МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED=45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 19$, $3\leqslant y\leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

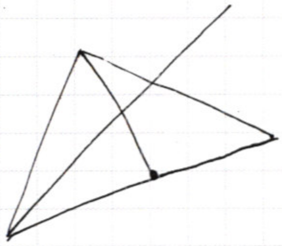
ШИФР

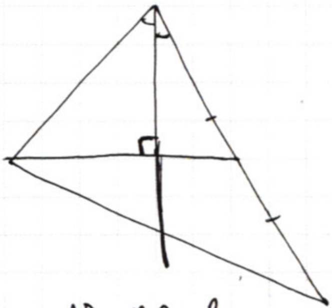
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x||x-3|}\le 0$$

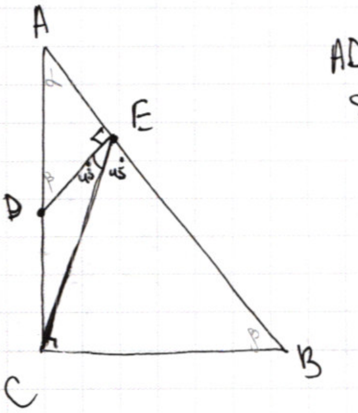
	1	10	-14	-90	+81
9	1	-1	5		





x^2-5x+6

	1	-5	+6
2	1	-3	0
3	1	0	



$AD:AC$ - ?

S_{AED} - ?

$AC=\sqrt{29}$

$BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$

$AB=\sqrt{29+\frac{25}{4}\cdot 29}=\sqrt{\frac{29\cdot25+4\cdot29}{4}}=$

$=\sqrt{\frac{29\cdot(29)}{4}}=\frac{29}{2}$

$\times\begin{array}{r}26\\3\\\hline 60\end{array}$

78

$8-90$

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}\\ 2y+x^2=9\end{cases}$$

$y=\frac{9-x^2}{2}$

$\frac{9-x^2}{2}-2x=\sqrt{\frac{9-x^2}{2}\cdot x}$

$9-x^2-4x=\sqrt{18x-2x^3}$

$y^2-4xy+4x^2=xy$

$y^2-5xy+4x^2=0 \quad |\times 4$

$(9-x^2)^2-5\cdot2\cdot x\cdot(9-x^2)+4x^2=0$

$81-18x^2+x^4-90x+10x^3+4x^2=0$

$x^4+10x^3-14x^2-90x+81=0 \qquad 81=72+9$

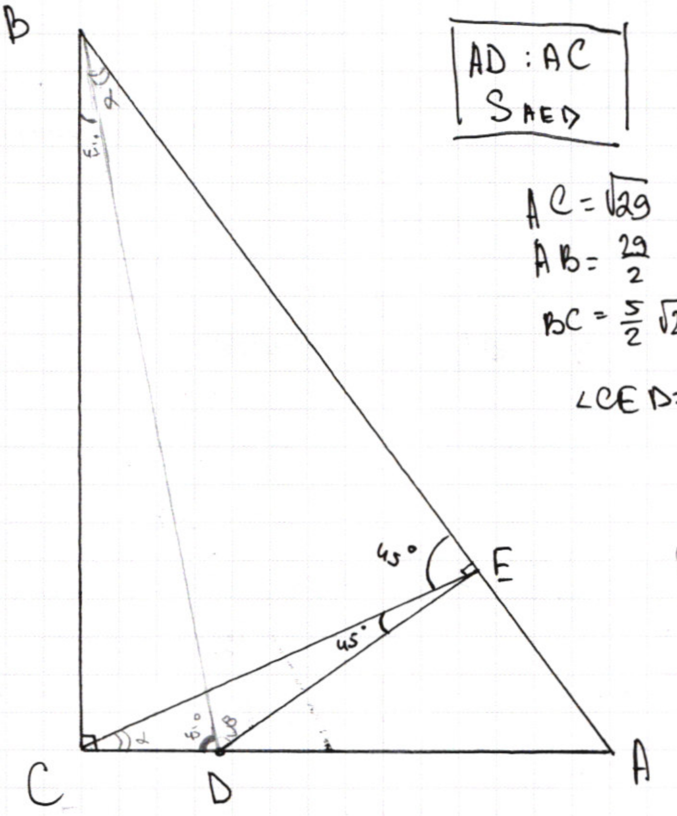
x^4+10x^3

	1	+10	-14	-90	+81
+1	1	11	-3	-93	-5 ?
9	1	1	-27		
3	1	13	26	-12	

?!?

