МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED = 45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

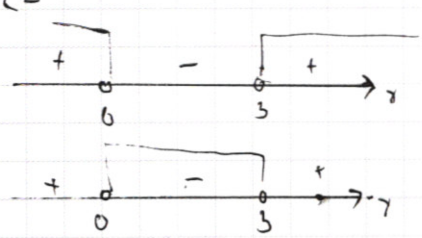
7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3 \leqslant x \leqslant 19$, $3 \leqslant y \leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. $\dfrac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\leqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{|(x-1)|^2-4|x-1|+4}{4x(x-3)+|x||x-3|}\leqslant 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(|x-1|-2)^2}{4x(x-3)+|x||x-3|}\leqslant 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}|x-1|=2\\ 4x(x-3)+|x||x-3|<0\end{array}\right.\\ x\neq 0 \quad x\neq 3\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ \left\{\begin{array}{l} x>3 \\ 4x(x-3)+x(x-3)<0\end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x<0 \\ 4x(x-3)+x(x-3)<0\end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} 0<x<3 \\ 4x(x-3)-x(x-3)<0\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>3\end{array}\right. \\ 5x(x-3)<0\end{array}\right. \quad -\varnothing \\ \left\{\begin{array}{l} 0<x<3 \\ 3x(x-3)<0\end{array}\right.\end{array}\right.$



$x\in(0;3)\cup\{-1\}$

Ответ: $(0;3)\cup\{-1\}$.

№6 $\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6 \\ x^2-2x-3y+y^2\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |6-3x-2y|>|6|-|3x|-|2y| \\ x^2-2x+1+y^2-3y+1{,}5^2-3{,}25\le 0 \end{cases}$

$\nexists\ |6|-|3x|-|2y|<|6-3x-2y|$

По свойству сравнения разности модулей ($|a-b|\ge|a|+|b|$) это неравенство выполняется при $\forall\ x, y$ если 6-~~|3x|-|2y|≠|6-|3x|+2y~~

$|6|-|3x|-|2y|\ne|6-3x-2y|$

$\nexists\ (x-1)^2+(y-1{,}5)^2\le 3{,}25$

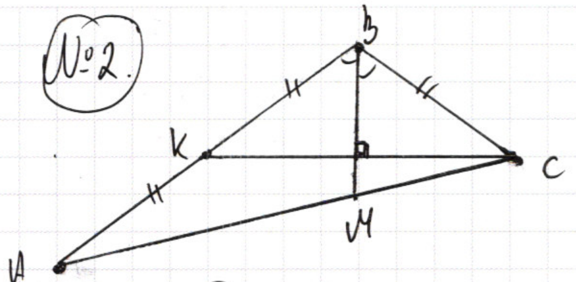
если $(x-1)^2+(y-1{,}5)^2\ne 3{,}25$, то все числа меньше 3,25 находятся внутри окружности

$S=\pi R^2=3{,}25\pi$

Ответ: $3{,}25\pi$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№2.



Пусть существует треугольник ABC такого вида. И BM - биссектриса, CK - медиана. Тогда по условию $BM \perp CK$, но BM бис-са $\Rightarrow$ $\triangle BCK$ - равнобедренный и $BC = BK = AK$ (CK - медиана)

$$P_{ABC} = 300 = 2BC + BC + AC$$

$$3BC + AC = 300 \iff BC + \frac{AC}{3} = 100$$

Сколько решений имеет это уравнение в целых числах столько и есть подобных треугольников:

$$1 \le BC < 100$$

$3 \cdot 1 + 297 = 300$

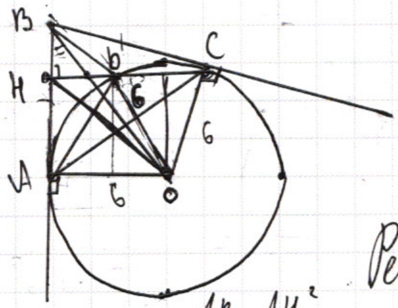
...

$3 \cdot 99 + 3 = 300$

$\Rightarrow$ Существует 99 таких треугольников.

