МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. **[3 балла]** Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \leqslant 0.$$

2. **[4 балла]** Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. **[4 балла]** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. **[5 баллов]** Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. **[5 баллов]** В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED=45^\circ$.

6. **[5 баллов]** Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. **[5 баллов]** Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 19$, $3 \leqslant y \leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases};\quad \begin{cases} xy\geq 0 \\ (y-2x)^2=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases};\quad \begin{cases} xy\geq 0 \\ 4x^2-4xy+y^2-xy=0 \;(*) \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$(*)$: $4x^2-5xy+y^2=0 \;\;/: y^2\neq 0$

$$4\left(\frac{x}{y}\right)^2-5\cdot\frac{x}{y}+1=0 \Rightarrow$$

$$\left[\begin{aligned} \frac{x}{y}&=1 \\ \frac{x}{y}&=\frac{1}{4} \end{aligned}\right. \Rightarrow \left[\begin{aligned} x&=y \\ y&=4x \end{aligned}\right. .$$

Вернёмся к уравнению $2y+x^2=9$ и рассмотрим 2 случая:

1) $\begin{cases} x=y \\ 2y+x^2=9 \end{cases};\; \begin{cases} x=y \\ x^2+2x=9 \end{cases};\; \begin{cases} x=y \\ x^2+2x-9=0 \end{cases}.$

$D=2^2-4\cdot(-9)=4+36=40=(2\sqrt{10})^2$

$$\left[\begin{aligned} x&=\frac{-2-2\sqrt{10}}{2} \\ x&=\frac{-2+2\sqrt{10}}{2} \end{aligned}\right. ;\; \left[\begin{aligned} x&=-1-\sqrt{10} \\ x&=-1+\sqrt{10} \end{aligned}\right. \Rightarrow$$

Решениями системы являются пары:
$(-1-\sqrt{10};\,-1-\sqrt{10})$; $(-1+\sqrt{10};\,-1+\sqrt{10})$

2) $\begin{cases} y=4x \\ 2y+x^2=9 \end{cases};\; \begin{cases} y=4x \\ x^2+8x-9=0 \end{cases},$

$$\begin{cases} y=4x \\ \left[\begin{aligned} x&=1 \\ x&=-9 \end{aligned}\right. \end{cases} \Rightarrow$$

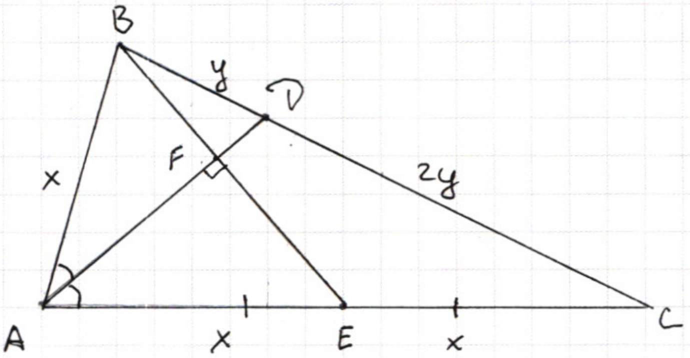
Решением системы являются пары:
$(1;4)$; $(-9;-36)$.

Ответ: $(-1-\sqrt{10};-1-\sqrt{10})$; $(-1+\sqrt{10};-1+\sqrt{10})$; $(1;4)$; $(-9;-36)$

№2

1) Рассмотрим треугольник, в котором одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

Заметим, что они не могут выходить из одной вершины, так как иначе угол при этой вершине больше 180°, а такого быть не может. (Медиана находится между одной из сторон и биссектрисой если они ⊥, то угол между этой стороной и биссектрисой больше 90°, т.к. медиана не может совпадать со стороной, а тогда весь угол больше 180°).