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



$\boxed{\begin{matrix} AD : AC \\ S_{AED} \end{matrix}}$

$AC = \sqrt{29}$

$AB = \frac{29}{2}$

$BC = \frac{5}{2}\sqrt{29}$

$\angle CED = 45°$

$\alpha = 90° - \beta$

$180° - \alpha - \beta - 45° = 180° - 135° + \alpha - \alpha = 45°$

$\triangle ADE \sim ABC$, тогда

$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AC}\right)^2$

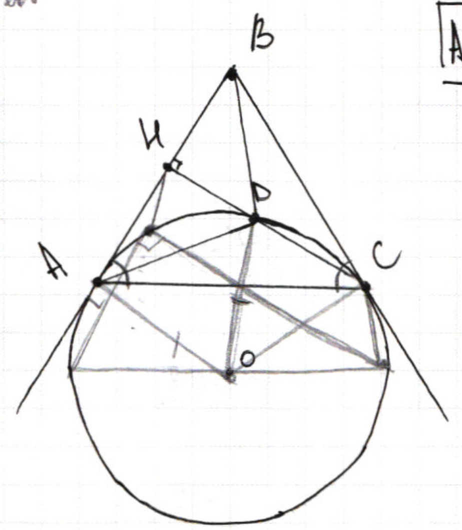
$S_{ADE} = \frac{AD^2}{AC^2} \cdot S_{ABC}$

$BC = CD$

$\frac{AD}{AC} = \frac{AC - CD}{AC} =$

$= \frac{AC - CB}{AC} = 1 - \frac{\frac{5}{2}\sqrt{29}}{\sqrt{29}} =$

$= 1 - \frac{5}{2} < ?$



$\boxed{AB : CH}$

$AB = BC$

$S_{ABD} = 15 = \frac{1}{2} \cdot DH \cdot AB$

$R = 6$

$S_{ABO} = \frac{1}{2} AB \cdot AO = 3AB$

$\frac{\sqrt{29} - \frac{5}{2}\sqrt{29}}{\sqrt{29}}$

$1 - \frac{5}{2} = \frac{2}{2} - \frac{5}{2} =$

$= -\frac{3}{2}$

$\begin{cases} x^2 - 2x + 5 - 4|x-1| \le 0 \\ 4x^2 - 12x + |x||x-3| > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 4|x-1| \ge 2x - x^2 - 5 \\ |x||x-3| > 12x - 4x^2 \end{cases}$

$\left[\begin{cases} 4x - 4 \geq 2x - x^2 - 5 \\ x^2 - 3x > 12x - 4x^2 \end{cases}\right.$

$\frac{AD}{CD + AD} =$

$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x-1|}{4x^2 - 12x + |x||x-3|} \le 0$

$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy \end{cases}$

$y^2 - 5xy + 4x^2 = 0$

$y^2 - xy - 4xy + 4x^2 = y(1 - \cancel{x}) + 4x(1 - y)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3x > g$ (1) $2y > f$ (3) $6-3x-2y > h$ (5)

$3x < -g$ (2) $2y < -f$ (4) $6-3x-2y < -h$ (6)

1+3+5 $6 > g+f+h = 6$!?

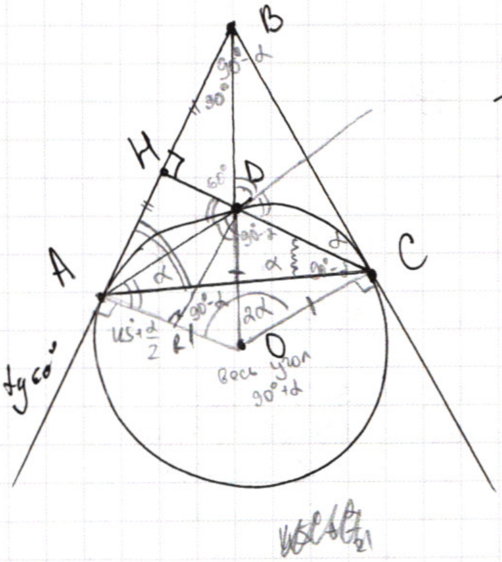
1+3+6 $4y+6x+6 > g+f+h = 6$

$2y+3x > 0$

1+4+5 $-4y > 0$, $y<0$

1+4+6 $x>0$

2+3+5 $x<0$



$\frac{HB}{HD} = tg 60°$

$\frac{AB}{CH}$ - ?