Ответ: 99

№4



Дано: $R_o = 6$ $S_{ABD} = 15$

Найти: $\frac{AB}{CH}$

Решение: 1) $AH^2 = CH \cdot HD$ и $BA \cdot DH = 30$

$\Rightarrow \frac{AB \cdot AH^2}{CH} = 30 \iff \frac{AB}{CH} = \frac{30}{AH^2}$

~~AH=R т.к. AH=AO~~

$\frac{AB}{CH} = \cancel{\frac{30}{36}} = \cancel{\frac{5}{6}}$

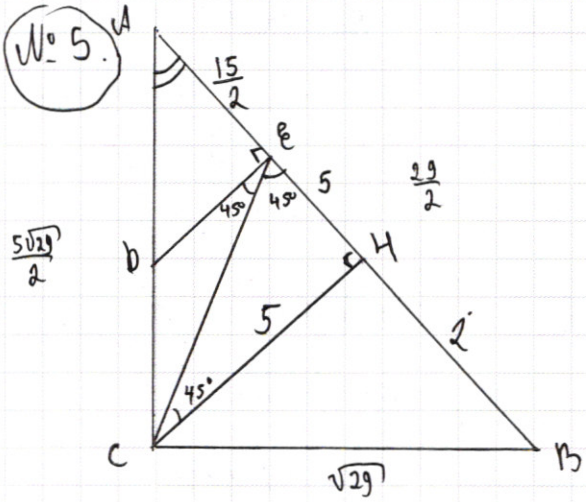
$AH = 8$ т.к. $OH = 10$

$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{64}$

Ответ: $\cancel{\frac{5}{6}}$ $\frac{30}{64}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.



Дано: $DE \perp AB$

$AC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$ $BC = \sqrt{29}$

$\angle CED = 45°$

Найти: S_{AED} $\frac{AD}{AC}$

Решение: 1) $AB = \frac{29}{2}$

2) проведём высоту CH:

~~CH~~ $\triangle CEH$ - р/б т.к. $\angle CHE = 90°$ $(DE \parallel CH)$

$\angle CEH = \angle \frac{\angle AED}{2} = 45° \Rightarrow CH = CE$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot AC \iff CH = \frac{CB \cdot AC}{AB} = \frac{\sqrt{29} \cdot \frac{5\sqrt{29}}{2}}{\frac{29}{2}} = 5$

$CH = 5 \Rightarrow EH = 5$

3) Рассм. $\triangle BCH$: $HB = \sqrt{29 - 25} = 2$

4) $AE = AB - EB = \frac{29}{2} - 7 = \frac{29-14}{2} = \frac{15}{2}$

5) $\triangle AED \sim \triangle ABC$: $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = k = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{5\sqrt{29}}{2}} = \frac{3}{\sqrt{29}} = \frac{3\sqrt{29}}{29}$
по 2-ум углам

$AD = \frac{AE \cdot AB}{AC}$

$AD = \frac{3\sqrt{29} \cdot \frac{29}{2}}{29} = \cancel{\frac{3}{2\sqrt{29}}}\ \frac{3\sqrt{29}}{2} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{3\sqrt{29}}{2}}{\frac{5\sqrt{29}}{2}} = \frac{3}{5}$

$S_{AED} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot ED = \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{3\sqrt{29} \cdot \sqrt{29}}{29} =$ т.к. $DE = \frac{3\sqrt{29} \cdot BC}{29}$

$= \frac{15}{4} \cdot 3 = \frac{45}{4} = 11{,}25.$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$; $S_{AED} = 11{,}25$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\le 0 \iff \frac{(x-1)^2-4|x-1|+4}{4x(x-3)+|x|\,|x-3|}\le 0$$

$$\iff \cancel{x-1\ge 0} \quad x-3\ge 0 \quad \cancel{(x-1)^2-4(x-1)+} \quad \frac{(|x-1|-2)^2}{4x(x-3)+|x|\,|x-3|}\le 0 \iff \left[\begin{array}{l}|x-1|-2=0\\ 4x(x-3)+|x|\cdot|x-3|<0\end{array}\right.$$