В △ ABE AF - биссектриса и медиана =>

△ ABE - равнобедренный =>

AB = AE = EC = x

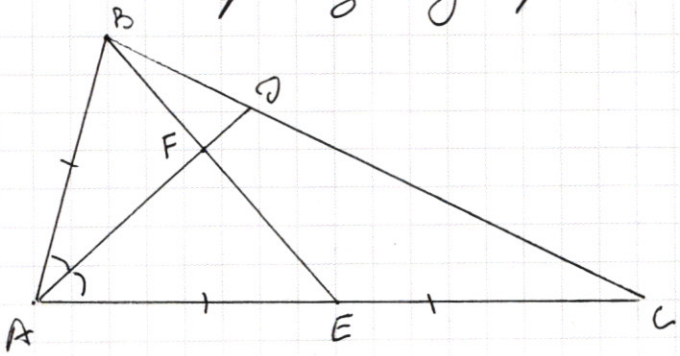
(AE = EC, тк BE медиана)

Биссектриса делит стороны треугольника в отношении

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{2x} \Rightarrow DC = 2BD = 2y.$$

Тогда $P_{\triangle ABC} = 3x + 3y = 300 \Rightarrow x + y = 100$ (1)

2) Докажем, что если стороны △ биссектрисой и медианой делятся в найденном отношении, то они перпендикулярны



△ ABE равнобедренный (AB = AE), то ~~B~~AF, который является биссектрисой, является и высотой =>

BE ⊥ AD.

3) Для этих треугольников должны выполняться неравенства △ =>

$3x > 3y \Rightarrow x > y$ (2)

$x + 3y > 2x \Rightarrow 3y > x$ (3)

$2x + 3y > x$ - не может не выполняться.

4) [illegible]

$\Delta AED \sim \Delta ACB \Rightarrow K = \frac{AD}{AB}$ - коэффицент подобия Δ

• По теореме Пифагора $BC^2 + AC^2 = AB^2 \Rightarrow$

$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2}$; $AB = \sqrt{(\sqrt{29})^2 + \left(\frac{5}{2}\sqrt{29}\right)^2} = \sqrt{29 \cdot \left(1 + \frac{25}{4}\right)} =$

$= \sqrt{\frac{29^2}{4}} = \frac{29}{2}$; $AB = \frac{29}{2}$

$K = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{2}\sqrt{29} : \frac{29}{2} = \frac{3\sqrt{29} \cdot 2}{2 \cdot (\sqrt{29})^2} = \frac{3}{\sqrt{29}} \left(= \frac{3\sqrt{29}}{29}\right)$

7). Т.к. $\Delta AED \sim \Delta ACB$, то

$\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta ACB}} = K^2 \Rightarrow S_{\Delta AED} = K^2 \cdot S_{\Delta ACB}$.

○ $S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} BC \cdot AC$; $S_{\Delta ACB} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{29} \cdot \frac{5}{2}\sqrt{29} = \frac{5 \cdot 29}{4}$

○ $S_{\Delta AED} = \left(\frac{3}{\sqrt{29}}\right)^2 \cdot \frac{5 \cdot 29}{4} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 29}{29 \cdot 4} = 13,75$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$; $S_{\Delta AED} =$ 13,75 ~~[illegible]~~.

№1

$$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x-1|}{4x^2 - 12x + |x| \cdot |x-3|} \leq 0$$

Решим неравенство с помощью метода интервалов.

1) Знаменатель: $4x^2 - 12x + |x| \cdot |x-3|$

~~[illegible] Максимальная степень вхождения x - 2 ⇒ максимум 2 числа обращают знаменатель в 0 (т.к. у квадратного уравнения 2 корня)~~

• Если $x \geq 3$: $4x^2 - 12x + x \cdot (x-3) =$

$= 4x^2 - 12x + x^2 - 3x = 5x^2 - 15x = 5x(x-3)$, т.е.

Если $x \geq 3$, то знаменатель обращается в 0 при $x = 0$; $x = 3$ - в этих точках на числовой прямой будут проколы

○ Если $0 \leq x < 3$: $4x^2 - 12x + x \cdot (3-x) =$

$= 4x^2 - 12x + 3x - x^2 = 3x^2 - 9x = 3x(x-3)$.
Ноль в тех же точках

• Если $x < 0$: $4x^2 - 12x - x(3-x) = 4x^2 - 12x - 3x + x^2 =$
$= 5x^2 - 15x = 5x(x-3)$. Ноль в тех же точках.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

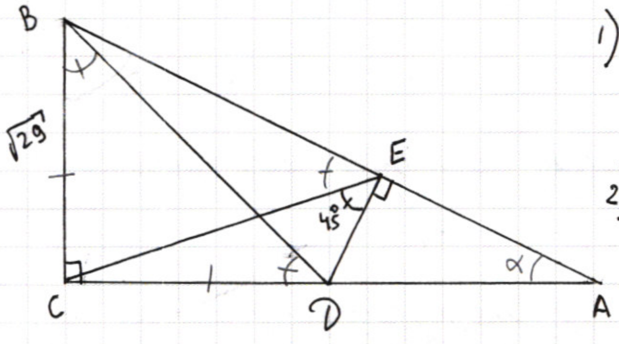
Решим систему из (1), (2), (3):

