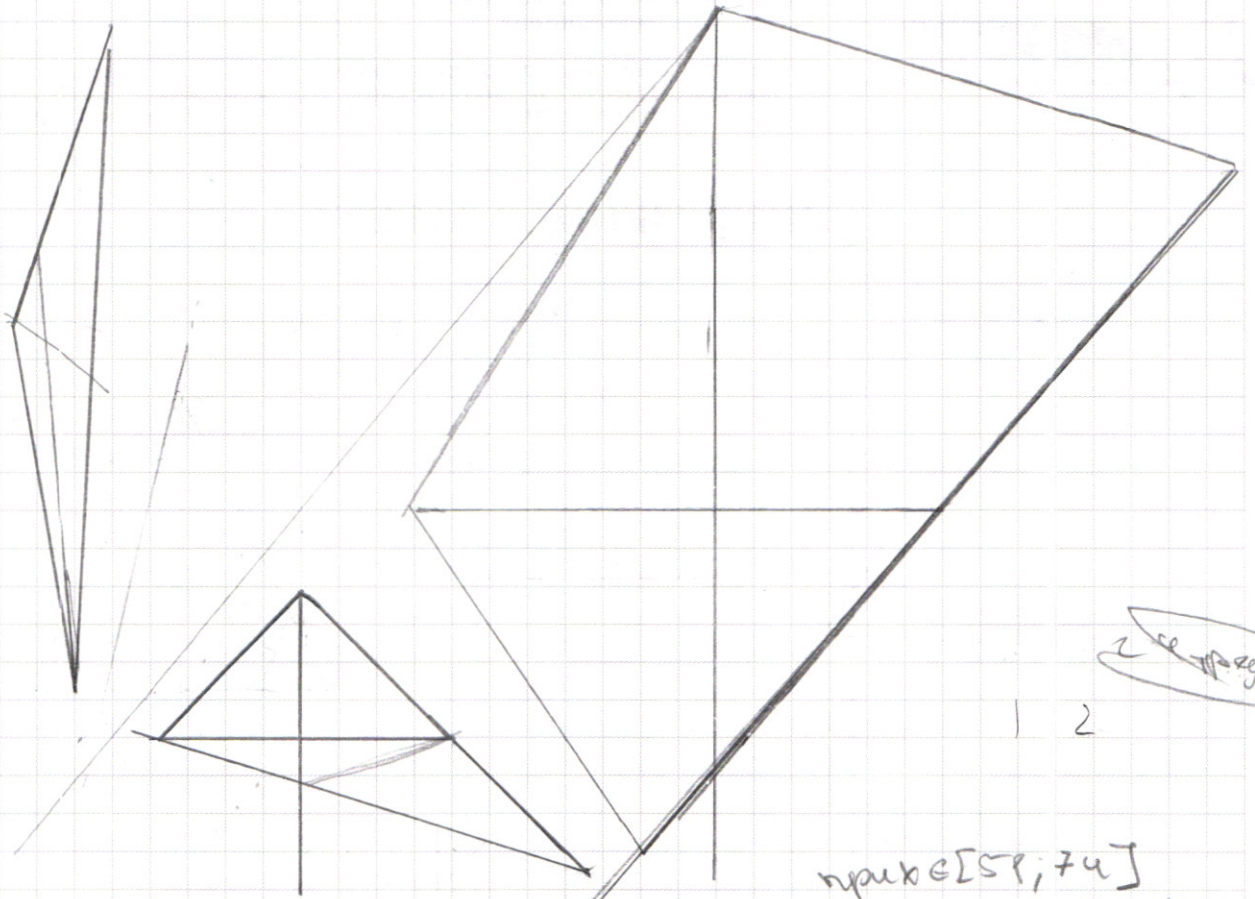
~~$$x = 2x$$~~

~~$$4x - 2x = 2$$~~

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА







2 стороны равны

1 2

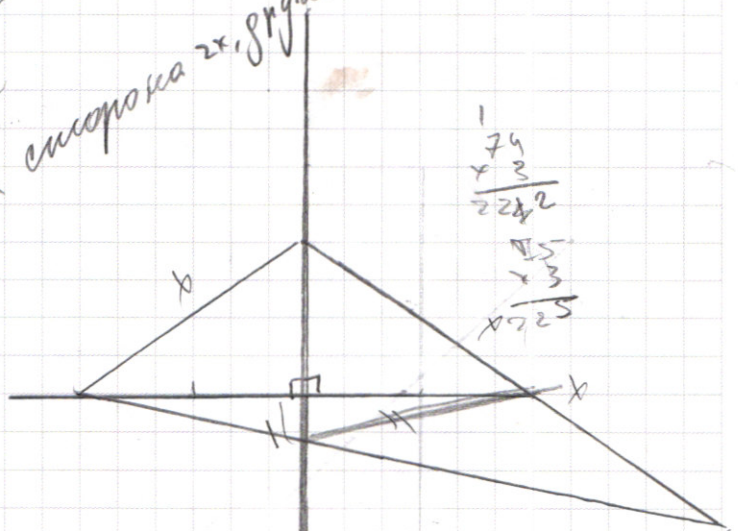
при  $x \in [57, 74]$

1) одна сторона  $2x$ , другая  $x$

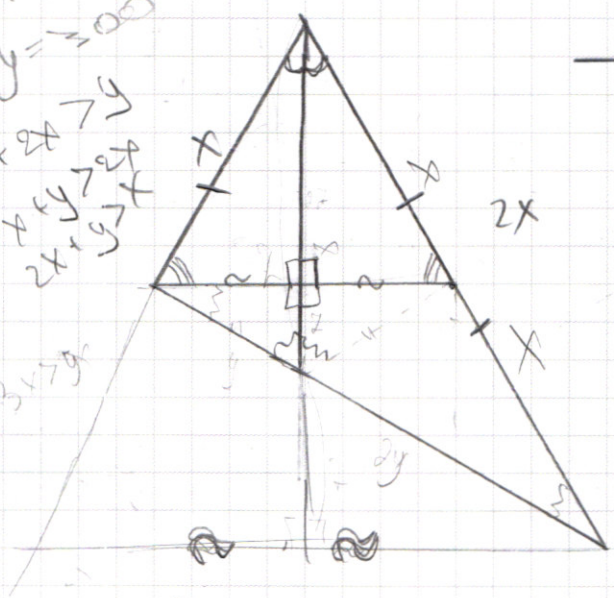
$2x + y = 200$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 74 \\ \times 3 \\ \hline 222 \\ 222 \\ \hline 444 \end{array}$$

$x + y > 200$   
 $3x + y > 200$   
 $3x + y = 200$   
 $x + y > 200$   
 $2x + y > 200$



$x = 70 \Rightarrow$   