$$\iff \left[\begin{array}{l}|x-1|=2\\ 4x(x-3)+|x|\cdot|x-3|<0\end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l}x-1=2\\ x-1=-2\\ \begin{cases}x\ge 3\\ 4x(x-3)+x(x-3)<0\end{cases}\\ \begin{cases}0<x<3\\ 4x(x-3)-x(x-3)<0\end{cases}\\ \begin{cases}x<3\\ 4x(x-3)-x\cdot(x-3)<0\end{cases}\end{array}\right. \iff$$

$$\iff \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=-1\\ \begin{cases}x(x-3)(x+4)<0\\ x\ge 3\end{cases}\\ \begin{cases}0<x<3\\ x(x-3)(x-4)>0\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\ x(x-3)(x+4)<0\end{cases}\end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l}x\ne 3\\ x=-1\\ \cancel{x\in(3;+\infty)}\\ x\in\varnothing\\ x\in \cancel{(0;3)}\ (0;3)\\ x\in(-\infty;-4)\cancel{\cup(0;3)}\end{array}\right.$$

$-\ +\ -\ +$: -4, 0, 3, x

$-\ +\ -\ +$: 0, 3, 4, x

$$\iff x\in(-\infty;-4)\cup\cancel{(0;3]}\cup\{-1\}.\quad (0;3)$$

Ответ: $(-\infty;-4)\cup\cancel{(0;3]}\cup\{-1\}.\cup(0;3)$

$|a-6|\le|ax$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

3 $\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \overset{\uparrow^2}{\Leftrightarrow} \begin{cases} y-2x\geq 0 \\ y^2-4xy+4x^2=xy \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2x\geq 0 \\ y^2-5xy+4x^2=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$

$* \; y^2-5xy+4x^2=0 \Leftrightarrow \underline{(y-x)(y-4x)=0} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2x\geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} y=x \\ y=4x \end{array}\right. \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$

$y^2-4xy-xy+\ldots$

$y_1+y_2=5x$

$y_1\cdot y_2=4x^2 \quad y_1=4x \quad y_2=x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y-2x\geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=x \\ 2x+x^2=9 \end{cases} \\ \begin{cases} y=4x \\ 8x+x^2=9 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2x\geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=x \\ x^2+2x-9=0 \end{cases} \\ \begin{cases} y=4x \\ x^2+8x-9=0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$

-8
-9
-9
1

$\Leftrightarrow \begin{cases} y\geq 2x \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \cancel{y=x} \\ \cancel{x=\pm\sqrt{3}} \end{cases} \\ \begin{cases} y=4x \\ \left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$ не подх. под условие.

$-36+18=\sqrt{36\cdot 9}$

$-18=18$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y\geq 2x \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \cancel{y=-\sqrt{3}} \\ \cancel{x=-\sqrt{3}} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-9 \\ y=-36 \end{cases} \text{— не подходит} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases} + \end{array}\right. \end{cases}$

$* \; \cancel{\sqrt{3}\geq 2\sqrt{3}} \; -$

$\cancel{-\sqrt{3}\geq -2\sqrt{3}} \; +$

$-36\geq -18 \; -$

$4\geq 2 \; +$

$2(-\sqrt{3})-3\neq 9$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \cancel{x=-\sqrt{3}} \\ \cancel{y=-\sqrt{3}} \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases} \end{array}\right.$

~~Ответ: $(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$ и $(1;4)$~~

$* \; x^2+2x-9=0$

$4+36=40$

$y=x=\frac{-2\pm 2\sqrt{10}}{2}=-1\pm\sqrt{10}$

$y=-1+\sqrt{10}$

$-1+\sqrt{10}\geq -2+2\sqrt{10}$

$1 \not\geq \sqrt{10}$ не подходит

$-1-\sqrt{10}\geq -2-2\sqrt{10}$

$\sqrt{10}\geq -1$ верно

Ответ: $(1;4)$ и $(-1-\sqrt{10}; -1-\sqrt{10})$.

