МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED = 30°$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leq 0$$

Запишем область допустимых значений: знаменатель не равен 0, т.е. $2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|\neq 0 \Rightarrow 2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|$ либо равно $x(x-2)$ либо равно $3x(x-2)$, то есть $x\neq 2$ и $x\neq 0$ в любом случае. При остальных x знаменатель в 0 не обращается.

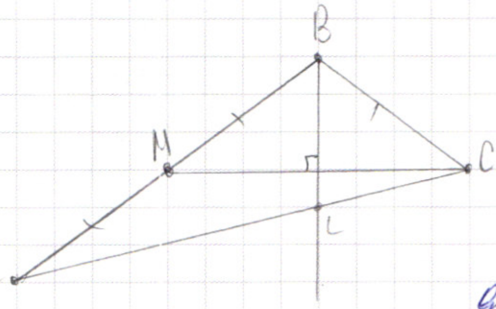
$$\frac{(x-3)^2+1-2|x-3|}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|}\leq 0,\quad \frac{(|x-3|)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|}\leq 0,\quad \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|}\leq 0$$

В числителе квадрат $\Rightarrow$ он либо 0 при $|x-3|=1$, то есть $x=4$ (или $x=2$, но $x=2$ не входит в ОДЗ) либо числитель всегда положителен. Тогда при $x\neq 4$ необходимо, чтобы знаменатель был отрицателен, то есть $2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|<0$, при $x(x-2)>0$ $2x(x-2)>0$ и $|x|\cdot|x-2|>0 \Rightarrow$ неравенство не выполняется, при $x(x-2)<0$ $2x(x-2)+|x||x-2|=x(x-2)$, то есть $2x(x-2)+|x||x-2|<0$ ($x\neq 0$ и $x\neq 2$ поэтому все случаи разобраны)

$x(x-2)<0$ ~~значит~~ $x\in(0;2)$.

Ответ: $x\in(0;2)\cup\{4\}$.

№ 2



Рассмотрим $\triangle ABC$ в котором биссектриса $BL \perp$ медиане CM. Тогда в нём в $\triangle MBC$ высота и медиана BL (луч BL) совпадают $\Rightarrow$ он равнобедренный и $BM = BC$.

$BM = MA \Rightarrow BC = \frac{1}{2}AB$. Тогда, условие того, что одна из сторон треугольника в два раза меньше другой является необходимым для того, чтобы биссектриса была перпендикулярна одной из медиан. (Понятно, что рассмотрены все случаи, ведь биссектриса не может быть перпендикулярна медиане выходящей из той же вершины что она, иначе угол треугольника больше $180°$). Рассмотрим теперь $\triangle ABC$ в котором $BC = \frac{1}{2}AB$. Проведём в нём медиану CM и биссектрису BL. Тогда $BM = \frac{1}{2}AB = BC \Rightarrow \triangle MBC$ — равнобедренный. Биссектриса в равнобедренном треугольнике перпендикулярна основанию $\Rightarrow BL \perp CM$.
То есть одна сторона треугольника в 2 раза меньше другой является необходимым и достаточным условием того, что биссектриса и медиана перпендикулярны.

Посчитаем количество треугольников, обладающих таким свойством, что длина одной из их сторон x, длина другой $2x$, а периметр 600. Тогда длина третьей стороны $600 - 3x$. Запишем неравенство треугольника:

$$\begin{cases} x + 2x > 600 - 3x \\ x + (600 - 3x) > 2x \\ 2x + (600 - 3x) > x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x > 600 \\ 600 > 4x \\ 600 > 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 100 \\ x < 150 \end{cases}$$

Заметим, что при любом натуральном x являю-

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

щемся решением $100<x<150$ стороны треугольника $2X$ и $600-3X$ задаются единственным образом, треугольник из отрезков с такими длинами составить можно, ведь x удовлетворяет $\begin{cases} x+2X>600-3X \\ X+(600-3X)>2X \\ 2X+(600-3X)>X \end{cases}$ причем все величины натуральны.

Каждый треугольник стороны которого представимы в виде X, $2X$ и $600-3X$, где ~~...~~ $100<x<150$ посчитан ровно один раз, ведь нет треугольника со сторонами $X, 2X, 4X$ (по неравенству треугольника такое невозможно.