$R=6$

$S_{ABO} = 15$

$\angle A = \angle C = \frac{180°-90°+\alpha}{2} = 45° + \frac{\alpha}{2}$

$\frac{DR}{CH} = \frac{AO}{AB}$

$\frac{AH}{CH} = \frac{AO}{AB}$

$AB \cdot AH = AO \cdot CH$

$AO = AB \cdot tg\alpha$

$\frac{HB}{BC} = \sin\alpha$

$\frac{HB}{\sin\alpha} = BC$

$AH =$

$AB \cdot AO \cdot AH = AO \cdot AB \cdot tg\alpha \cdot CH$

$AH = CH \cdot tg\alpha$

$\triangle AOD \sim \triangle ABC$

$\frac{AO}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{OD}{BC}$

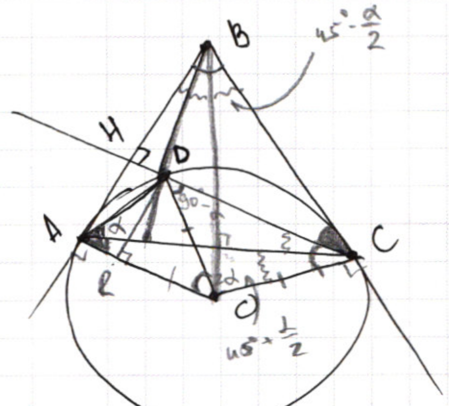
$\frac{6}{AB} = \frac{AO}{AB}$

$S = DH \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot HD tg 60°$

т.е. Δ ~~равнобедренный~~ равносторонний

$90° - \alpha = 60$

$\alpha = 30°$



$\triangle ADO \sim \triangle ABC$ по 2 углам

$\frac{CH}{DR} = \frac{AB}{OA}$ $\quad DR = AH$

$\frac{CH}{AH} = \frac{AB}{OA}$ $\quad OA = \frac{AB \cdot AH}{CH} = \frac{AB(AB - HB)}{HB} = \frac{AB^2}{HB} - AB$

$CH \cdot OA = AB \cdot AH$ $\quad \frac{OA}{AB} = tg\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$

$CH \cdot tg\alpha = AH$ $\quad tg\alpha = \frac{AH}{CH}$

$45^\circ - \frac{\alpha}{2} + 45^\circ - \frac{\alpha}{2} + 90^\circ - \alpha = 90^\circ$

$90^\circ - 2\alpha = 0$

$\alpha = 45^\circ$

$45^\circ = 45$

$HB = HC$ $\quad 2\alpha - \frac{\alpha}{2} - 45^\circ = 1{,}5\alpha - 45^\circ$

$CD = 6\sqrt{2}$

$$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x-1|}{4x^2 - 12x + |x||x-3|} \le 0$$

$x^2 - 2x + 5 - 4|x-1| = 0$

$\angle CAO = 180^\circ - 45^\circ + \frac{\alpha}{2} - 45^\circ - \frac{\alpha}{2} - 90^\circ + \alpha = \alpha$

при $x \ge 0$: $\frac{x^2 - 2x + 5 - 4x + 4}{4x^2 - 12x + x^2 -}$

1 0 3

$\begin{cases} x^2 - 2x + 5 - 4|x-1| \le 0 \\ 4x^2 - 12x + |x||x-3| > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x^2 - 2x + 5 - 4|x-1| \ge 0 \\ 4x^2 - 12x + |x||x-3| \le 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2x + 5 \le 4|x-1| \\ |x||x-3| > 12x - 4x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - 4 \le x^2 - 2x + 5 \\ 4x - 4 \ge 2x - x^2 + 5 \\ 4x^2 - 12x < 3x - x^2 \\ 12x - 4x^2 > 3x - x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - 4 \ge x^2 - 2x + 5 \\ x^2 - 3x > 12x - 4x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - 4 \ge x^2 - 2x + 5 \\ x^2 - 3x < 4x^2 - 12x \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 6x + 9 \ge 0 \\ x^2 + 2x + 1 \ge 0 \\ x(x-3) < 0 \\ x(x-3) > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - 4 \le -(x^2 - 2x + 5) \\ x^2 + 3x > 12x - 4x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - 4 \le 2x - x^2 - 5 \\ x^2 - 3x < 4x^2 - 12x \end{cases}$