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 3y>x \\ x>y \end{cases};\quad \begin{cases} x=100-y \\ 3y>100-y \\ 100-y>y \end{cases};\quad \begin{cases} x=100-y \\ y>25 \\ y<50 \end{cases} \Rightarrow$$

$25<y<50$ ⇒ для целых x и y есть ровно 24 y удовлетворяющих условию → для каждого y есть подходящий x → 24 треугольника.

<u>Ответ</u>: 24 треугольника.

<u>N5.</u>



1) $\angle BEC = 180^\circ - \angle AED - \angle CED$;

$\angle BEC = 45^\circ$, т.е. $\angle BEC = \angle CED$ (1)

2) $\angle BED = 90^\circ$ – по условию;
$\angle ACB = 90^\circ$ – по условию ⇒

четырёхугольник $BEDC$ – вписан в окружность (т.к. сумма противоположных углов $= 180^\circ$). ⇒

$\angle CBD = \angle CED$ (2) и $\angle CEB = \angle CDB$ (3) – опираются на одну дугу в окр. описанной около $BEDC$

3) (1), (2), (3) → $\angle CBD = \angle CDB$ ⇒ $\triangle BDC$ – равнобедренный ⇒ $BC = CD = \sqrt{29}$

4) $AD = AC - CD \Rightarrow AD = \frac{5\sqrt{29}}{2} - \sqrt{29} = \frac{3}{2}\sqrt{29}$

5) $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{2}\sqrt{29} : \frac{5}{2}\sqrt{29} = \frac{3\sqrt{29}\cdot 2}{2\cdot 5\sqrt{29}} = \frac{3}{5}$.

6) Рассмотрим $\triangle AED$ и $\triangle ACB$: $\angle AED = \angle ACB = 90^\circ$ (по условию) и $\angle DAE = \angle CAB$ (общий) ⇒

Для знаменателя получаем, что он обращивается ~~тон~~ в ноль только в точках 0; 3

2) Числитель: $x^2-2x+5-4|x-1| =$

$= -(|4x-4| - (x^2-2x+5))$.

Воспользуемся методом рационализации (*)

$$|f(x)| - g(x) * 0 \overset{Df}{\iff} \begin{cases} g(x) > 0 \\ (f(x)-g(x))(f(x)+g(x)) * 0 \end{cases}$$

В нашем случае $f(x) = 4x-4$; $g(x) = x^2-2x+5$

Дискриминант x^2-2x+5 меньше нуля, и ветви параболы на графике этой функции направлены вверх $\Rightarrow g(x) > 0$. (всегда)

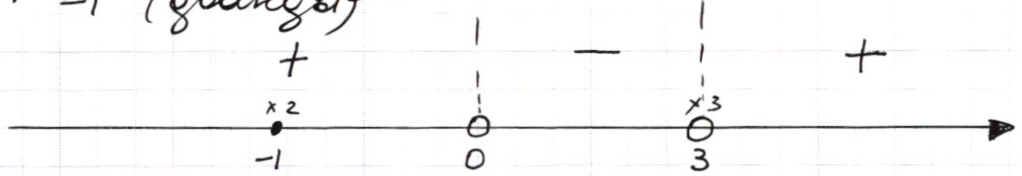
Тогда наше выражение можно переписать, как:

$- \{ (4x-4-x^2+2x-5)(4x-4+x^2-2x+5) =$

$= -(-x^2+6x-9)(x^2+2x+1) = (x-3)^2(x+1)^2$

Получаем, что для ~~д~~ числителя на числовой прямой будут входить точки 3 (дважды) и −1 (дважды)

3)



$x \in \{-1\} \cup (0;3)$

Ответ: $x \in \{-1\}; (0;3)$.