 $x = 75 \Rightarrow 3x =$   
 $3x = 153$   
 $x = 51$



$2x > y$   
 $y > x$   
 $x + y = 200$

$$\begin{array}{r} 200 \\ \times 3 \\ \hline 600 \\ 200 \\ \hline 800 \end{array}$$

$240 > y = 60$   
 $x = 80$

$x = 99 \Rightarrow 3x = 297$   
 $y = 3$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{AD}{DE} = \frac{25 \cdot \sqrt{29}}{4}$$

$$\frac{AE}{DE} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB}$$

$$AD^2 = AC^2 + AE^2 \quad | : AE^2$$

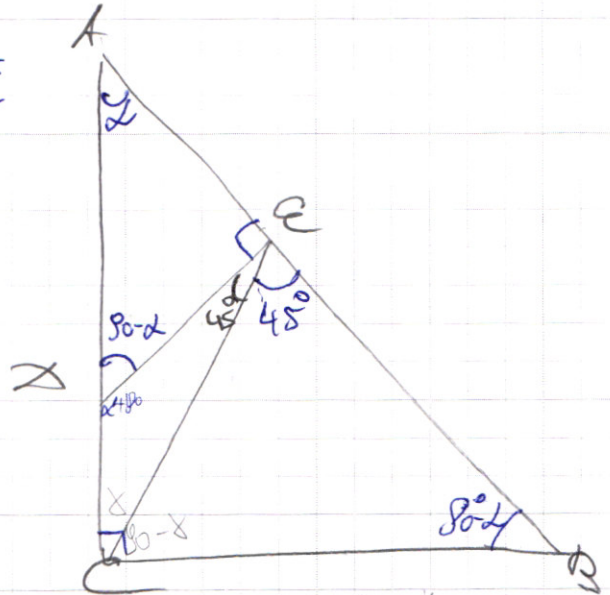
$$\frac{AD^2}{AE^2} = \frac{AC^2}{AE^2} + 1$$

