МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED = 30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 6

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 & (1) \\ x^2-2x-4y+y^2\le 0 & (2) \end{cases}$$

1) Заметим, что $|a|+|b|\geq a+b$ при любых $a\in\mathbb{R}$; $b\in\mathbb{R}$. Причём $|a|+|b|=a+b$, при $a\geq 0$ и $b\geq 0$

Зн. $|2x|+|y|+|4-2x-y|\geq 2x+y+4-2x-y=4$

Сл-но при любых x и y $|2x|+|y|+|4-2x-y|\geq 4$

По условию нер-во строгое, сл-но

$|2x|+|y|+|4-2x-y|\neq 4$

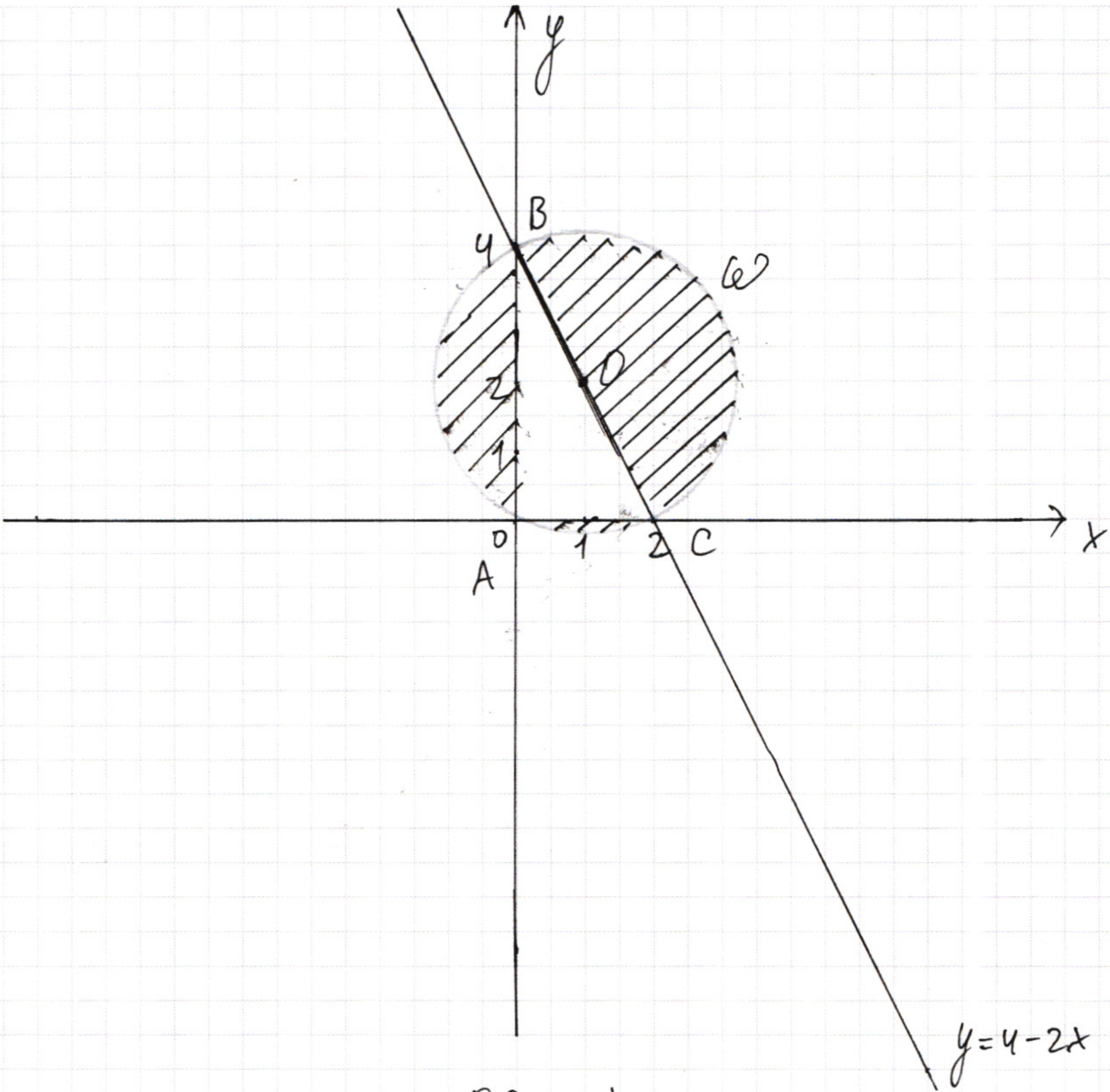
Значит

$$\left[\begin{array}{l} 2x<0 \\ y<0 \\ 4-2x-y<0 \end{array}\right. ; \quad \left[\begin{array}{l} x<0 \\ y<0 \\ y>4-2x \end{array}\right.$$ где $y>4-2x$ - часть плоскости ~~ниже~~ выше прямой $y=4-2x$