№7. f

$D(f) = \mathbb{Q}_+$

$\forall a,b: \quad f(ab) = f(a) + f(b)$

$\forall p: \quad f(p) = p$ (p-простое число)

Найти: (x, y): $3 \le x \le 19$,

$3 \le y \le 19$

$f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

т.к. $f(ab) = f(a) + f(b)$, то $f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{b}\right)$

$\Rightarrow f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) < 0$

1сл. если $x = y = p$ На отрезке чисел от трёх до 19, есть простые числа: 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, значит т.к. $f(p) = p$, $\Rightarrow f(3) = 3$ ... и т.д. но все они не подходят

$\Downarrow$ $f\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{1}{p}$ т.к. их сумма будет больше нуля: $3 + \frac{1}{3} > 0$

$5 + \frac{1}{5} > 0$ и т.д.

...

2сл. если $x = p$ $y \ne p$

$3 + f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ и т.д., это возможно, $\Rightarrow \forall p\, x$ в пару идут

не простые числа y: 2 4 6 8 9 10 12 14 15 18

10

Значит всего будет 70 пар

Ответ: 70 пар.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.
$$\begin{cases} |3x| + |2y| + |6-3x-2y| > 6 \\ x^2-2x-3y+y^2 \le 0 \end{cases}$$

$2 \quad y+1\,(y+1-3)$

$y^2-3y = y(y-3)$

y^2-3y+x^2-2x

$3 \quad x(x-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{|6-3x-2y| > 6-|3x|-|2y|}$

$\cancel{x^2-x-x^2} \quad \cancel{2x^2-x-2x-2y^2+y \le 0}$

$\cancel{|a|-|b|} \le |a-b| \le |a|+|b|$

$|a+b| \le |a|+|b|$

$7 \quad -6 \qquad 7 \quad 6$

1

$a \quad 7+6 \quad 7-6$

x^2-2x

$x(x-2)$

x^2-3y+y^2-2x

$x^2-2y-y+y^2-x-x$

$|6-3x-2y| > |6|-|3x|-|2y|$

$\cancel{x^2-2x-3y}$ верно для $\forall$ x, y.

$|6-3x-2y| = 6-|3x|-|2y|$

10 $\quad 6-3x-2y = 6-|3x|-|2y|$

100 $\quad 6-3x-2y = -6+|3x|-$

$2x-3y=2xy$

$6-30-200$

$224 > 6+30$

$x^2-2x-3y+y^2$

$x^2-x-x-y-y-y+y^2$

$x^2+3x+x-3y$

7.

$t^2-2t-3a+a^2=0$

$t = \frac{2 \pm \sqrt{4+12a-4a^2}}{2}$

$D = 4-4(-3a+a^2) = 4+12a-4a^2$

$4(1+3a-a^2)$

$\cancel{1-3x-2y=1-}$

$x = 1+\sqrt{1+3y-y^2}$

$S = \pi R^2 = \pi \cdot 3$

$= \pi$

$x^2-2x+1+y^2-3y+1{,}5^2-3{,}25 \le 0$

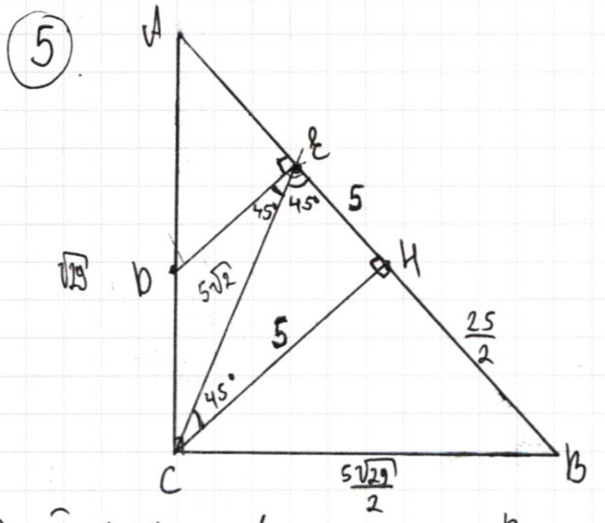
$(x-1)^2+(y-1{,}5)^2 \le 3{,}25$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(5).