$3x^2 - 15x < 0$

$3x^2 - 9 < 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left[\begin{cases} x^2-6x+9\le 0 \\ 5x^2-15x>0\end{cases}\right.$

$\begin{cases} x^2-6x+9\le 0 \\ 3x^2-9x>0\end{cases}$

$\begin{cases} x^2+2x+1\le 0 \\ 5x^2-15x>0\end{cases}$

$\begin{cases} x^2+2x+1\le 0 \\ 3x^2-9x>0\end{cases}$

$\begin{cases} (x-3)^2\le 0 \\ x(x-3)>0\end{cases}$ + 0 + ; + − + 0 3 ?

$\begin{cases} (x-3)^2\le 0 \\ x(x-3)>0\end{cases}$?

$\begin{cases} (x+1)^2\le 0 \\ x(x-3)\end{cases}$ + −1 + ; + − + 0 3

$\{$

−1

$|3x|\ge g$ $|2y|\ge f$ $|6-3x-2y|\ge h$

$g+f+h\ge 6$

1. $3x\ge g$ | 3. $2y\ge f$ | 5. $6-3x-2y\ge h$

2. $3x\le -g$ | 4. $2y\le -f$ | 6. $6-3x-2y\le -h$

I. 135:

$3x+2y+6-3x-2y\ge 6$

$0>0$?