Итого ответ 49 (натуральные числа от 101 до 149).

Ответ: 49.

№3

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

Решим первое уравнение

$x-2y=\sqrt{xy}$. Возведём в квадрат:

$x^2+4y^2-4xy=xy$

$x^2+4y^2-5xy=0$. Поделим на y^2.

$\left(\frac{x}{y}\right)^2+4-5\left(\frac{x}{y}\right)=0$. Решим квадратное уравнение относительно $\frac{x}{y}$

$$\left[\begin{array}{l} 1)\ \frac{x}{y}=4 \Rightarrow x=4y \text{, причём } 4y-2y=\sqrt{4y^2} \Rightarrow y\geq 0 \\ 2)\ \frac{x}{y}=1 \Rightarrow x=y \text{, причём } y-2y=\sqrt{y^2} \Rightarrow y\leq 0 \end{array}\right.$$

Теперь подставим в $x+y^2=5$:

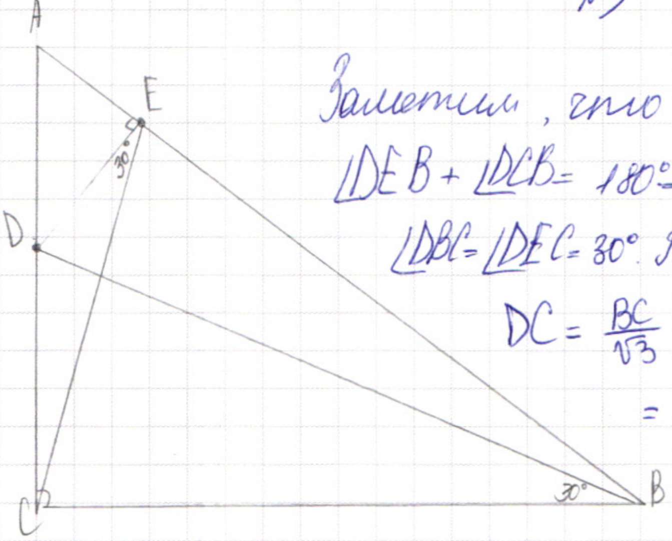
1) $4y+y^2=5 \Rightarrow y^2+4y-5=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=-5 \\ y=1 \end{array}\right.$, но $y\geq 0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=4$

2) $y+y^2=5 \Rightarrow y^2+y-5=0 \Rightarrow y=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$, но $y\leq 0 \Rightarrow y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \Rightarrow x=\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$

Ответ: $(x=4;\ y=1)$, $\left(x=\frac{-1-\sqrt{21}}{2},\ y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2}\right)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



Заметим, что в четырехугольнике CDEB $\angle DEB + \angle DCB = 180° \Rightarrow$ он вписанный. По свойству $\angle DBC = \angle DEC = 30°$. Тогда в прямоугольном $\triangle DBC$ ($\angle DBC = 30°$)

$DC = \frac{BC}{\sqrt3} = 2\sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{2\sqrt7}{3}$, $AC = \sqrt7 \Rightarrow AD = AC - DC =$

$= \sqrt7\left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{\sqrt7}{3} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{\sqrt7}{3}}{\sqrt7} = \frac{1}{3}$.

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$, ведь $\angle AED = \angle ACB = 90°$ и $\angle CAB$ - общий, коэффициент подобия треугольников $\frac{AD}{AB} = \frac{\frac{\sqrt7}{3}}{AB} =$ По т. Пифагора $AB^2 = 7 + \frac{28}{3} =$

$= \frac{49}{3} \Rightarrow AB = \frac{7}{\sqrt3}$

$= \frac{\frac{\sqrt7}{3}}{\frac{7}{\sqrt3}} = \frac{\sqrt3 \cdot \sqrt7}{3 \cdot 7} = \frac{1}{\sqrt{21}}$.

Тогда их площади относятся как квадрат коэффициента подобия, то есть $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle CAB}} = \frac{1}{21}$. $S_{\triangle CAB} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \sqrt7 \cdot \sqrt{\frac{7}{3}} =$

$= \frac{7}{\sqrt3} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{\triangle DAE} = \frac{7}{\sqrt3 \cdot 21} = \frac{1}{3\sqrt3} = \frac{\sqrt3}{9}$.