Дано: $DE \perp AB$

$AC = \sqrt{29}$ $BC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$

$\angle CED = 45°$

Найти: $AD : AC$, S_{AED}.

Решение:

1) $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{29 + \frac{25 \cdot 29}{4}} = \frac{29}{2}$

2) Проведём высоту CH. Расм. $\triangle CEH$ (р/б. т.к. $\angle CHE = 90°$ и $\angle CEH = \angle CED = \frac{\angle DEH}{2} = 45°$) $\Rightarrow EH = CH$.

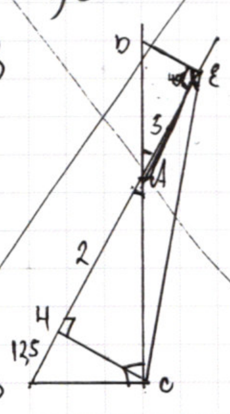
3) $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB \Leftrightarrow CB \cdot AC = CH \cdot AB \Leftrightarrow CH = \frac{CB \cdot AC}{AB}$

$\Leftrightarrow CH = \frac{\frac{5}{2} \cdot \sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \cdot 2}{29} = 5 = EH$. Расм. $\triangle CBH$: $HB = \sqrt{\frac{25 \cdot 29}{4} - 25} =$

$= \sqrt{\frac{25 \cdot 25}{4}} = \frac{25}{2}$. $\Rightarrow AB = AE + EH + HB$, $AE = AB - EH - HB$

$\Leftrightarrow AE = \frac{29}{2} - 5 - \frac{25}{2} = -3$. 4) Значит (.) D и (.) E не лежат в пределах $\triangle ABC$: $\Rightarrow AE = 3$

т.к. $EH = 5$



$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ и $AE = 3$ т.к.

$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{\sqrt{29}} = k$

$\frac{AD}{AC} = k$

$\Rightarrow \frac{AD}{14,5} = \frac{3}{\sqrt{29}}$

$AD = \frac{3 \cdot \frac{29}{2}}{\sqrt{29}} = \frac{87}{2\sqrt{29}} = \frac{87\sqrt{29}}{58}$

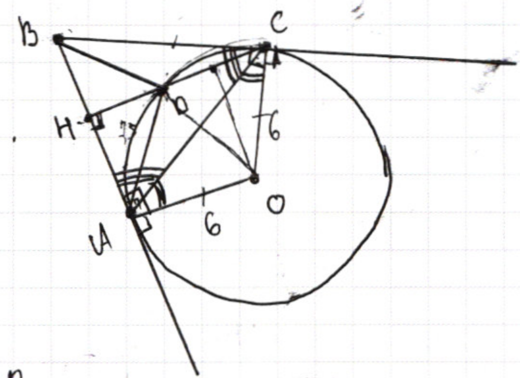
5) $\frac{AD}{AC} = \frac{\frac{87\sqrt{29}}{58}}{\sqrt{29}} = \frac{87}{58} = \frac{3}{2}$

6) $\frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{9}{29}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{29}{2} = \frac{145}{4} \Rightarrow S_{AED} = \frac{9 \cdot \frac{145}{4}}{29} = \frac{9 \cdot 145}{29 \cdot 4} = \frac{1305}{116}$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{2}$; $S_{AED} = \frac{1305}{116}$

№4.



Дано:

$S_{ABD} = 15$

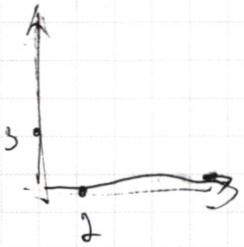
$R = 6$

Найти: $\frac{AB}{CH}$

Решение:

Т.к. $S_{ABD} = 15$: $DH \cdot AB = 30$, $\cancel{\frac{AB}{CH}}$ $AH^2 = CH \cdot HD$

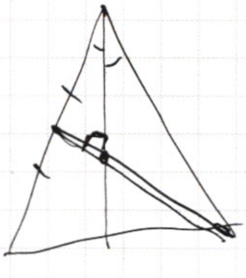
$\frac{AB \cdot AH^2}{CH} = 30 \Leftrightarrow \frac{AB}{CH} = \frac{30}{AH^2}$