II. 136:

$3x+2y-6\ge h$ | $3x+2y+3x+2y-6>6$

$3x+2y>6$

$y>3-1{,}5x$

III. 145:

$f\le -2y$ | $3x-2y+6-3x-2y>6$

$y<0$

IV. $x>0$

V −

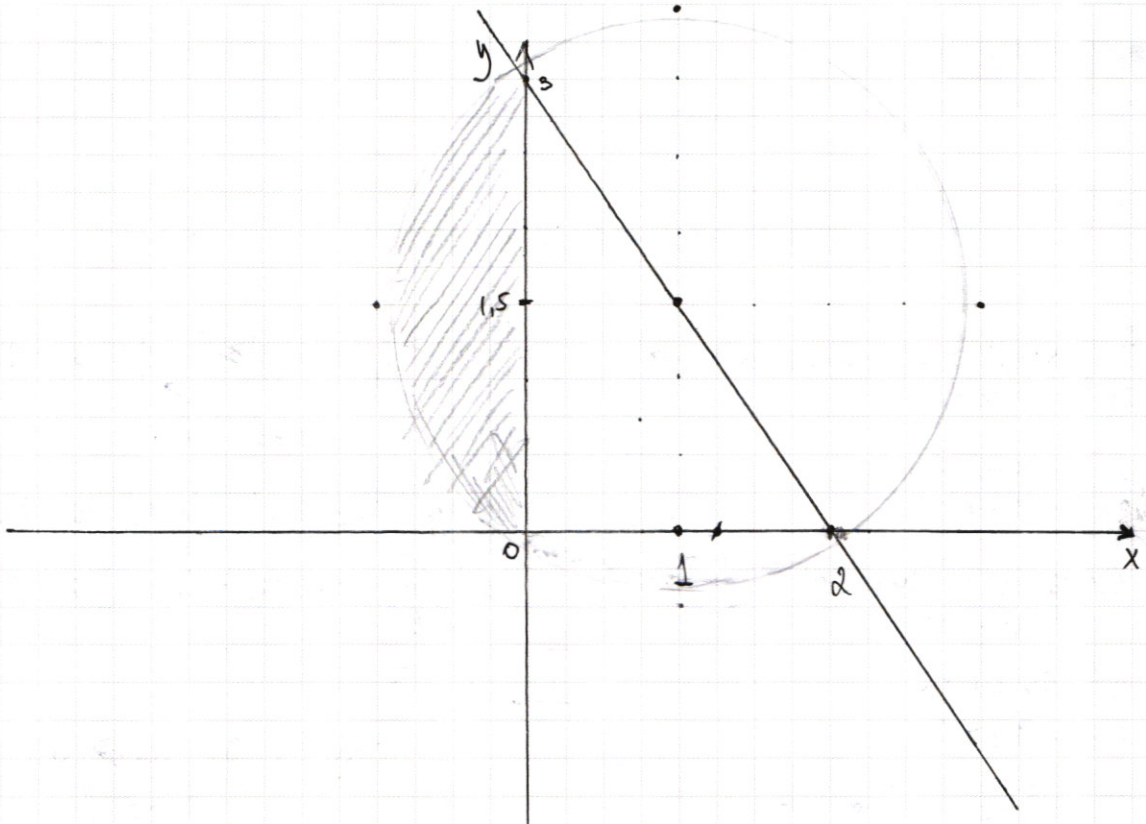
VI $y>0$

$x<0$

$3x+2y<6$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



$x^2-2x+1+y^2-3y+2{,}25-3{,}25\le 0$

$(x-1)^2+(y-1{,}5)^2\le 3{,}25$

y<0

$\sqrt{3{,}25}=0{,}5\sqrt{15}$

$x^2-2x+1+y^2-2y+1-y-2$

$(x-1)^2+(y-1)^2\le y-2$

$x^2-2x-3y+y^2\le 0$

~~[illegible]~~

$x(x-2)\le(3+y)y$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y^2-xy-4xy+4x^2= = y(y-x)-4x(y-x)= (y-x)(y-4x)=0$

$y-x=0$ или $y-4x=0$

$y=x$ $\qquad$ $y=4x$

$2y+x^2=9$ $\qquad$ $2y+x^2=9$

№3. $2x+x^2=9$ $\qquad$ $8x+x^2=9$

$x^2+2x-9=0$ $\qquad$ x^2+8x-9

$D=4+4\cdot 9=4\cdot 10=40$ $\qquad$ $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-9 \end{array}\right.$

$x=\frac{-2+2\sqrt{10}}{2}=-1+\sqrt{10}$ $\qquad$ $y=4$

$x=-1-\sqrt{10}$ $\qquad$ $y=-32$

$y=-1+\sqrt{10}$

$x=-1-\sqrt{10}$

$153 \,|\, 3$, 51

77

150 150

$2\le x\le 6$

2 3 4 5 6

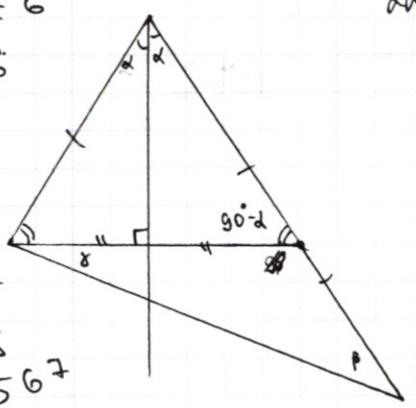
6 − 2 + 1

$1<x<8$

2 3 4 5 6 7

$2<x<8$

3 4 5 6 7



$2\alpha+\beta+90^\circ-\alpha+\gamma=180^\circ$

$\beta+\alpha+\gamma=90^\circ$

$x+2x+y=300$

~~x+2x~~ $1+2+297$

$3x>y$

$x+y>2x$

$300 \,|\, 4$, 75

75 50 − 1 = 147 $\quad$ 153 ?

< 24 $\quad$ 153 $\quad$ 147

51 102 147 ✓

231 69

77 154 69

~~...~~ ~~...~~

203 916 ✓ ~~...~~ 201 99 ✓

68 136 96 $\quad$ 67 134 99

225 75 $\quad$ 2422 78 ✓

75 150 75 $\quad$ 74 148 78

76 + 78 = 140 + 14

Ответ: 24

должно выполняться неравенство тр-ка

ищем пограничные случаи

$3x>150$

$3x<225$

$153\le 3x\le 222$

$51\le x\le 74$ ✓ $\quad$ $74-51+1=24$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} |3x| + |2y| + |6-3x-2y| > 6 \\ x^2 - 2x - 3y + y^2 \le 0 \end{cases}$$

$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 3y + 2{,}25 - 1 - 2{,}25 \le 0$