(*) Докажем, что $|f(x)| - g(x) * 0 \overset{Df}{\iff} \begin{cases} g(x) > 0 \\ (f(x)-g(x))(f(x)+g(x)) * 0 \end{cases}$

$|f(x)| * g(x)$, т.к. $g(x) > 0$ и $|f(x)| \geq 0$ по определению, возведём обе части в квадрат

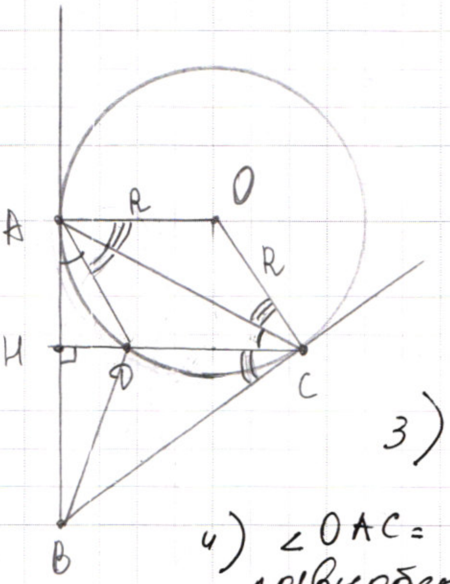
$(|f(x)|)^2 * g^2(x)$, т.к. $(|a|)^2 = a^2 \Rightarrow$

$f^2(x) * g^2(x)$

$f^2(x) - g^2(x) * 0$

$(f(x) - g(x))(f(x) + g(x) * 0$, при условии $g(x) > 0$.

N4



1) $S_{\triangle ABD} = 15 = \frac{1}{2} HD \cdot AB$

2) $\angle BAD = \angle ACD$ - угол между касательной и хордой

$\Rightarrow \triangle ADH \sim \triangle CAH$ (по двум углам)

$\Rightarrow \frac{HD}{AH} = \frac{HA}{CH} \Rightarrow AH^2 = HD \cdot CH$

3) $\angle BCH = \angle DAC$ - угол между касательной и хордой

4) $\angle OAC = \angle OCA$ - углы при основании равнобедренного $\triangle AOC$

5) $\angle OCB = 90^\circ$ - угол между радиусом и хордой

$\angle OCB = ||| + | + || = 90^\circ$

$\angle HAD + \angle DAC + \angle DCA = 90^\circ$ - в сумме $\overset{\text{острых}}{\vee}$ углов прямоугольного $\triangle \Rightarrow$

$(|| + |) + || = | + || + | \Rightarrow ||| = |$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$xy \geq 0$

$y^2+4x^2-4xy=xy \mid y^2$

$\frac{(9-x^2)^2}{4}+4x^2-$

$-\frac{4x(9-x^2)}{2}=$

$y=\frac{9-x^2}{2}$

$4\left(\frac{x}{y}\right)^2-5\frac{x}{y}+1=0$

$\frac{x}{y}=1 \quad \frac{x}{y}=\frac{1}{4}$

$2y+y^2=9$

$2y+16y^2=9$ $\frac{AB}{CH}$

$SABD=15 \quad R=6$

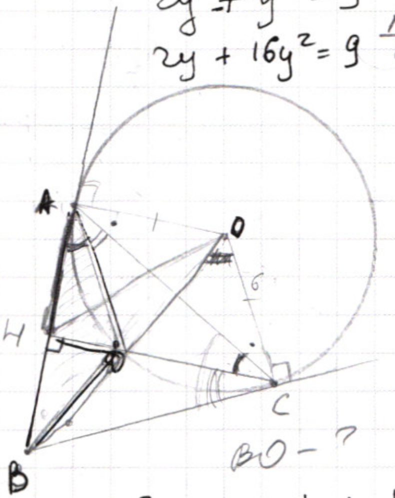
$x=y \quad y=4x$

$S_{ABD}=AB\cdot HD\cdot\frac{1}{2}=S$

AB $AB=\frac{2S}{HD}$ $\frac{1}{16}$

$\frac{2S}{HD}\cdot\frac{HD}{AH^2}=$

$\boxed{\frac{2S}{AH^2}}$



BO – ?