2) $x^2-2x-4y+y^2\le 0$

$x^2-2x+1+y^2-4y+4-5\le 0$

$(x-1)^2+(y-2)^2\le 5$ - часть плоскости внутри окр-сти $\omega(O;R)$, задаваемой ур-нием $(x-1)^2+(y-2)^2=5$; $O(1;2)$; $R=\sqrt{5}$



Заметим, что точка $O(1;2)$ принадлежит прямой $y=4-2x$ $(2=4-2\cdot1)$. Также точки $(2;0)$ и $(0;4)$ принадлежат прямой $(0=4-2\cdot2$ и $4=4-2\cdot0)$

Также точки $(2;0)$ и $(0;4)$ принадлежит ω $\left((2-1)^2+(0-2)^2=5 \text{ и } (0-1)^2+(4-2)^2=5\right)$

И точка $(0;0)$ – $(0-1)^2+(0-2)^2=5$

Из 1 и 2 пунктов выходит, что нер-ву удовлетворяют все точки внутри ω, но вне $\triangle ABC$ $A(0;0)$; $B(0;4)$; $C(2;0)$

$S_\omega=\pi R^2=\pi\cdot5=5\pi$; $S_{\triangle ABC}=\frac{4\cdot2}{2}=4$. $S_x=S_\omega-S_{\triangle ABC}=5\pi-4$

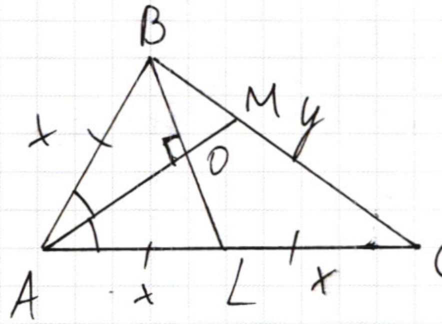
Ответ: $5\pi-4\approx11{,}7$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

1)



Дано:
$\triangle ABC$: AM - бис-са
BL - медиана
$AM \perp BL$; $AM \cap BL = O$

В $\triangle ABL$: AO - бис-са по усл. и $AO \perp BL$ из усл. Сл-но AO и бис-са и высота. значит $\triangle ABL$ равнобедренный $AB = AL$

Пусть $AL = LC = AB = x$; $BC = y$

Тогда $P_{\triangle ABC} = 3x + y = 600$; $y = 600 - 3x$; $x = \frac{600-y}{3}$

2) По св-ву тр-ника $y < 3x$, т.е. $3x > 600 - 3x$

$6x > 600$; $x > 100$

И $2x < x + y$; $x < y$; $y > \frac{600-y}{3}$; $3y > 600 - y$

$4y > 600$; $y > 150$

~~$3x > 300$~~ $x_{min} = 101$, значит $3x_{min} = 303$

$y_{max} = 600 - 303 = 297$

Сл-но $150 < y \leq 297$. Также из $\underset{\vdots 3}{3x} + \underset{\vdots 3}{y} = \underset{\vdots 3}{600}$

$y \vdots 3$.

Значит из $150 < y \leq 297$ и $y \vdots 3$, всего вариантов тр-ников $50 - 1 = 49$ Ответ: 49

Задача 1

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leq 0$$

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|} \leq 0$$

1) Рассмотрим числитель $x^2-6x+10-2|x-3|$

при $x-3 \geq 0$; $x \geq 3$: $|x-3| = x-3$

$x^2-6x+10-2(x-3) = x^2-6x+10-2x+6 = x^2-8x+16 =$

$= (x-4)^2 \geq 0$ при $x \in R$

при $x-3<0$; $x<3$; $|x-3| = 3-x$

$x^2-6x+10-2(3-x) = x^2-6x+10-6+2x =$

$= x^2-4x+4 = (x-2)^2 \geq 0$ при $x \in R$

при $x=4$ или $x=2$ числитель равен 0

при $x=4$:

$2\cdot4\cdot(4-2)+|4|\cdot|4-2| = \overset{16}{\cancel{32}}+8 = 24 \neq 0$, сл-но

при $x=4$ дробь равна 0

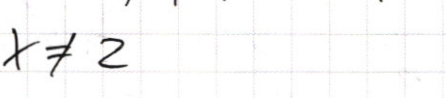
при $x=2$

$2\cdot2\cdot(2-2)+|2|\cdot|\cancel{x}-2-2| = 0$, что невозможно

сл-но $x \neq 2$

2) Рассмотрим знаменатель $2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|$

$|x|\cdot|x-2| \geq 0$ при $x \in R$. Знаменатель должен быть отрицательным, т.к. числитель больше или равен 0

$2x(x-2)$ 

При $0<x<2$ $2x(x-2)<0$; $|x|\cdot|x-2| = x(2-x)$

$2x(x-2)+x(2-x) = x(x-2)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x(x-2)<0$ при