$(x-1)^2 + (y-1{,}5)^2 \le 3{,}25$

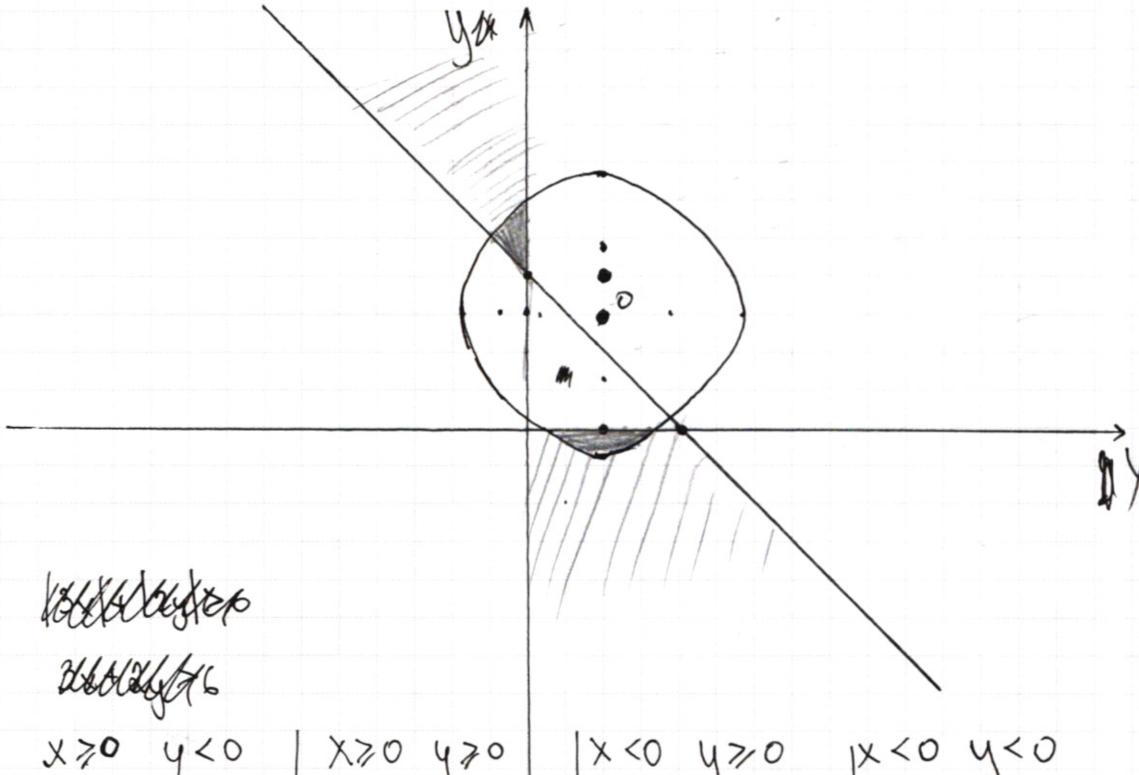
$R = 0{,}5\sqrt{15}$

$1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$

325	5
75	5
15	5
3	3

$f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$3 + \frac{1}{3}$



$x \ge 0 \quad y < 0$	$x \ge 0 \quad y \ge 0$	$x < 0 \quad y \ge 0$	$x < 0 \quad y < 0$
$3x - 2y + 6 - 3x + 2y > 6$	$3x + 2y + 6 - 3x - 2y \ge 6$	$-3x + 2y + 6 + 3x - 2y$	
$6 > 6$?	$6 > 6$?		

$3 + 2 + |6 - 3 - 2| > 6$?

$6 + 4 + |6 - 6 - 2| = 8 > 6$

$6 - 3 - 2$

$6 - 6 - 2 = -2$

$-3 \; 2$

$+9 + 4 + |6 + 9 - 4| =$

$6 - 6$

$$\left[\begin{array}{l} 3x + 2y + 6 - 3x - 2y > 6 \\ 3x + 2y + 6 - 3x - 2y < -6 \end{array}\right.$$

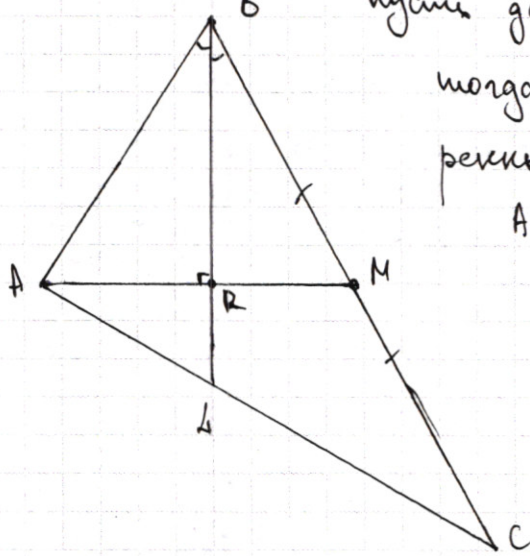
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

Решение:



пусть дан $\triangle ABC$, BL – бис-са, AM – медиана, $AM \cap BL = R$ тогда, т.к. $\angle R = 90°$ из условия, $\triangle ABM$ – равнобедренный (т.к. BR – и высота, и бис-са), т.е.