$\frac{HD}{AH}=\frac{AH}{CH}$

$CH=\frac{AH^2}{HD}$

AOB:

$\sqrt{36+\left(\frac{2S}{HD}\right)^2}$

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\leq 0$$

$$\frac{4|x-1|-(x^2-2x+5)}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\geq 0$$

$|f(x)|-g(x) * 0 \overset{ОДЗ}{\Leftrightarrow} \begin{cases} g(x)>0 \\ f^2(x)-g^2(x) * 0 \end{cases}$

$\frac{145}{10}\Big|\frac{5}{29}$

$4|x-1|=|4x-4|$

$(4x-4-x^2+2x-5)$

$(4x-4+x^2-2x+5)$

$(-x^2+6x-9)(x^2+2x+1)$

$\underline{-(x-3)^2(x+1)^2}$

$580\Big|\frac{4}{145}$ 18 20

36 × 16 = 216 + 36 = 576 580

3

$4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|$

$|x^2-3x|-(12x-4x^2)$

$-4x^2+12x$

$4x(x-3)+|x||x-3|$

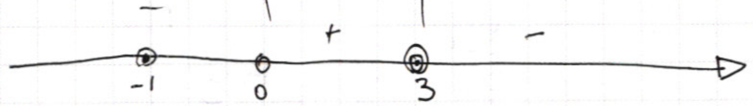
0 3

$4x^2-12x+x^2-3x$

$5x^2-15x \quad 5x(x-3)$

$3x^2-9x \quad 3x(x-3)$

$\frac{1-2+5}{4-12+2}$ 4



0 ; 3

$\frac{1+2+5-8}{4+12+4}=$

$580=145\cdot4=29\cdot5$

$2\sqrt{145}$

$y^2+2y-9=0$

$=16y^2+2y-9=0$

$D=4+36\cdot16=$

$580=$

$y=\frac{-2\pm2\sqrt{145}}{32}=\frac{-1\pm\sqrt{145}}{16}$

$D=4+36=40=(2\sqrt{10})^2$

$y=\frac{-2\pm2\sqrt{10}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{10}}{}=$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$xy \geq 0$

$y^2+4x^2-4xy-xy=4x^2-5xy+y^2=0 \quad : y^2$

$4\left(\frac{x}{y}\right)^2-5\left(\frac{x}{y}\right)+1=0$

$\frac{x}{y}=1 \Rightarrow y=x$

$\frac{x}{y}=\frac{1}{4} \Rightarrow y=4x$

$2x+x^2=9$

$x^2+2\cancel{y}-9=0$

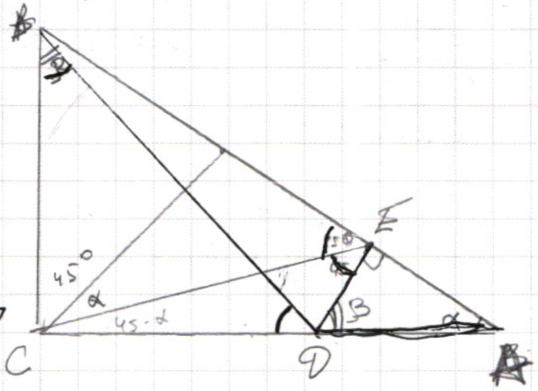
$D=4+36=40=(2\sqrt{10})^2 \quad 81-4\cdot 8\cdot$

$x^2+8x-9=0$

$x=1$

$x=-9$

$\sqrt{29} \quad 5$



$-1-\sqrt{10}-2(-1-\sqrt{10})=\sqrt{(-1-\sqrt{10})^2}$

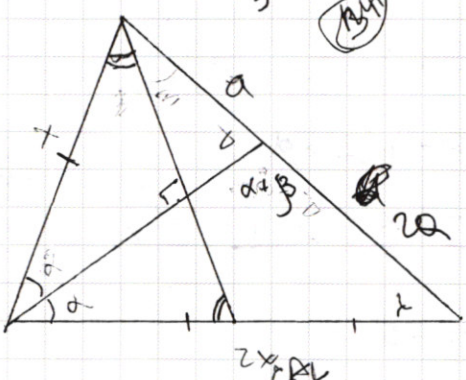
$-1-\sqrt{10}+2+2\sqrt{10}=+1+\sqrt{10}$