$+ \quad 0 \quad - \quad 2 \quad +$ $\qquad x \in (0;2)$

Сл-но решением нер-ва является
$x \in (0;2) \cup \{4\}$

Ответ: $x \in (0;2) \cup \{4\}$

Задача 3

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

Замена: $a=\sqrt{x}$; $b=\sqrt{y}$ $\quad$ ~~$a \geq 0; b \geq 0$~~

$$\begin{cases} a^2-2b^2=ab & (1) \\ a^2+b^4=5 & (2) \end{cases}$$

(1): $a^2-ba-2b^2=0$

Решим квадратное ур-ние от-но a

$D=b^2+8b^2=9b^2$

$a=\frac{b\pm 3b}{2}$; $\left[\begin{array}{l} a=2b \\ a=-b \end{array}\right.$

Обратная замена:

$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x}=2\sqrt{y} \\ \sqrt{x}=-\sqrt{y} \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x=4y \\ x=\cancel{-y}\,y \end{array}\right.$

~~При $x=2y$:~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 5
(Нумеровать только чистовики)

$$\left[\begin{array}{l} x = \cancel{2y}\ 4y \\ x = \cancel{-y}\ y \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \cancel{2y}\ 4y \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \cancel{-y}\ y \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \end{array}\right. ; \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2y \\ y^2 + 2y - 5 = 0 \end{cases} (3) \\ \begin{cases} x = -y \\ y^2 - y - 5 = 0 \end{cases} (4) \end{array}\right.$$

$(3):\quad y^2 + 2y - 5 = 0$

$D = 4 +$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 4y \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} x = y \\ x + y^2 = 5 \end{cases} \end{array}\right. ; \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 4y \\ y^2 + 4y - 5 = 0 \end{cases} (3) \\ \begin{cases} x = y \\ y^2 + y - 5 = 0 \end{cases} (4) \end{array}\right.$$

$(3):\quad y^2 + 4y - 5 = 0$

т.к. $1 + 4 - 5 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = -5 \end{array}\right.$$

$(4):\quad y^2 + y - 5 = 0$

$D = 1 + 20 = 21$

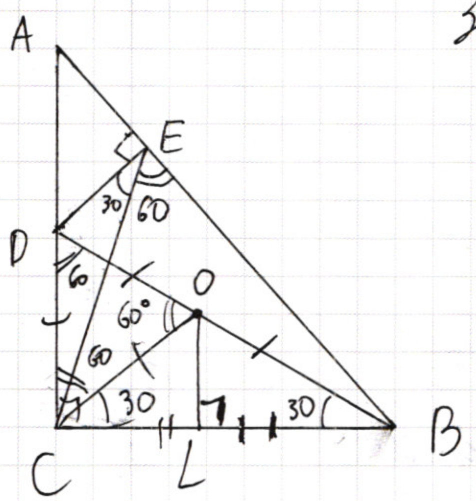
$y = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -20 \\ y = -5 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \\ y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \\ y = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(4; 1); (-20; -5); \left(\frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}; \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5



Дано: $\triangle ABC$
$\angle C=90°$; $AC=\sqrt{7}$
$BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$; $\angle CED=30°$
$DE\perp AB$
Найти:
~~AB~~ $AD:AC$
и $S_{\triangle AED}$

Решение:
По т. Пиф. в $\triangle ABC$ ($\angle C=90°$)
$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{7+\frac{28}{3}}=\sqrt{\frac{49}{3}}=\frac{7}{\sqrt{3}}$
$\angle CEB=90-30=60°$ т.к. $DE\perp AB$
Доп. постр. BD
В $DEBC$ $\angle DEB+\angle DCB=90+60+30=180°$
Сл-но около $DEBC$ можно описать окр-сть $\omega(O;R)$, причем $O\in DB$ (т.к. $\angle DCB=90°$)
$DO=OB$
CO - медиана в $\triangle CDB$, где $\angle C=90°$; сл-но
$CO=DO=OB$
$\angle DOC=2\angle DEC$, как центр. и впис. углы
Сл-но $\angle DOC=60°$; $DO=OC$, $\Rightarrow$ сл-но $\triangle DOC$-правильн. и все его углы равны $60°$. $DC=OD=OC$
$\angle BCO=90-\angle DCO=90-60=30°$

OL – мед. в равнобедр. ΔCOB. А сл-но и бис-са и высота

$CL = LB = \frac{CB}{2} = \sqrt{\frac{7}{3}}$

В ΔOLB $\angle OLB = 90$

$\angle LBO = 30^\circ$

Зн. $tg\, 30^\circ = \frac{OL}{LB} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{OL}{\sqrt{\frac{7}{3}}}$

$OL = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

В ΔCBD ; $DO = OB$; $CL = LB$, сл-но OL – ср. линия. По св-ву ср. линии

$DC = 2OL = 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{3}$

$AC = \sqrt{7}$

$AD = \sqrt{7} - 2\frac{\sqrt{7}}{3} = \sqrt{7}\left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$\frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{7}}{3} : \sqrt{7} = \frac{1}{3}$

Пусть $\angle CBA = \alpha$, тогда из ΔABC $\angle CAB = 90 - \alpha$

А из ΔAED $\angle ADE = \alpha$

Сл-но $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ по 3 углам

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$; $AE = \frac{AD \cdot AC}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \sqrt{7}}{\frac{7}{\sqrt{3}}} = \frac{7 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot 7} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

В ΔAED по т. Пиф.