~~$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AE} + 1$$~~

~~$$\frac{AD^2}{AE^2} = \frac{DE^2}{AE^2} + 1$$~~

~~$$\frac{AD}{AE} = \frac{DE}{AE} + 1$$~~

~~$$\frac{AD}{AE} = 1 \frac{2}{5}$$~~



$$135 = 90 - \alpha + 90 - \alpha$$

$$-45 = -\alpha + \alpha$$

$$180 - \alpha$$

$$135 = 90 - \alpha + 90 - \alpha$$

$$\alpha + \alpha = 45$$

~~$$\frac{AD}{DE} = \frac{25 \cdot \sqrt{29}}{4}$$~~

~~$$\frac{AE}{DE} = \frac{5}{2}$$~~

~~$$\frac{AD}{AE} = \frac{5 \cdot \sqrt{29}}{2}$$~~

$$\frac{25 \sqrt{4}}{4 \cdot 11,025} = \frac{10}{20}$$

~~$$90 - \alpha = 45$$~~

$$AD = \frac{5 \cdot \sqrt{29}}{2} \cdot AE$$

~~$$\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AE} = \frac{25 \cdot 29}{4}$$~~

~~$$\frac{25 \cdot 29 \cdot 2}{4 \cdot 8 \cdot \sqrt{29}}$$~~

~~$$\frac{4 \cdot 574}{4 \cdot 59}$$~~

$$\frac{AD}{AE} = AC \Rightarrow AD = AC \cdot AE$$

$$\frac{5 \sqrt{29}}{2}$$



$$AB + BC > AC$$

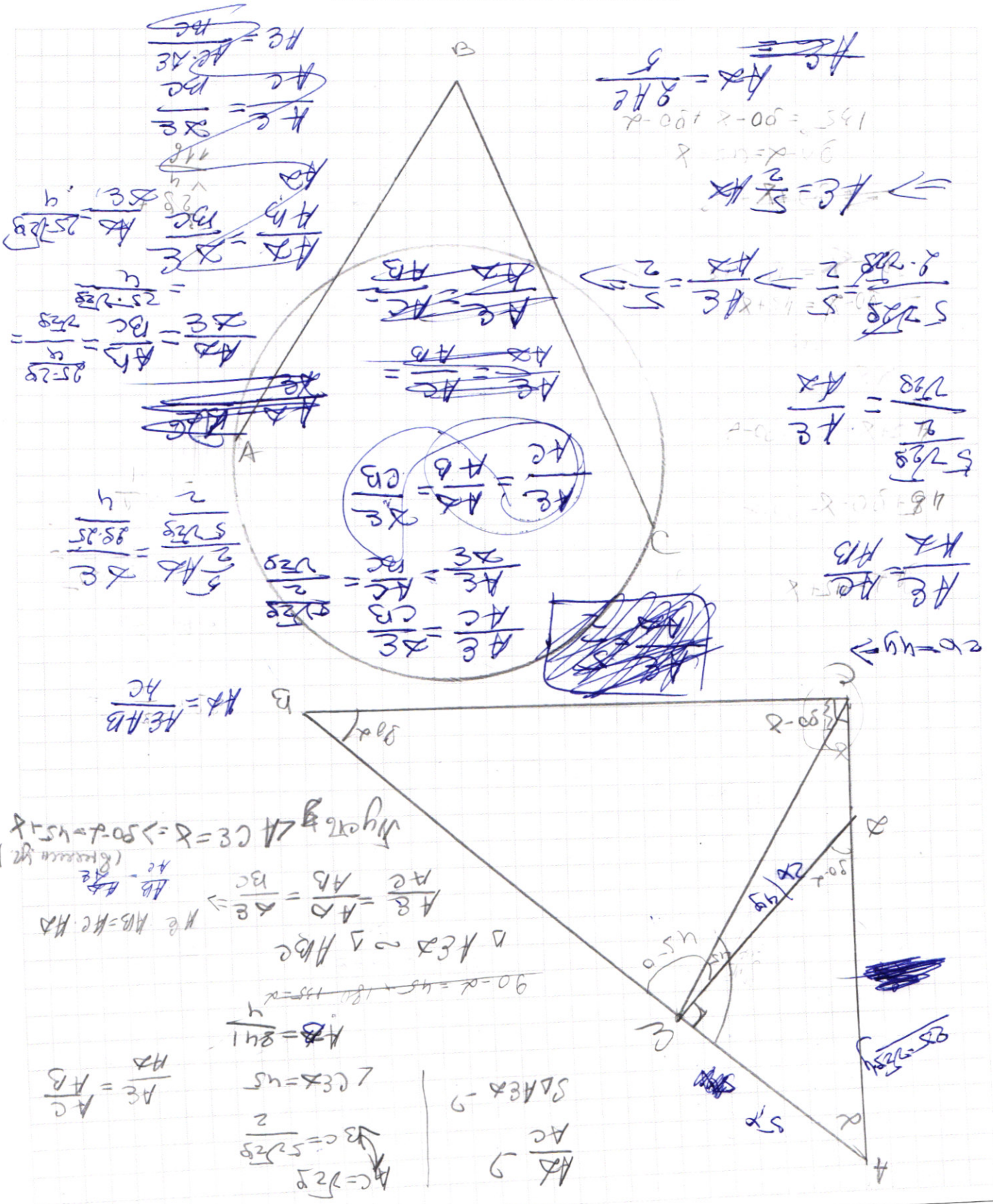
$$BC + AC > AB$$

$$AC + AB > BC$$

$$AB = X$$

$$BC = 2X$$

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**





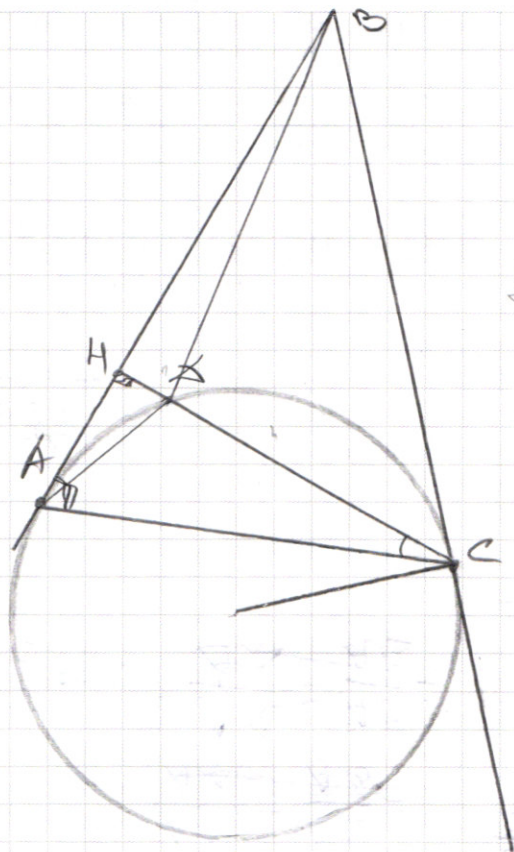