$AB = BM = \frac{1}{2} BC$

а значит мы должны искать треугольники, у которых одна сторона в 2 раза больше другой.

пусть стороны треугольника – это величины x, $2x$ и y. причем $y = P - 3x = 300 - 3x$; при подборе данных сторон должно выполняться неравенство тр-ка, т.е. $3x > y = 300 - 3x$

$6x > 300$

$x > 50$

и $2x < x + y = 300 - 2x$

$4x < 300$

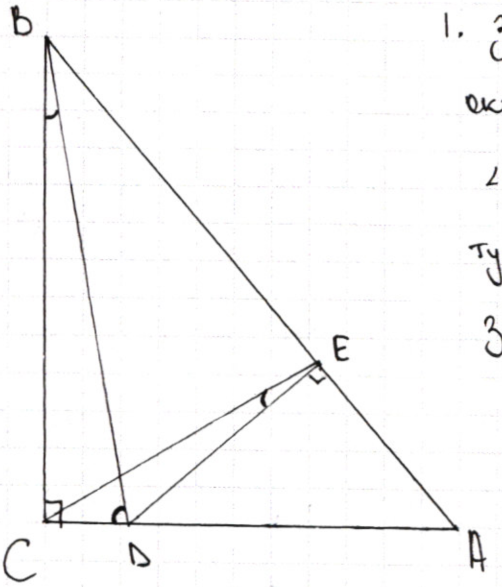
$x < 75$

Мы получили ограничение $50 < x < 75$ (заметим, что нахождение ~~определение~~ x определяет две другие стороны, т.е. нам надо рассмотреть возможные значения x)

x может принимать 24 значения

Ответ: 24.

Задача 5.



1. заметим, что BCDE можно вписать в окружность, т.к. $\angle BED + \angle BCA = 180^\circ$, тогда $\angle CBD = \angle CED = 45^\circ$, т.к. опираются на одну и ту же хорду с одной стороны, ~~тогда~~ а значит в $\triangle BCD$ $\angle BDC = 90^\circ - \angle CBD = 45^\circ = \angle CBD$, т.е. $\triangle BCD$ - равнобедренный и $BC = CD$, т.е. т. D лежит на прямой AC

2. $\cancel{\ldots} = \frac{AD}{AC} = \cancel{\ldots} \frac{AC - CD}{AC} = 1 - \frac{BC}{AC} = -\frac{3}{5}$

но т.к. точка D просто лежит за т. A, то $\frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$

2. $\triangle AED \sim \triangle ACB$ по 2 углам ($\angle A$ - общ, $\angle E = \angle C = 90^\circ$), тогда

$$\frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{\left(\frac{3}{5}AC\right)^2}{AC^2 + BC^2} = \frac{\frac{9}{25}\cdot 29}{29 + \frac{25}{4}\cdot 29} = \frac{9\cdot 4}{25\cdot 29}$$

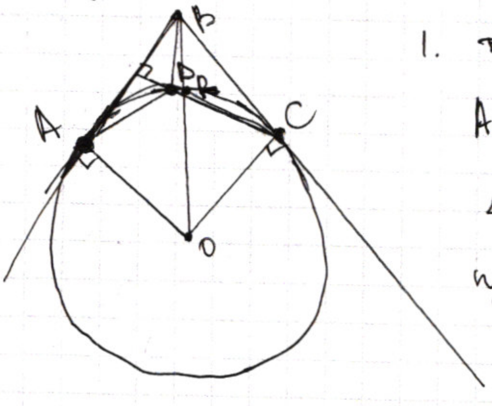
пометка: $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$ по т. Пифагора

причем $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB = \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot 29 = \frac{5\cdot 29}{4}$

$$S_{AED} = \frac{9\cdot 4}{25\cdot 29}\cdot\frac{5\cdot 29}{4} = \frac{9}{5} = 1{,}8$$

Ответ: $\frac{3}{5}$; 1,8.

Задача 4.



