МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ______________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED = 30°$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x||x-2|} = \frac{(x-3)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x||x-2|} = \frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2)+|x||x-2|}$$

Заметим, что $2x(x-2)+|x||x-2| \neq 0$

Рассмотрим 2 случая: $|x||x-2| = x(x-2)$

(при $\left[\begin{array}{l} x\le 0 \\ x-2\ge 0 \end{array}\right.$) и $|x||x-2| = -x(x-2)$ (при $0<x<2$)

$+ \quad 0 \quad - \quad 2 \quad + \quad x$ (случаи следуют из метода интервалов)

1) $2x(x-2)+x(x-2)\neq 0$

$3x(x-2)\neq 0$

$\begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq 2 \end{cases}$

2) $2x(x-2)-x(x-2)\neq 0$

$x(x-2)\neq 0$

$\begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq 2 \end{cases}$

Чтобы $\frac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2)+|x||x-2|}\le 0$ необходимо чтобы

$\left[\begin{array}{l} (|x-3|-1)^2=0 \quad (\text{т.к } (|x-3|-1)^2\ge 0 \ \forall x) \\ 2x(x-2)+|x||x-2|<0 \end{array}\right.$

а) $|x-3|-1=0$

$|x-3|=1$

$\left[\begin{array}{l} x-3=1 \\ x-3=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2 \end{array}\right. \quad x\neq 2$ (ОДЗ) $\Rightarrow x=4$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Задача №~~2~~1 (продолж.)

б) По аналогии с опред. ОДЗ рассм. 2 случая:

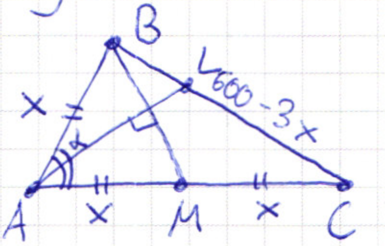
1) $\left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ x \ge 2 \end{array}\right.$ 2) $0<x<2$

$3x(x-2)<0$ $x(x-2)<0$

Но $x(x-2)>0$, противореч. Верно при любом x из промеж.

Ответ: $\left[\begin{array}{l} 0<x<2 \\ x=4 \end{array}\right.$

Задача №2



Пусть ABC − треугольник с пер. 600, AL − бис-са, BM − медиана, $AL \perp BM$.

Лучи AC и AB симметричны отн. AL, $BM \perp AL \Rightarrow$ т. M и т. B симм. отн. $AL \Rightarrow$ $AM=AB=x$. Так же $MC=AM=x$.

Тогда $BC = 600 - AB - AC = 600-3x$.

~~Назад~~ Также заметим, что это верно и в другую сторону, т.е при $AB=AM$ $BM \perp AL$, т.е достаточно найти кол-во ~~по~~треуг. с пер. 600 таких, что $\frac{AC}{AB} = 2$.

Пусть $\angle BAC = \alpha$. По т. кос.:

$$x^2+4x^2-2\cdot 2x^2\cos\alpha = (600-3x)^2$$

$$5-4\cos\alpha = \left(\frac{600-3x}{x}\right)^2 \Rightarrow 4\cos\alpha = 5-\left(\frac{600-3x}{x}\right)^2$$

$$0<\angle BAC<180 \Rightarrow -4<4\cos\alpha<4$$

$600-3x,\ x>0$

$$\Rightarrow 9 > \left(\frac{600-3x}{x}\right)^2 > 1 \Rightarrow 3x > 600-3x > x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x > 600 > 4x \Rightarrow 100<x<150$$

Тогда x ($x \in \mathbb{Z}$) может принимать 49 значений, т.е и треугольников таких (каждому x однозначн. сопост. α) тоже 49. Ответ: 49 треугольников

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

$$x-2y=\sqrt{xy} \iff \begin{cases} x-2y\ge 0\\ x^2-4xy+4y^2=xy\end{cases} \iff \begin{cases} x-2y\ge 0\\ (x-4y)(x-y)=0\end{cases}$$

1) $x=4y$

$x-2y=4y-2y=2y\ge 0 \Rightarrow y\ge 0$

$4y+y^2=5 \Rightarrow (y+5)(y-1)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=-5 \ominus \ (y\ge 0) \\ y=1 \end{array}\right.$ не подходит