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$; $S_{\triangle AED} = \frac{\sqrt3}{9}$.

№7

$f(2)=2$ т.к 2 - простое

$f(3)=3$ 3 - простое

$f(4)=f(2)+f(2)=4$

$f(5)=5$ 5 - простое

$f(6)=f(2)+f(3)=5$

$f(7)=7$ 7 - простое

$f(8)=f(4)+f(2)=6$

$f(9)=f(3)+f(3)=6$

$f(10)=f(5)+f(2)=7$

$f(11)=11$ 11 - простое

$f(12)=f(6)+f(2)=7$

$f(13)=13$, 13 - простое

$f(14)=f(7)+f(2)=9$

$f(15)=f(5)+f(3)=8$

$f(16)=f(8)+f(2)=8$

$f(17)=17$ 17 - простое

$f(18)=f(9)+f(2)=8$

$f(2)=f(2\cdot 1)=f(2)+f(1)\Rightarrow f(1)=0.$

Тогда для любого $y\in[1;18]$ на области определения $f(1)=f(y\cdot\frac{1}{y})=f(y)+f(\frac{1}{y})=0\Rightarrow$
$\Rightarrow f(\frac{1}{y})=-f(y)$

Тогда $f(x/y)=f(x\cdot\frac{1}{y})=f(x)-f(y)$. Заметим, что для любой пары натуральных чисел $\{x;y\}$ таких что $1\le x\le 18$, $1\le y\le 18$ и таких, что $f(x)\ne f(y)$ ровно одна из пар $(x;y)$, $(y;x)$ является такой что $f(x;y)<0$ или $f(y;x)<0$.

Посчитаем количество таких пар $x;y$. Всего пар .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

натуральных чисел x и y ~~таких~~ $1 \le x \le 18$ и $1 \le y \le 18$, ~~18~~ таких что $x \ne y$
$\frac{18 \cdot 17}{2} = 9 \cdot 17 = 153$. Вычтем количество пар с одинаковыми $f(x)$ и $f(y)$
их 1 при $f(x) = f(y) = 5$, 1 при $f(x) = f(y) = 6$, 3 при $f(x) = f(y) = 7$, 3 при $f(x) = f(y) = 8$.
То есть пар $(x; y)$ что $1 \le x \le 18$, $1 \le y \le 18$ и $f(x/y) < 0$ $153 - 1 - 1 - 3 - 3 =$
$= 153 - 8 = 145$.

Ответ: 145.

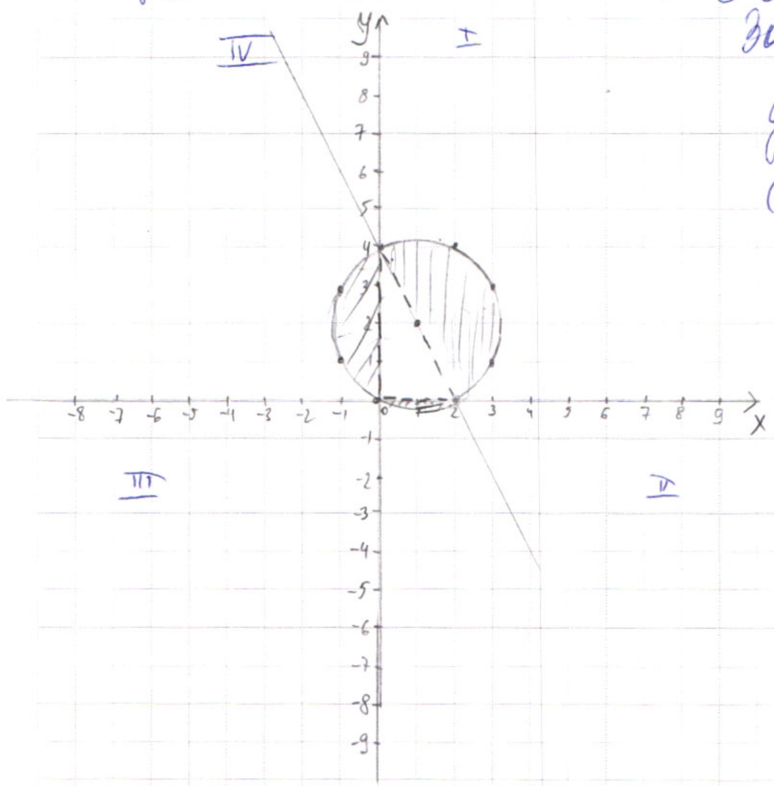
№6

Построим фигуру из всех точек с координатами, удовлетворяющими системе $\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 \\ x^2-2x-4y+y^2\le 0 \end{cases}$.