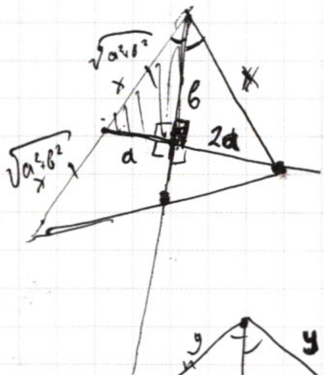


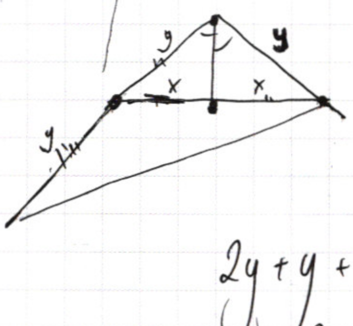
$p = 300$

$\sin 90° = 1$

ab





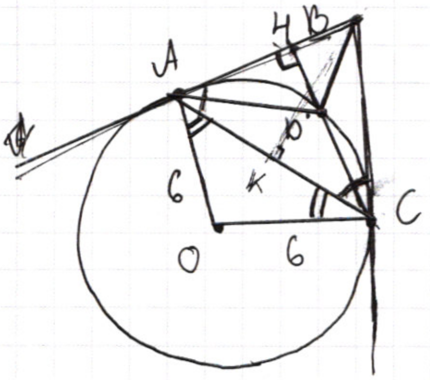


$$\begin{array}{r} \times\ 99 \\ 3 \\ \hline 297 \end{array}$$

$2y + y + z = 300$

$3y + z = 300$

④



$AH^2 = HC \cdot HD$

$S_{ABC} = 15$

$R_o = 6$

$CH \cdot AB = 15$

$\frac{AB}{CH - ?} = \frac{AH^2}{CH} = HD$

$\frac{AH}{CH} = \frac{HD}{AH}$

$29 + \frac{25 \cdot 29}{4} = \frac{29}{2}$

$S_{ABC} = CH \cdot AB \cdot \frac{1}{2}$

$\overset{2}{\times 29}$ $\underline{3}$ 87

~~AB=BC~~

$\frac{1}{2} DH \cdot AB = 15$

$DH \cdot (AH + HB) = 30$

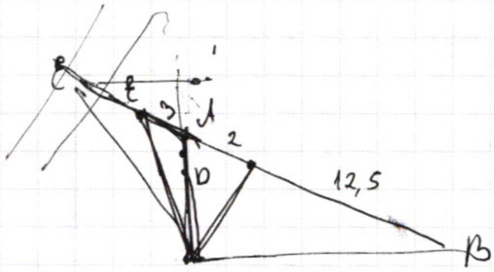
$HB = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{29}}{2}\right)^2 - 5^2} = \sqrt{\frac{25 \cdot 29}{4} - \frac{25 \cdot 4}{4}} = 25(29-4)$

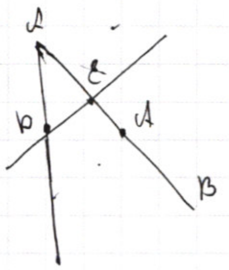
$\frac{25^2}{4} + 25 = \frac{25^2 + 25 \cdot 4}{4} = \frac{25(25+4)}{4}$

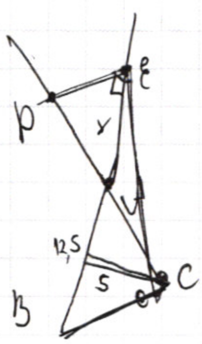
$\times 145$ $\underline{9}$ 1305

$5 \cdot \frac{29}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 29}{4}$ $\quad \frac{5\sqrt{29}}{2} \cdot \sqrt{29} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 29}{4}$

$\times 29$ $\underline{4}$ 116







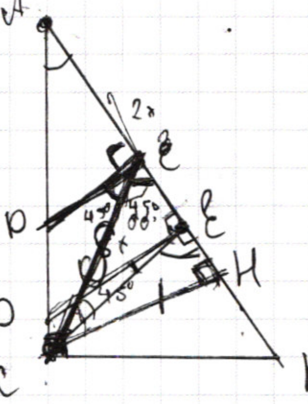
$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5



$180-45^\circ = 135^\circ$

$DE \perp AB$

$AD : AC - ?$ $\quad S_{AED} - ?$

$AC = \sqrt{29}$ $\quad BC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$

$\angle CED = 45^\circ$

1) $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ по двум углам.