$DE^2 = AD^2 - AE^2 = \frac{7}{9} - \frac{3}{9} = \frac{4}{9}$

$DE = \frac{2}{3}$

$S_{\Delta ADE} = \frac{DE \cdot AE}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{18} = \frac{\sqrt{3}}{9}$

Ответ: $\frac{1}{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{9}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-4xy+y^2=xy \\ x+y^2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-5xy+y^2=0 \\ x+y^2=5 \end{cases}$

$(x-2y)^2=xy$; $x^2-4xy+4y^2=xy$

$x^2-5xy+4y^2=0$

$\begin{cases} x^2-5xy+y^2=0 \\ x-5+y^2=0 \end{cases}$

$x=5-y^2 \Rightarrow$

$x^2-5xy+y^2=x-5+y^2$

$(5-y^2)^2-5(5-y^2)y+4y^2=0$

$x^2-5xy=x-5$

$25-10y^2+y^4-25y+5y^3+4y^2=0$

$x(x-5y)=x-5$

$\cancel{x+y^2}$

$y^4+5y^3-6y^2-25y+25=0$

$x^2+y^2=5xy$

$x+y^2=5$

$y^2+2y=\sqrt{xy}+5$

$x^2-x=5xy-5$

$y^2=\cancel{\sqrt{5-x}}\ 5-x$

$x(x-1)=5(xy-1)$

$(x-y)^2=3xy$

$x^2-5xy+y^2+x+y^2=5$

$x^2-6x+10=0$

$\cancel{D=36-40}$

$x^m+y^2=5$

$x^2-5xy+2y^2=5-x$

$\cancel{x^2-4xy+2y}$

$x^2-6x+10-2|x-3|$

$x^2+y^2=xy(x+y^2)$

$x^2+y^2=x^2y+xy^3$

$x^2y-x^2=y^2-xy^3$

$x^2(y-1)=y^2(1-xy)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$x^2-6x+10-2|x-3|$

при $x \geq 3$ $|x-3|=x-3$

$x^2-6x+10-2x+6=x^2-8x+16=(x-4)^2$

при $x<3$ $|x-3|=3-x$

$x^2-6x+10-2(3-x)=x^2-6x+10-6+2x=x^2-4x+4=$
$=(x-2)^2$

$2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|=2x(x-2)+|x|\cdot|x-2|$

при $x \leq 0$

$2x(x-2)+(-x)\cdot(2-x)=2x(x-2)+(x-2)x=3x(x-2)$

~~при~~

$2{,}5 \times 2{,}5$ 5 $6{,}25$

$|2x|+|y|+|4-2x-y|>4$

$|a|+|b|+|c| \geq a+b+c$

$2{,}2 \times 2{,}2$ 44 44 $4{,}84$

$|2x|+|y|+|4-2x-y| \geq 2x+y+4-2x-y=4$

$|2x|+|y|+|4-2x-y| \neq 4$

$y \leq 4-2x$

$f(n)<0$ $2x \geq 0$ $x \geq 0$ $4-2x-y \geq 0$

$f(m)<0$ $y \geq 0$ $y \geq 0$

$f(n)+f(m)<0$ $x^2-2x-4y+y^2=x^2-2x+1+y^2-4y+4-5$

$f(m+n)<0$ $(x-1)^2+(y-2)^2=5$ $R=\sqrt{5}$

5.

$3{,}14 \times 5$ $15{,}70$

$f(ab)=f(a)+f(b)$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a^2-2b^2=ab$