Для начала построим $x^2-2x-4y+y^2\le 0$

$(x-1)^2+(y-2)^2-1-4\le 0$, то есть $(x-1)^2+(y-2)^2\le 5$.

Круг с центром $(1;2)$ радиусом $\sqrt5$ (включая окружность-границу)



Заметим, что окружность проходит через точки $(0;0)$, $(-1;1)$, $(-1;3)$, $(0;4)$, $(2;4)$, $(3;3)$, $(3;1)$, $(2;0)$.

Рассмотрим точки круга в I четверти, какие из них удовлетворяют точки $|2x|+|y|+|4-2x-y|>4$. В I четверти $x\ge0$ и $y\ge0 \Rightarrow |2x|+|y|=2x+y$,

если $2x+y\le4$, то

$|2x|+|y|+|4-2x-y|=4 \not> 4$. при

$2x+y>4$ $\quad 2x+y-4+2x+y>2\cdot4-4=4$

то есть системе

$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 \\ x^2-2x-4y+y^2\le 0 \end{cases}$

удовлетворяют в I четверти только точки над прямой $y>4-2x$

Точки во II четверти $x\ge0$ $y\le0$, то есть

$|2x|+|y|+|4-2x-y|=2x+y+|4-2x-y|$ при $y=0$, т. к. $2x\le4$

$|2x|+|y|+|4-2x-y|=2x+4-2x=4\not>4$. при $y<0$ ~~...~~ $2x+y<4$

$|2x|+|y|+|4-2x-y|=2x-y+4-2x-y=4-2y>4$ ✓ ведь $x\le2$ $y<0$.

То есть все точки круга во второй четверти ~~выше прямо~~ ниже прямой $y=0$ удовлетворяют системе

$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 \\ x^2-2x-4y+y^2\le 0 \end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Теперь рассмотрим точки IV четверти $x \le 0, y < 4$.
Тогда $|2x| + |y| + |4 - 2x - y| = y - 2x + |4 - 2x - y|$, если $x = 0$, то т.к. $y < 4$
$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| = y + 4 - y = 4 \not> 4$ при $x < 0$ $2x + y < 4$, ведь $y < 4$, $x < 0$
$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| = y - 2x + 4 - 2x - y = 4 - 4x > 4$
То есть все точки круга в IV четверти лежащие левее прямой $x = 0$ (и только они в этой четверти) удовлетворяют системе $\begin{cases} |2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4 \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \le 0 \end{cases}$.

В III четверти точек круга (кроме граничной $(0;0)$) нет.
Тогда площадь фигуры, состоящей из всех точек круга с координатами $(x; y)$, удовлетворяющими системе
$\begin{cases} |2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4 \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \le 0 \end{cases}$.

Это площадь круга радиусом $\sqrt{8}$ минус площадь прямоугольного треугольника с катетами 2 и 4, то есть
$\pi \cdot (\sqrt{8})^2 - \frac{1}{2} 2 \cdot 4 = 8\pi - 4$