$4-2=2 \quad P=300$

$\sqrt{29}-\frac{5\sqrt{29}}{2}, \frac{3\sqrt{29}}{2}$

$\sqrt{5}$

$3+8+20=$



2x

$\frac{AD}{AC}$ SAED

$\frac{a}{b}=\frac{x}{2x}$

$AC=\sqrt{29}$

$AC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$

$3x+3a=300$

$x+a=100$

$\angle CED=45°$

$\alpha+\beta+\gamma=180°$

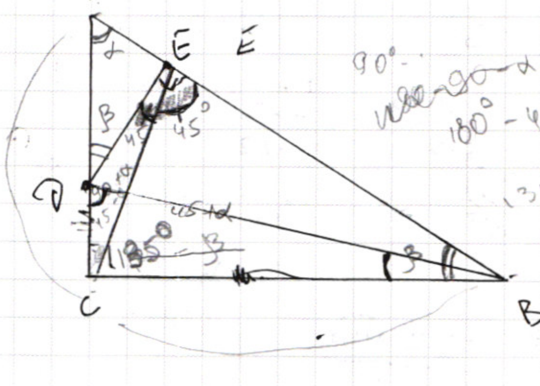
$\alpha+180°-\gamma+\lambda=180°$

$\alpha+180°-\gamma+\lambda$

$\alpha+\beta+\gamma=\alpha+180°-\gamma+\lambda$

$AD\cdot AC=AB\cdot AE$

$\triangle AED \sim \triangle ACB$



90°

~~180~~-90-α-45

180°-45-β

$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$

$\beta=90°-\alpha$

135-90°+5

45+1

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\cdot AD = AC - DC = \frac{5\sqrt{29}}{2} - \sqrt{29} = \frac{3}{2}\sqrt{29}$

$\frac{AD}{AC} = \frac{3\sqrt{29}\cdot 2}{2\ 5\sqrt{29}} = \frac{3}{5} = K$

$\times \begin{array}{r} 29 \\ 5 \\ \hline 145 \end{array}$ 4

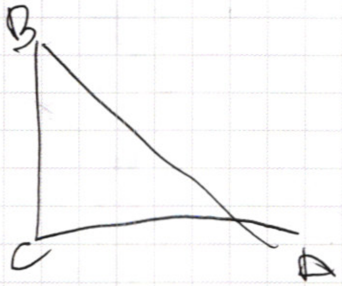
$-145 \,|\, 4$
$12 \quad 36{,}25$
25
$\overset{34}{}$

$S_{ABC} = AC \cdot CB \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5\sqrt{29}}{2} \cdot \sqrt{29} = \frac{5 \cdot 29}{4}$ 10 =

$\frac{x}{\frac{5\cdot 29}{4}} = \frac{9}{25} \Rightarrow x = \frac{5\cdot 29 \cdot 9}{4\ \cancel{25}_{5}}$

$\sqrt{(\sqrt{29})^2 + (\frac{5}{2}\sqrt{29})^2} = \sqrt{29 + \frac{25}{4} \cdot 29} = \sqrt{29 \cdot (1 + \frac{25}{4})} =$

$= \sqrt{\frac{29}{4} \cdot 29} = \frac{29}{2}$



$-45 \,|\, 4$
$4 \quad 13{,}7$
-15
12
30
28
20

1
2
3
4
5
6
7

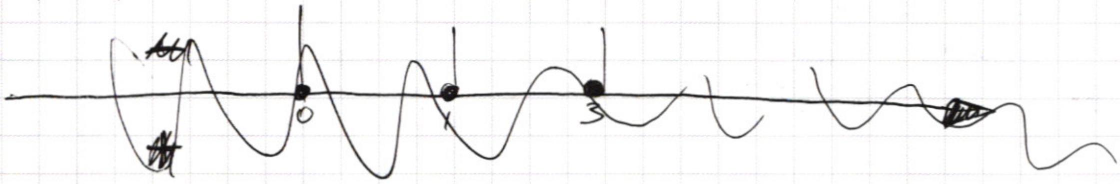
$D = 144 - 4 \cdot 4.$

-1

$$\frac{x^2 - 2x - 5 - 4|x-1|}{4x^2 - 12x + |x| \cdot |x-3|} \le 0$$

$4x^2 - 12x + |x^2 - 3x| = 5x^2 - 12x + |3x|$

1, 3, 0



$1 + 2 + 5 - 4 \cdot 2 = 8$

$\frac{AB}{CH} = \frac{2S}{HD} : \frac{AH^2}{HD} = \frac{2S \cdot HD}{HD \cdot AH^2} = \frac{2S}{AH^2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(ab) = f(a) + (b)$ $3 \le x \le 19$ $3 \le y \le 19$ $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

как д-ть что они существ?