$a^2+b^4=5$

$b^4+2b^2=5-ab$

$a^2-ab-2b^2=0$

$D=b^2+8b^2=9b^2$

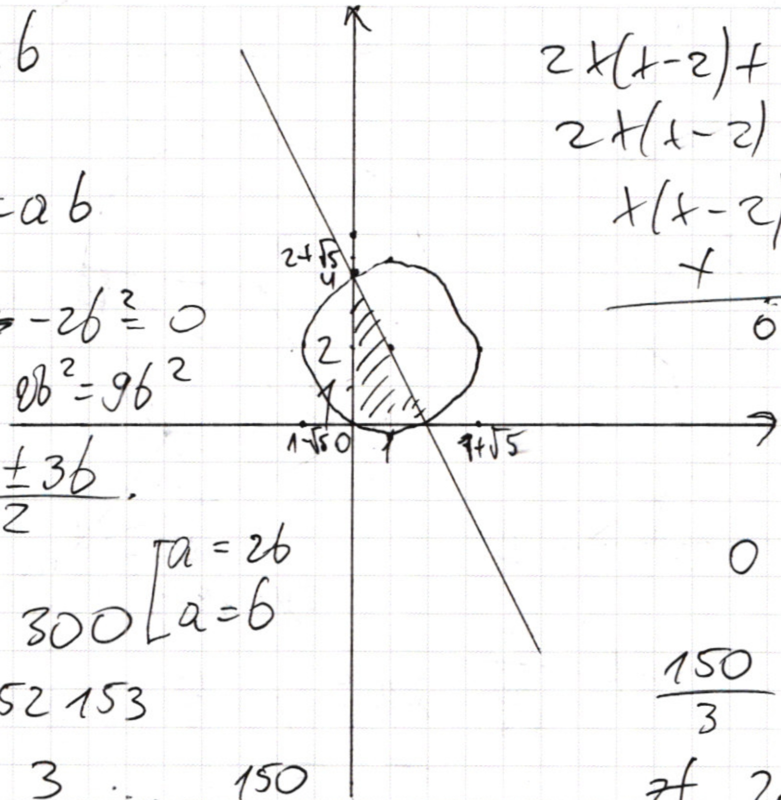
$a=\frac{b\pm 3b}{2}$

$\left[\begin{array}{l}a=2b\\a=b\end{array}\right.$

150 300

151 152 153

1 2 3 ... 150



$2x(x-2)+x\cdot(2-x)$

$2x(x-2)-x(x-2)$

$x(x-2)$

+ − +

0 2

$1+\sqrt{\ }$ $\frac{1-\sqrt6\ -1-\sqrt6}{2}$

$0<x<2$

=

$\frac{150}{3}=50$

$2x$ $2x(x-2)$

$0\leq x\leq 2$

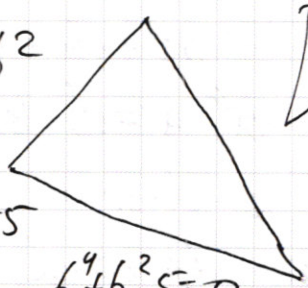
$b^2-2b^2=b^2$

$b^2+b^4=5$

$b^2(b^2+1)=5$

$b^4+b^2=5$ $b^4+b^2-5=0$

$D=1+20=21$



$\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=2\sqrt{y}\\\sqrt{x}=\sqrt{y}\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}x=4y\\x=y\end{array}\right.$

$y<3x$

$x<2x+y$

$3x+y=600$

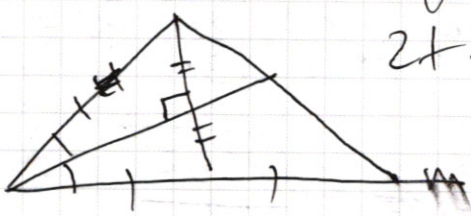
300

150

$x>100$

$y>150$

$300>y>150$



$2x<x+y$

$y>x$

$y>\frac{600-y}{3}$

151 ; 152 ; 153

$y^2+2y-5=0$

$4+20=24$

$\frac{-2\pm\sqrt{24}}{2}=$ ~~$y<$~~

$600-3x<3x$

$600<6x$

$x>100$

$3y>600-y$

$4y>600$

$y>150$

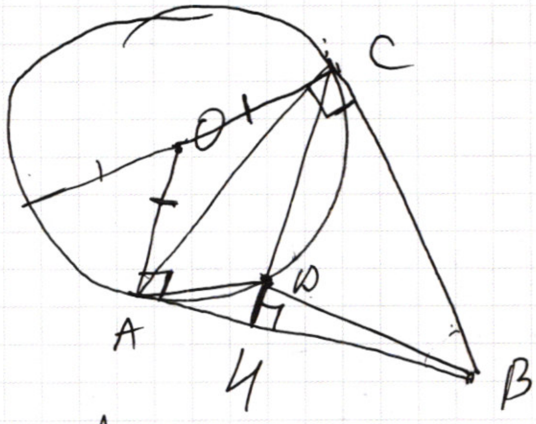
$\sqrt6-1-2\left(\frac{\sqrt6+1}{2}\right)=\sqrt{\ }=-1\pm\sqrt6$