Ответ: $8\pi - 4$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

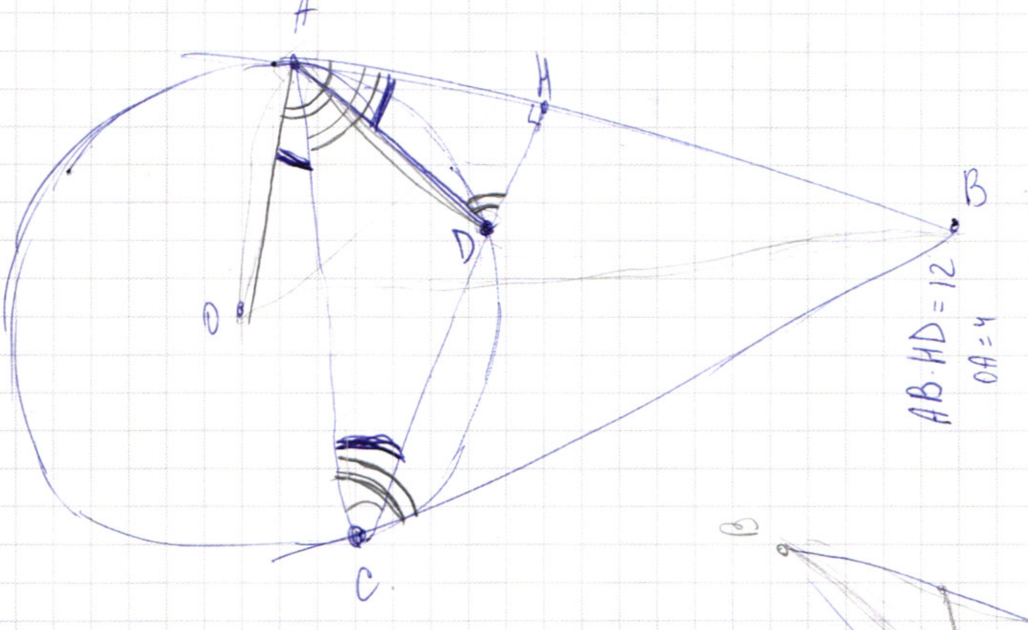
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

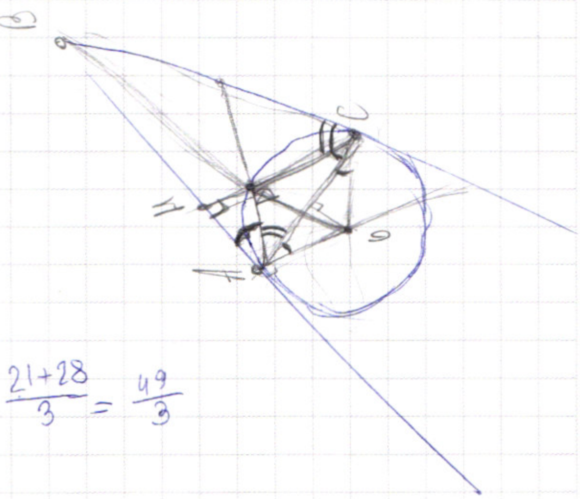
$\frac{AB}{CH} = ?$ $S\ ABD = 6$

$r = 4$



$AB \cdot HD = 12$

$OA = 4$

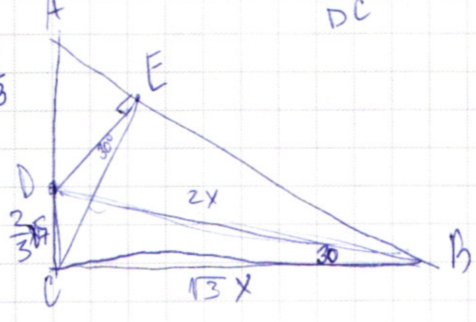


$\frac{AD}{DC} = ?$ $S_{\triangle AED} = ?$

$AC = \sqrt{7}$

$BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$CED = 30°$



$7 + \frac{28}{3} = \frac{21+28}{3} = \frac{49}{3}$

$AB = \frac{7}{\sqrt{3}}$

$DC = \frac{1}{2} DB$

$D = \frac{CB}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{\frac{7}{3}}}{\sqrt{3}} = 2\frac{\sqrt{7}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2}{3}\sqrt{7}$

$\frac{AC}{DC} = \frac{\sqrt{7}}{\frac{2}{3}\sqrt{7}} = \frac{3}{2}$

$AD = \cancel{\frac{1}{2}AC(\frac{\sqrt{7}}{2})}$ $\frac{1}{3}AC = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$AB = \frac{7}{\sqrt{3}} \rightarrow$ коэф $= \frac{\frac{\sqrt{7}}{3}}{\frac{7}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$S_{\triangle ABC} = \frac{7}{\sqrt{3}} \rightarrow S_{\triangle AED} = \sqrt{7}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

2)