~~$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin \alpha$$~~

$$\Rightarrow AB = \frac{15}{\sin \alpha}$$

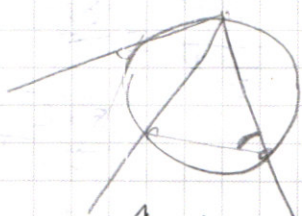
$$S_{AB\alpha} = h \cdot AB$$

$$S_{ABC} = CH \cdot AB$$

$$S_{ABC} = \frac{CH \cdot AB}{h}$$



~~CH = h~~

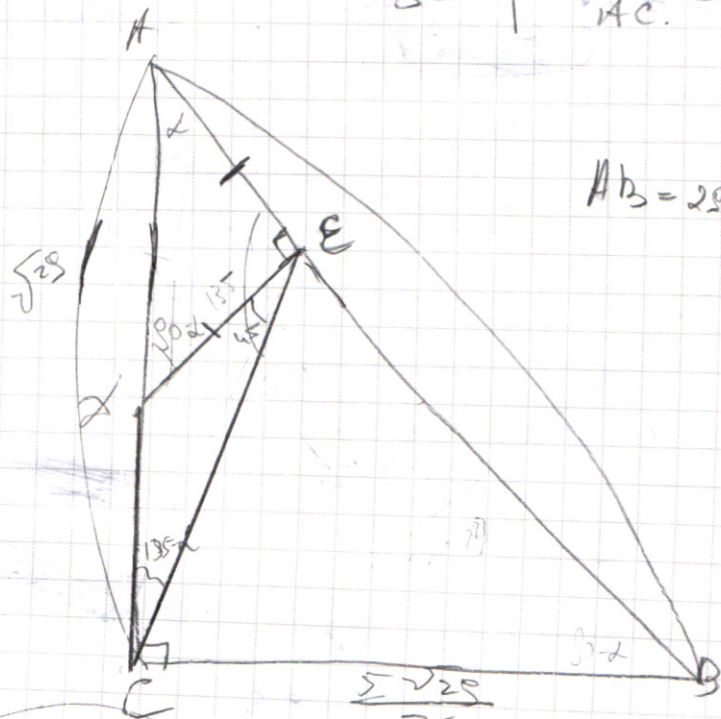


$$\triangle A \chi E \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{A \chi}{AB} = \frac{\chi E}{BC}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{\chi E}{BC}$$

$$\frac{\chi}{AC} = \frac{\chi}{BC} \Rightarrow \chi AC = \chi BC \Rightarrow AC = BC$$



$$AB = 29^2 + \frac{25 \cdot 29}{4} =$$

$$\frac{29^2 \cdot 4 + 25 \cdot 29}{4} = \frac{725}{4}$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 25 \\ \times 29 \\ \hline 225 \\ 50 \\ \hline 725 \end{array} \Bigg| \begin{array}{l} 4 \\ 18 \\ 1 \end{array}$$

$$\beta = 135^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ$$

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № \_\_\_\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$16 \times 8 + 5 + 4 \cdot 3$

$16 + 8 + 5 - 4 \cdot 4$

4-?