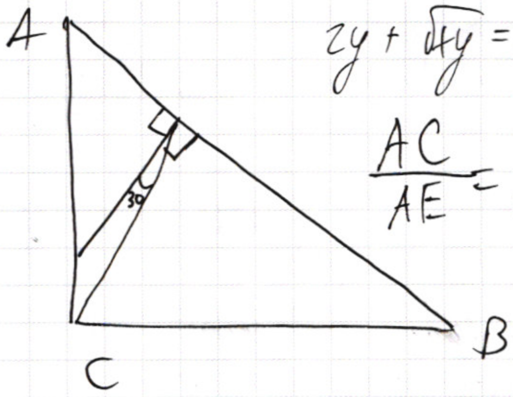
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

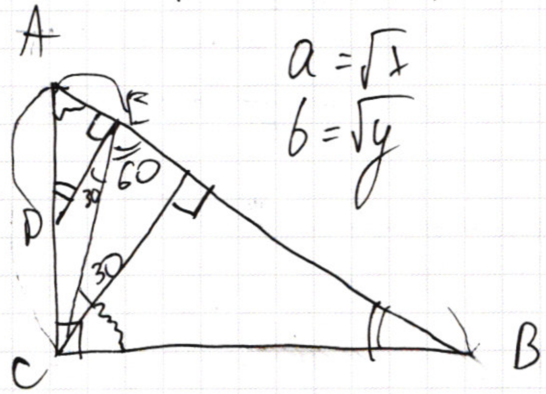
(Нумеровать только чистовики)





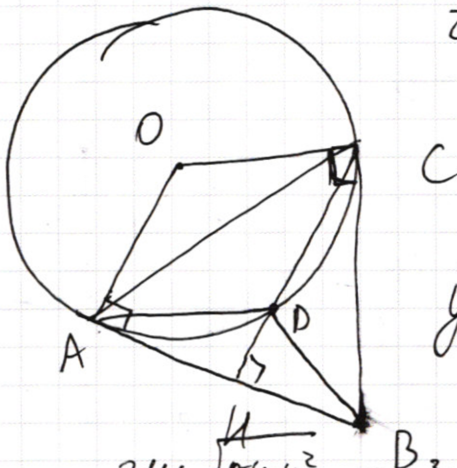
$2y+\sqrt{4y}=5-y^2$

$$\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}=\frac{AB}{AD}$$



$a=\sqrt{x}$

$b=\sqrt{y}$



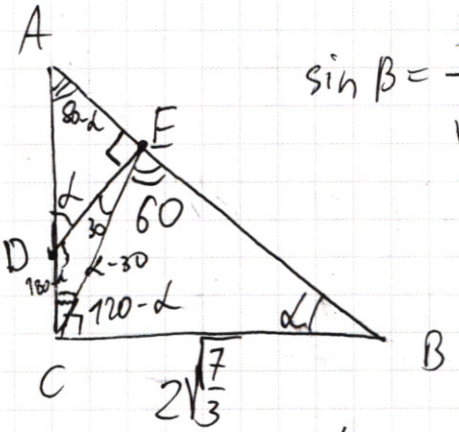
$20=24$

$\frac{-2\pm2\sqrt6}{2}=$

$=\pm\sqrt6-1$

$y=\frac{\pm\sqrt6-1}{2}$

$2y+\sqrt{8y-y^2}=5-y^2$



$\sin B=\frac{\sqrt7}{\sqrt{\frac{35}{3}}}=\sqrt{\frac{3\cdot7}{35}}=\sqrt{\frac35}$

$AB^2=7+\frac{14}{3}$

$2y+\sqrt{y}\cdot\sqrt{5-y^2}=5-y^2$

$\alpha=1$

$\cancel{180}=x+30+\cancel{180}-\alpha$

$x=\alpha-30$

$80-\alpha+30=$

$a^2-2b^2=ab$

$a^2+b^4=5$

$\cancel{\alpha-30+120-\alpha}$

$\alpha+90-\alpha+120-\alpha+180-\alpha$

$90=120-\alpha+180-\alpha$

$90=300-2\alpha$

$2\alpha=210$

$\cancel{\alpha=105}$

$\sqrt{\frac{7\cdot3}{3\cdot35}}=\sqrt{\frac15}$

$b^4+2b^2=5-ab$

$AB^2=7+\frac{14}{3}=\sqrt{\frac{35}{3}}$

$b^4+2b^2=5-5b-b^5$

$b^5+b^4+2b^2+5b-5=0$

$b=1$

$1+1+2+5-5=0$

$$\frac{x}{\sqrt7}=\frac{y}{2\sqrt{\frac73}}=\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{\frac{35}{3}}}$$

$$\sqrt{x^2+y^2}=\frac{\sqrt{x^2+\frac43x^2}}{\sqrt{\frac{35}{3}}}$$

$\cancel{x=}\ y=x\cdot\frac{2\sqrt7}{\sqrt3}:\sqrt7=\frac{2}{\sqrt3}x$

$$\frac{\sqrt{\frac73}x}{\sqrt{\frac{35}{3}}}=\frac{x}{\sqrt7}\qquad \cancel{\sqrt{\frac15}x=\frac{x}{\sqrt7}}$$