$2|x|+|y|+|4-2x-y|>4$

$x^2-2x-4y+y^2\le 0$

$(x-1)^2+(y-2)^2-1-4\le 0$

$(x-1)^2+(y-2)^2\le 5$

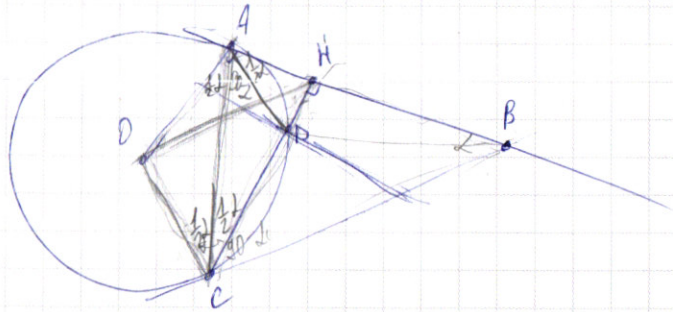
$2x+y<0$ V

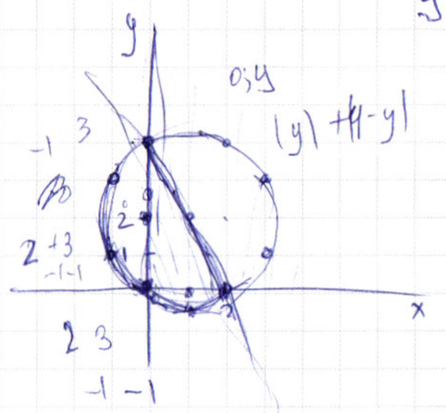
$2x+y>0$

$x>0$
$y>0$

$x<0$
$y<0$ V

$2x<0$
$y>0$





$|y|+|4-y|$

$|2x|+|y|+|4-2x-y|$

$2x>0$
$y>0$

$2x+y>4$

$y>4-2x$

2+1+

$y=0$

4

18

$8\cdot 2,4\,8$

$f(1)=0$
$f(2)=2$
$f(3)=3$
$f(4)=f(2)+f(2)=4$
$f(5)=5$
$f(6)=5$
$f(7)=7$
$f(8)=6$
$f(9)=6$
$f(10)=7$
$f(11)=11$
$f(12)=7$
$f(13)=13$
$f(14)=9$
$f(15)=8$
$f(16)=8$
$f(17)=17$
$f(18)=8$

$f(x\cdot\frac{1}{x})=f(1)=0=f(x)+f(\frac{1}{x})\Rightarrow f(\frac{1}{x})=-f(x)$

$\frac{18\cdot 17}{2}=9\cdot 17=90+63=153-1-1-3-3=145.$

$y^2+2y=5-\sqrt{xy}$

$(y+1)^2-6=-\sqrt{xy}$

$\sqrt{xy}=6-(y+1)^2$

$x^2+4y^2-4xy=xy\Rightarrow x^2+4y^2=5xy$

$4x+4y^2=20$

$x^2+4y^2-5xy=0\ |:y^2$

$x^2-4x=5xy-20$

$\left(\frac{x}{y}\right)^2-5\frac{x}{y}+4=0$

$x^2-4x+20=5xy$

$\left[\begin{array}{l}\frac{x}{y}=4\\ \frac{x}{y}=1\end{array}\right.\quad\left[\begin{array}{l}x=4y\\ x=y\end{array}\right.$

$(x-2)^2+16=5xy$

$y^2=5-x$

$\left[\begin{array}{l}4y^2+y^2=5\\ y+y^2=5\end{array}\right.\Rightarrow y^2+4y-5=0\quad y=-5\ \ y=1$

$y^2+y-5=0\quad D=1+20=21$

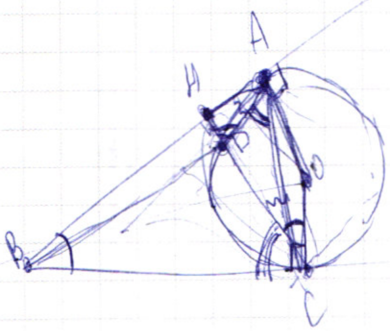
$y=\frac{1\pm\sqrt{21}}{2}$

$\begin{cases}-y=\sqrt{y^2}\\ y^2+y=5\end{cases}\Rightarrow y<0.$ $\frac{1\pm\sqrt{21}}{2}$