1. т.к. AB и BC - касат. к окружности, то $AB = BC$ по св-ву касат., а так же ~~...~~ $\angle OAB = \angle OCB = 90^\circ$ (радиусы к точке касания)

пусть BO пересекает окр-ть в т. R

2. пусть $\angle CAD = \alpha$, тогда $\angle COD = 2\alpha$ как вписанный и центральный.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

Решение:

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy} \text{, возв. в кв.} \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

ОДЗ: $x\neq 0,\ y\neq 0,\ y\geq 2x$

$$\begin{cases} y^2-5xy+4x^2=0 \quad |\times 4 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-x)(y-4x)=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y-x=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \\ \begin{cases} y-4x=0 \\ 2y+x^2=9 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=x \\ x^2+2x-9=0 \end{cases} \\ \begin{cases} y=4x \\ x^2+8y-9 \end{cases} \end{array}\right.$$

$D=4+4\cdot 9=40$, $\left[\begin{array}{l} x=-1-\sqrt{10} \\ x=-1+\sqrt{10} \end{array}\right.$

т.к. $1+8-9=0$, то $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-9 \end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-1-\sqrt{10} \\ y=-1-\sqrt{10} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1+\sqrt{10} \\ y=-1+\sqrt{10} \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-9 \\ y=-36 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(-1-\sqrt{10};-1-\sqrt{10})$; $(-1+\sqrt{10};-1+\sqrt{10})$; $(1;4)$; $(-9;-36)$.

Задача 1.

Решение:

Заметим, ~~что~~ что всего может быть две следующие ситуации:

$$\begin{cases} x^2-2x+5-4|x-1|\le 0 \\ 4x^2-12x+|x||x-3|>0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x^2-2x+5-4|x-1|\ge 0 \\ 4x^2-12x+|x||x-3|\le 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4|x-1|\ge x^2-2x+5 \\ |x||x-3|>12x-4x^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4|x-1|\le x^2-2x+5 \\ |x||x-3|\le -4x^2+12x \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4x-4\ge x^2-2x+5 \\ x^2-3x>12x-4x^2 \end{cases} \\ \begin{cases} 4x-4\ge x^2-2x+5 \\ x^2-3x<4x^2-12x \end{cases} \\ \begin{cases} 4x-4\le 2x-x^2-5 \\ x^2-3x>12x-4x^2 \end{cases} \\ \begin{cases} 4x-4\le 2x-x^2-5 \\ x^2-3x<4x^2-12x \end{cases} \end{array}\right. \qquad \begin{cases} 4x-4\le x^2-2x+5 \\ x^2-3x<12x-4x^2 \\ 4x-4\ge 2x-x^2-5 \\ x^2-3x>4x^2-12x \end{cases}$$

Решая и преобразовывая систему, получим:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x-3)^2\le 0 \\ x(x-3)>0 \end{cases} \quad x\in\varnothing \\ \begin{cases} (x+1)^2\le 0 \\ x(x-3)>0 \end{cases} \quad x=-1 \end{array}\right.$$

Решаем и преобраз. систему, получаем:

$$\begin{cases} (x-3)^2\ge 0 \\ (x+1)^2\ge 0 \\ x(x-3)<0 \end{cases}$$

$x\in(0;3)$

Объединяя данные решения, получаем совокупность:

$$\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x\in(0;3) \end{array}\right.$$

Итак, $x\in\{-1\}\cup(0;3)$

Ответ: $\{-1\}\cup(0;3)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

заметим, что $\triangle ODA, \triangle ODC$ – равнобедр., т.к. $OD = OA = OC = R$ – радиусу

тогда $\angle ODC = \angle OCD = \frac{180° - 2\alpha}{2} = 90° - \alpha$, $\angle HCB = 90° - (90° - \alpha) = \alpha$, тогда

в $\triangle CHB$ $\angle B = 90° - \angle HCB = 90° - \alpha$

в $\triangle ODA$ $\angle DAO = \angle ADO = \frac{180° - 90° + \alpha}{2} = 45° + \frac{\alpha}{2}$

в $\triangle ABC$ $\angle BAC = \angle BCA = 45° + \frac{\alpha}{2}$

т.к. $CH \perp AB$ и $OA \perp AB$, т.е. $CH \parallel OA$ и $\angle CDO = \angle AOD$ как накрест леж.

т.е. $\triangle ADO \sim \triangle ABC$ по 2 углам.

3. $\angle DCA = 180° - 90° + \alpha - 45° - \frac{\alpha}{2} - \alpha = 45° - \frac{\alpha}{2}$

тогда в $\triangle BCK$, где $K = BO \cap AC$,

$\angle K = 90°$ ~~...~~.

$\alpha = 45°$