$f(p) = p$

$f(p) = p + f(1)$

$f(p^2) = 2p$

$f(0) = f(0) + p$

$2\beta + \alpha = 90^\circ$ AB : CH

$S_{\triangle BD} = 15$

$R = 6$

$$\boxed{S = \frac{1}{2} HD \cdot AB}$$

$$\frac{HD}{AH} = \frac{AD}{AC} = \frac{AH}{HC}$$

$x > y$

$3y > x$

$x + y = 100$

$x = 100 - y$

$y < 50$

$300 - 3y > 100 - y$

$4y > 100$

$y > 25$

26 27 28

$x > y$

$x + y = 100$

$x > y$

$x = 100 - y$

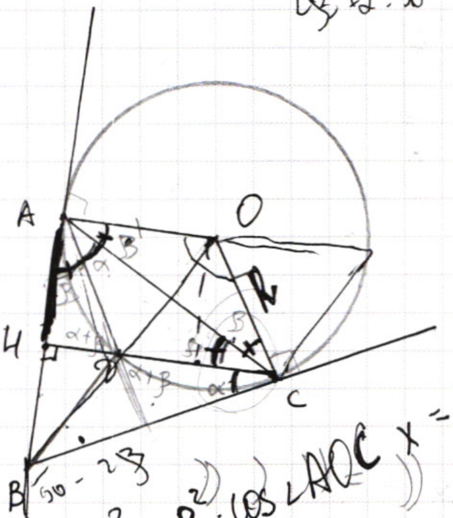
$100 - y > y$

$100 > 2y$

$50 > y$

$y < 50$

49



$AC^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \cos\angle AOC$

$x = \frac{9}{4}y$

$\frac{3}{4}xy + 3y = 300$

Если y △

$x + y = 100$

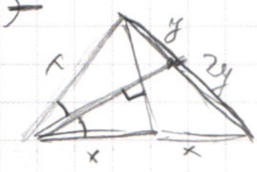
$3y > x$ + 99 видов △

$x = 3y$

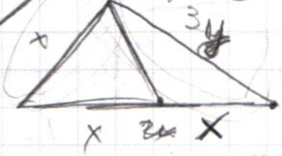
$9y + 3y = 300$

$12y = 300$

$4y = 100$

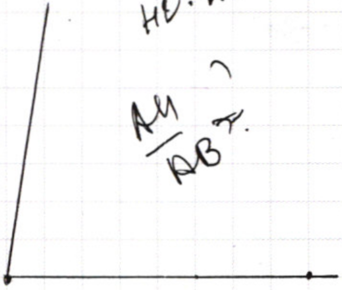


$\boxed{x > y}$

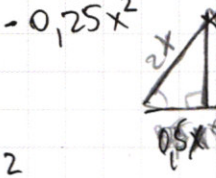


$HD \cdot HC = AH^2$

$\frac{AH}{AB}$



$x, 2x, 3y$



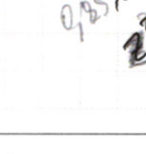
$x + y = 300$

$3y = 2x$

$2x + 3x = 5x = 300$

$2x = 3y$?

$4x^2 - 0{,}25x^2 = 9y^2 - 0{,}25x^2$



$0{,}25x^2 + z^2 = 4x^2$

$z^2 = 3{,}75x^2$

4)

$3y > x$

△ $x > y$ $3y = x$

$(0{,}5x)^2 + a^2 = 4x^2$

$(0{,}5x)^2 + a^2 = 3y^2$

$\frac{x}{y} = \frac{9}{4}$

$x + 3y = 2x$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

3 случая:

1) $x = 2x$?! - очевидно, т.к. сторона не может быть нулевой (эти стороны явно не равны => Δ не равносторонний)

2) $x = 3y$ - не может, т.к. (3)