$-20\quad 25$

$-20+10$

$2y=\sqrt{4y^2}$



$HD\cdot HC=HA^2\Rightarrow HD=\frac{HA^2}{HC}$

$AB\cdot HD=AB\cdot\frac{HA^2}{HC}=\frac{AB}{HC}\cdot HA^2=12$

$AB\cdot HD=12\quad OA=4$

$-\frac{1-\sqrt{21}}{2}+\frac{1+21-2\sqrt{21}}{4}=$

$=10+1$

$\frac{1-\sqrt{21}}{2}$

$x=-1+\sqrt{21}$

$\frac{-1-\sqrt{21}}{2}+$

$D=1+21$

$\frac{-1-\sqrt{21}}{2}+\frac{1+21+2\sqrt{21}}{4}=$

$=\frac{11+\sqrt{21}}{2}-1-\sqrt{21}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\le 0$ $\quad x$

$x^2-6x+10=(x-3)^2+1-2|x-3|$

$\frac{(x-3)^2+1-2|x-3|}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|}\le 0$ $\quad |x^2-2x|$

Обл. опр. $x\ne 2,\ x\ne 0$

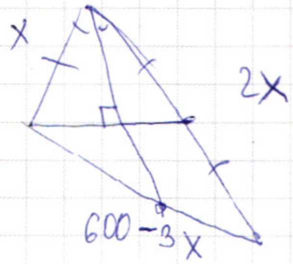
$\frac{|x-3|^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x\cdot(x-2)|}\le 0$ $\quad \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2)+|x\cdot(x-2)|}$

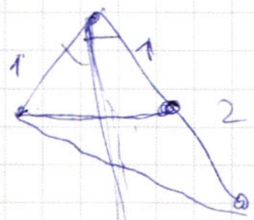
либо $|x-3|=1$, т.е. $x=4$ $\quad x\ne 2$

либо $2x(x-2)+|x\cdot(x-2)|<0$

$x(x-2)<0$, т.е. $x\in(0;2)$.

$2x(x-2)<0$



$x-2y=\sqrt{xy}$ $\quad x^2+4y^2-4xy=xy$

$x+y^2=5$ $\quad x^2+4y^2=5xy$

$x^2-4x=5xy-5$

$x=4\ \ y=1$

$600-3x<3x \Rightarrow 600<6x \Rightarrow 100<x$

$x+600-3x>2x \Rightarrow 600>4x \Rightarrow 150>x$

151 $\quad$ 302 $\quad$ x 101 ... 149 $\Rightarrow$ 49 вар.

$f(2)=2$ $\quad f(3)=3$

$f(6)=2+3=5$

$f(5)=5$

$f(4)=4$

$f(1\cdot 2)=f(2)+f(1)$, $f(1)=0$

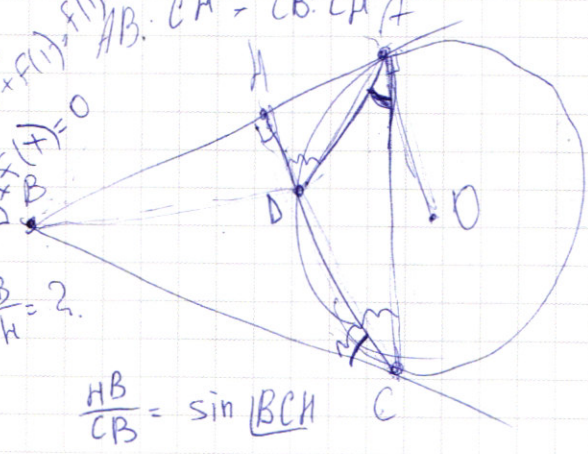
$f(7)=0$

$f(x^2)=2f(x)$

$f\left(\frac{1}{x}\cdot x\right)=f(\ldots)$

$S_{\triangle ABD}=6$ $\quad r=4$

$AB:CH=CB:CH$



AB

$HD\cdot AB=12$

$OA=4$

$S_{\triangle ABC}=8AB-S_{OAC}$

$\frac{CB}{CH}=2.$

$\frac{HB}{CB}=\sin\angle BCH$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)