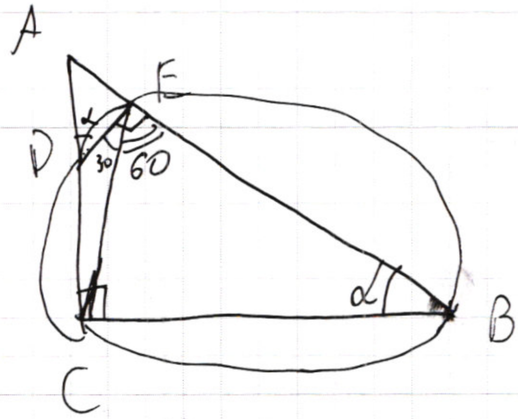
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

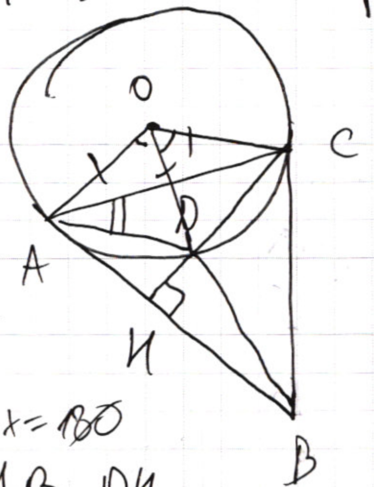
(заполняется секретарём)

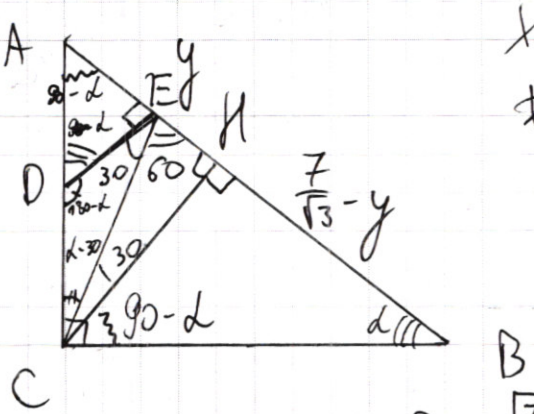
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$AD \cdot AC = AE \cdot AB$

$AB = \sqrt{7 + \frac{28}{3}} = \sqrt{\frac{49}{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}}$





$x^2 = 7 - y^2$

$\cancel{x^2 = 4 \cdot \frac{7}{3} - (y}$

$180 - \alpha + 30 + x = 180$

$x = \alpha - 30$

$\frac{AB \cdot DH}{2} = 6$

$K = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$

~~cos B =~~ $\sin B = \sqrt{\frac{7}{3}} : \sqrt{\frac{35}{3}} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

$AB \cdot DH = 12$

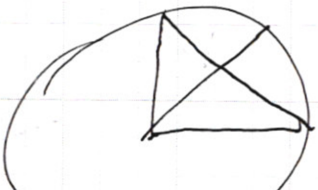
$3 = y\sqrt{3}$

$y = \sqrt{3}$

$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$ $\quad$ $\frac{AE}{AD} = \frac{AC}{AB}$

~~AH~~

$\cancel{180 - \alpha} + \alpha =$



$\cancel{x^2}$

$7 - y^2 = \frac{28}{3} - \left(\frac{7}{\sqrt{3}} - y\right)^2$

$7 - y^2 = \frac{28}{3} - \left(y - \frac{7}{\sqrt{3}}\right)^2; \quad 7 - y^2 = \frac{28}{3} - \left(y^2 - \frac{14}{\sqrt{3}} y + \frac{49}{3}\right)$

$7 - \cancel{y^2} = \frac{28}{3} - \cancel{y^2} + \frac{14}{\sqrt{3}} y - \frac{49}{3}$

$21 = 28 + 14y\sqrt{3} - 49$

$42 = 14y\sqrt{3}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$180 = 90 - \alpha + x$