3) $2x = 3y$

26 27 28 29 30 31
32 33 34 35 36 37
38 39 40 41 42 43
44 45 46 47 48 49

$S = \frac{1}{2} HD \cdot AB$

$CH = \frac{AH^2}{HD}$

$\frac{HD}{AH} = \frac{AH}{HC}$

AH^2

$HC^2 + AH^2 = 2R^2(1 - \cos\angle AOC)$

$HC^2 + HD \cdot HC = 2R^2(1 - \cos\angle AOC)$

$\frac{R}{\sin 3} = \frac{AC}{\sin\angle AOC}$

$HC - R = \sqrt{R^2 - \cancel{AH}^2}$

$CH = \sqrt{R^2 - AH^2} + R$

$\cancel{HA}\ CH^2 + R^2 - 2CH \cdot R = R^2 - AH^2$

$CH(CH - 2R) =$

$\boxed{CH(2R - CH)}$

$AH^2 = CH \cdot (2R - CH)$

$(2R - CH) \frac{1}{2} AB = S$

$2R - CH = ?$

$\cancel{2R}\ R \cdot AB - \frac{CH \cdot AB}{2} = S \cancel{AB}$

$\cancel{2R}$

$= \frac{2S}{HD(2R - HD)}$

$\frac{2S \cdot HD}{AH^2} = \frac{2S \cdot HD}{R^2 - HD^2}$

$\frac{2S \cdot HD}{AH^2} =$

$AH^2 + HD^2 = R^2$

$R^2 - HD^2$

$\frac{2S}{}$

$\cancel{CH \cdot AB}$

$CH \cdot AB = \cancel{SAB}$

$= R \cdot AB - S$

CH

$HD \cdot CH = CH \cdot (2R - CH)$

$\boxed{HD = 2R - CH}$

$CH = 2R - \cancel{H}D$

$HD = 2R - CH$

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} AB \cdot HD \\ AH^2 = CH \cdot HD \\ 2R = CH + HD \end{cases}$$

$CH = 2R - HD$

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} AB \cdot HD \\ AH^2 = (2R - HD)HD \end{cases}$$

~~$tg\, \beta = \frac{HD}{AH}$~~

$\cos \beta = \frac{AC}{2R} = \frac{AH}{HC}$

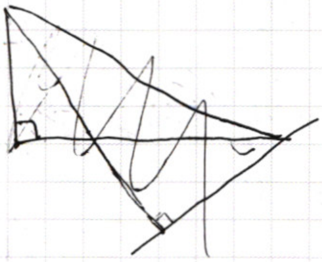
~~$tg(\alpha + \beta) = \frac{CH}{AH}$~~ $=$

$R^2 = R^2 + AC^2 - 2R \cdot AC \cdot \cos\beta$

$AC^2 = 2\, R\, AC \cos\beta$

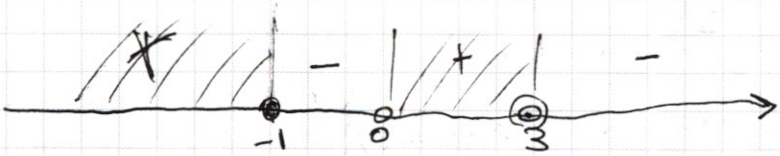
$AC = 2R \cos\beta$

$\frac{4 - 4 + 5 - 4}{16 - 24 + 2} =$



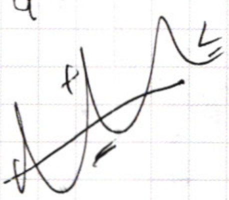
$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x-1|}{4x^2 - 12x + |x| \cdot |x-3|} \le 0 = \frac{1}{-} \dots \le$

3 0



$16 - 24 + 2 =$

$4 - 4 + 5 - 4$



$4 - \dots D < 0$

$\left(|4x - 4| - (x^2 - 2x + 5)\right) \ge 0$

$(4x - 4 - x^2 + 2x - 5)(4x - 4 + x^2 - 2x + 5)$

$(-x^2 + 6x - 9)(x^2 + 2x + 1)$

$-(x-3)^2(x+1)^2$

$AH \cdot HC \cdot \frac{1}{2} = \frac{HD^2}{AH}$

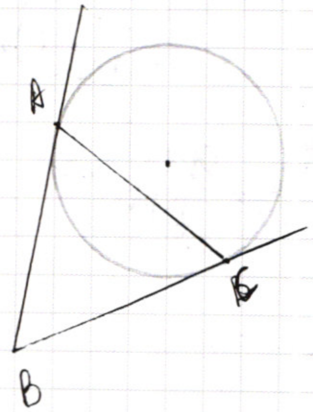
-2

$\frac{AH \cdot HC}{2} = \frac{AH^2}{HD \cdot 2}$

$\frac{(4+4) + 5 - 4 \cdot 3}{4 \cdot 4 + 24 + 2 \cdot 1} =$

$HC = AH^2 / HD$

$= \frac{+}{+} \ge 0$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)