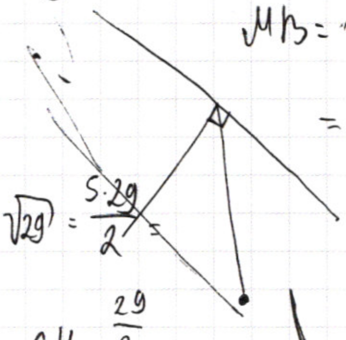
$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = k$ $\quad \frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = k^2$

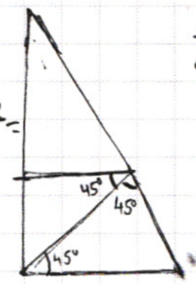
2) $AB = \sqrt{29 + \frac{25 \cdot 29}{4}} = \sqrt{\frac{29 \cdot 4 + 25 \cdot 29}{4}} = \sqrt{\frac{29(25+4)}{4}} = \frac{29}{2} = 14,5$

3) $\frac{AD}{AB} = \frac{AD}{14,5} = \frac{2AD}{29} = k$ $\quad \frac{AD}{\frac{29}{2}} = \frac{2AD}{29}$ $\quad \frac{29^2}{2^2} = 29 + \frac{25}{4} \cdot 29 =$

$tg B = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{29}}{\frac{5\sqrt{29}}{2}} = \frac{2\sqrt{29}}{5\sqrt{29}} = \frac{2}{5} = 0,4$ $\quad \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Leftrightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE} = \frac{2}{5}$

$MB = \sqrt{\frac{25 \cdot 29}{4} - 25} = \sqrt{\frac{25 \cdot 29 - 25 \cdot 4}{4}} = \frac{25}{4}$





$\frac{5}{2}$

$2\sqrt{3}$ $\quad 3\sqrt{3}$

$\frac{5\sqrt{29}}{2} \cdot \sqrt{29} = \frac{5 \cdot 29}{2} =$

$= CH \cdot \frac{29}{2}$

$\sqrt{\frac{25^2}{4} + 25} = \sqrt{\frac{25^2 + 25 \cdot 4}{4}}$

$CM - ?$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} CM \cdot AB$

$\angle C + \angle B = 135^\circ$

$\angle C + \angle C_1 = 90^\circ$ $\quad \angle C = 90^\circ - \angle C_1$

$\angle C_1 + \angle D = 135^\circ$

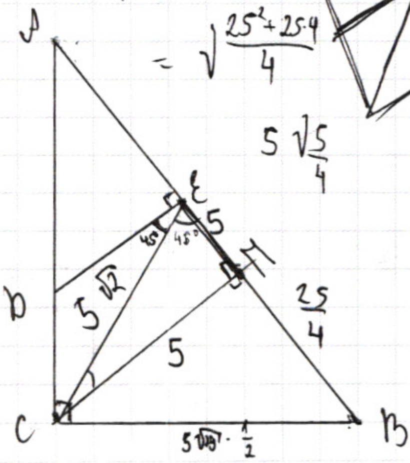
$AC \cdot CB = CM \cdot AB$

$5\sqrt{\frac{5}{4}}$

$\angle A + \angle B = 45^\circ$ $\quad \Leftrightarrow \quad \angle A + 135^\circ - \angle ECB = 45^\circ$

$\angle B + \angle ECB = 135^\circ$

$\angle ECB - \angle A = 90^\circ$



$\sqrt{29} \cdot \frac{5\sqrt{29}}{2} = x \cdot \frac{29}{2}$

$x = \frac{10}{2} = 5$