$90 = x - \alpha$

$x = \alpha + 90$

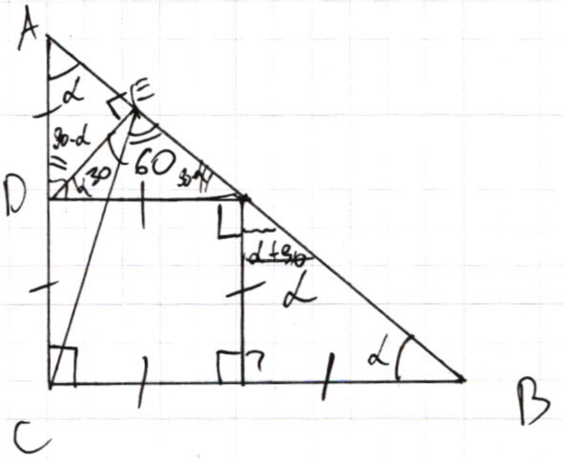
$\alpha + 90 = 90 - \alpha$

$2\alpha = 0$

$90 - \alpha$

$180 = 90 + 90 - \alpha + x$

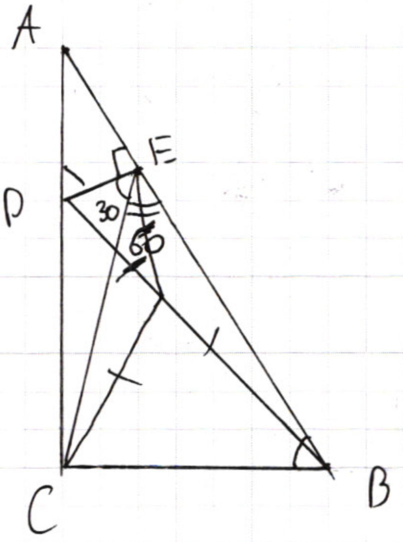
$x = \alpha$

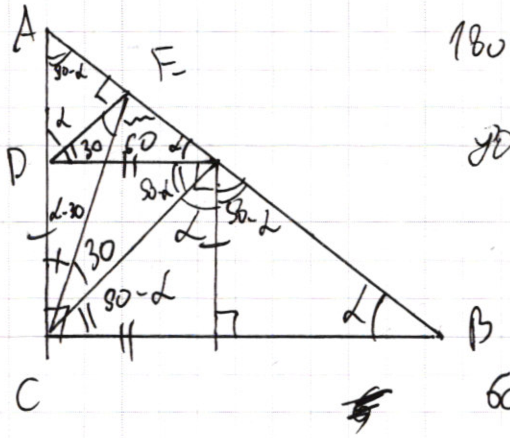


~~∠DE~~

$\smile DC = 60$

$\smile BC = 120^\circ$





$180 - 30 - 90 + \alpha = 60 + \alpha$

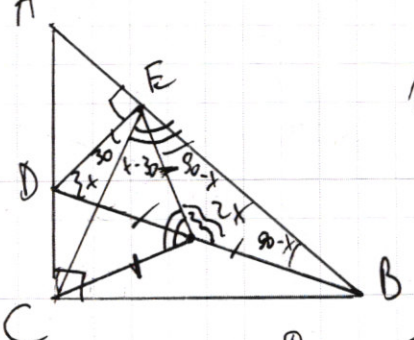
$\cancel{90} - 90 - \alpha = \cancel{x}\ \alpha$

$60 - 90 + \alpha = \alpha - 30$

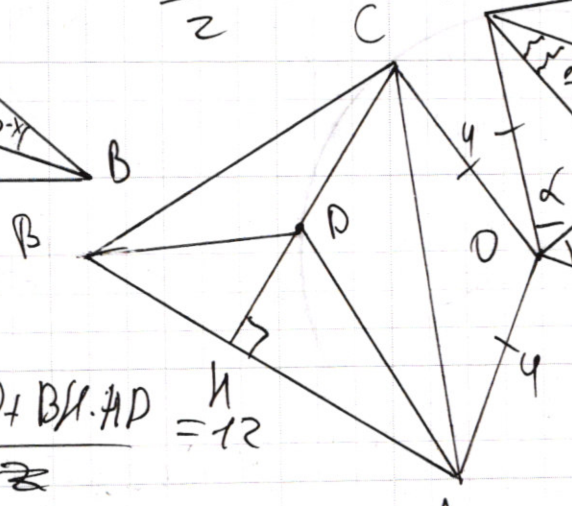
$90 - \alpha = \alpha - 30$

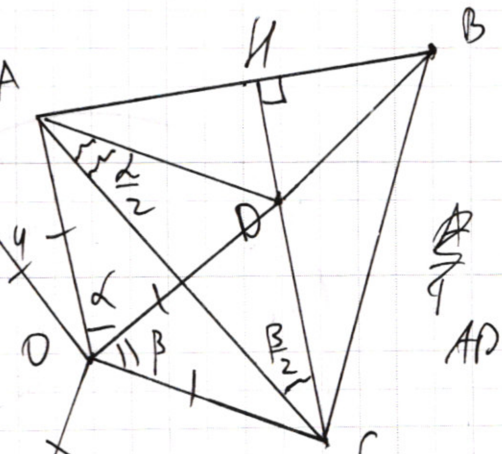
~~$\alpha = 60$~~

$60 - 90 + x = x - 3$



$\frac{180 - 2x}{2} = 90 - x$





$\frac{AP}{AE} = \frac{AB}{AC}$

$AP \cdot AC = AB \cdot AE$

$\frac{AH \cdot HD + BH \cdot HD}{\cancel{2}} = 12$

$AB \cdot DH = 12$

$AB \cdot x = 12$

$CH = CD + x$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)