$x^2 - 2x + 5 - 4|x-1| \leq 0$

$4x^2 - 12x + 18 - 4|x-1| - 31$

$16 + 24$

$x^2 - 2x + 5 - 4|x-1|$

$x^2 = 2x + 1 + 4 + 4|x-1|$

$(x-1)^2 + 4 - 4|x-1|$

$4x(x-3) + 18 - 31$

$(x-1)^2 + 4 - 4|x-1| = 0$

$(x-1)^2 = 4|x-1|$

$|x-1|^2 - 4|x-1| + 4 = 0$

$(x-1)^2 = 4|x-1|$

$(x-1)^2 + 16 = 4$

$(x-1)^2 - 12 = 0$

$x^2 - 2x - 11 = 0$

$\Delta = 4 + 44 = 48$

~~$4x^2 - 12x + 18 - 31$~~

$|x||x-3| = 12x - 4x^2$

$|x||x-3| = 12x - 4x^2$

$1 \cdot 2 = -4 \cdot 1 - 1 \cdot 2$

$x^2 \cdot (x-3)^2 = -16x^2(x-3)^2$

$4x^2 - 12x + 18 - 31 = 0$

$4x|x-3| + 18 - 31 = 0$

$|x||x-3| = 0$

$x^2 - 2x = 0$

$1+3=3$

~~$x^2 - 2x + 5 - 4|x-1| = 0$~~

$x^2 - 2x + 5 = 4|x-1|$

$|x-1| = \frac{x^2 - 2x + 5}{4}$

$x-1 = \frac{x^2 - 2x + 5}{4}$

$x-1 = \frac{x^2 - 2x + 5}{4}$

$x = \frac{x^2 - 2x + 5}{4}$

$x = \frac{-x^2 + 2x - 1}{4}$

$4x + 18 = 0$

$4+1$

$-4+1=0$

$|x|(4+1)=0$

$1 \cdot 5 = 0$

$x(4+1)=5$

~~$x^2 - 2x + 5$~~

$4x = x^2 - 2x + 5$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$(x-3)^2 = 0$

$x=3$

$4x = -x^2 + 2x - 1$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

~~$x^2 + 2x + 1 = 0$~~

$x = -1$



$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 54x - 81 &= 0 \\ 1 - 6 + 2 + 54 - 81 &= 0 \\ 16 - 24 + 8 + 108 - 81 &= 0 \end{aligned}$$

$$3y + x^2 - 2x = 9 + \sqrt{xy}$$

$$+ 81 = 108 \quad \frac{4}{\frac{27}{162}}$$

$$y = \frac{9 - x^2}{2}$$

$$81 - 6 \cdot 27 + 18 + 162 - 81$$

$$\frac{9 - x^2}{2} - 2x \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{x(9 - x^2)}{2}}$$

$$\frac{1}{\frac{162}{243}}$$

$$8 + 16 + 162$$

$$\frac{-x^2 - 4x + 9}{2} = \sqrt{\frac{x(9 - x^2)}{2}}$$

$$\left( \frac{-x^2 - 4x + 9}{2} \right)^2 = \frac{x(9 - x^2)}{2}$$

$$\frac{(-x^2 - 4x + 9)^2}{4} = \frac{x(9 - x^2)}{2}$$

Пусть  $9 - x^2 = t$

$$2(-x^2 - 4x + 9)^2 = 4x(9 - x^2)$$

$$(-x^2 - 4x + 9)^2 = 2x(9 - x^2)$$

~~$$(-x^2 - 4x + 9)^2 = 18x - 4x^2$$~~

$$(t - 4x)^2 = 2x \cdot t$$

$$t^2 - 4xt + 16x^2 = 2xt$$

$$t^2 - 6xt + 16x^2 = 0$$

$$(9 - x^2) - 6x(9 - x^2) + 16x^2 = 0$$

$$81 - 18x^2 - x^4 - 54x + 6x^3 + 16x^2 = 0$$

$$x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 54x - 81 = 0$$