$\Downarrow$

$y=1$

2) $x=y$

$x-2y\ge 0 \Rightarrow y-2y\ge 0 \Rightarrow y\le 0$

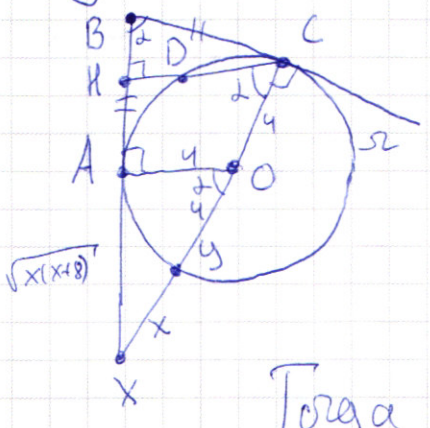
$y+y^2=5 \Rightarrow y^2+y-5=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{-1+\sqrt{1+4\cdot 5}}{2} \\ y=\frac{-1-\sqrt{1+4\cdot 5}}{2}\end{array}\right. \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{-1+\sqrt{21}}{2} \ominus^{*} (y\le 0) \\ y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \oplus \end{array}\right.$ очевидно ≤ 0

$*\quad \frac{-1+\sqrt{21}}{2}>0 \iff \sqrt{21}>1 \iff \sqrt{21}>\sqrt{1}$, что очевидно

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x=y=\frac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ y=1;\ x=4\end{array}\right.$

Задача №4



Пусть X — пересеч. AB и OC, Y — пересеч. OC и Ω данной окружности. $AB=BC$ как отр. касат.

Пусть $k=\frac{AB}{CH}=\frac{BC}{CH}=\sin\alpha$ ($\triangle BCH$ - прямоуг.) ($\alpha=\angle HBC$)

$\angle BHC=\angle BCX=90^\circ \Rightarrow (BHC)$ кас. $XO \Rightarrow$

$\angle AOX \overset{\alpha}{=} \angle HBC=\angle HCX$. Также $\angle OAX=\angle CHX=90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AO \parallel HC \Rightarrow \angle HCX=\angle AOX=\alpha$.

Тогда заметим, что $\triangle AXO \sim \triangle HXC \sim \triangle HCB$, т.к у них 1 прямой угол и 1 угол α.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Задача №4 (продолж.)

Пусть $XY = x$. Степень т. X отн. Ω XA^2 или $XY\cdot XC \Rightarrow$

$$XA = \sqrt{XY\cdot XC} = \sqrt{x(x+8)} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{XA}{XO} = \frac{\sqrt{x(x+8)}}{x+4}$$

Из подобия:

$$HC = CX\cdot\frac{AO}{OX} = (x+8)\cdot\frac{4}{x+4} = \frac{4(x+8)}{x+4}$$

$$BC = HC\cdot\frac{OX}{XA} = \frac{4(x+8)}{x+4}\cdot\frac{x+4}{\sqrt{x}\sqrt{x+8}} = \frac{4\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}}$$

$$HB = HC\cdot\frac{OA}{XA} = \frac{4(x+8)}{x+4}\cdot\frac{4}{\sqrt{x(x+8)}} = \frac{16\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}(x+4)}$$

$$HA = AB - BH = BC - BH = \frac{4\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}} - \frac{16\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}(x+4)} = \frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}}\left(\frac{4(x+4)-16}{x+4}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}}\cdot\frac{4x}{x+4} = \frac{4\sqrt{x}\sqrt{x+8}}{x+4}$$

Степень т. H отн. Ω:

$$HA^2 = HC\cdot HD \Rightarrow HD = \frac{HA^2}{HC} = \frac{\frac{16x(x+8)}{(x+4)^2}}{\frac{4(x+8)}{x+4}} = \frac{4x}{x+4}$$

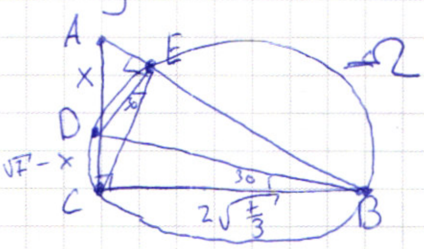
$S_{BDA} = 6 \Rightarrow HD\cdot AB = HD\cdot BC = 12$

$$12 = \frac{4x}{x+4}\cdot\frac{4\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}} = \frac{16\sqrt{x}\sqrt{x+8}}{x+4} = 16\sin\alpha$$

$$k = \sin\alpha = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

Ответ: $\frac{3}{4}$

Задача №5



$\angle DEB = 90^\circ = \angle DCB \Rightarrow (EBCD)$ − впис (Ω)

$30^\circ = \angle DEC = \angle DBC$. $\triangle DBC$ − прямоуг. с углом $30^\circ \Rightarrow \frac{DC}{BC} = tg\,30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Пусть $AD = x \Rightarrow DC = AC - AD = \sqrt{7} - x$

$$\frac{\sqrt{7}-x}{2\sqrt{\frac{7}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{7} - x = \frac{2\sqrt{7}}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}\sqrt{7}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{x}{\sqrt{7}} = \frac{\frac{1}{3}\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{1}{3}$$

Ответ: $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №6

$|2x|+|y|+|4-2x-y|>4$

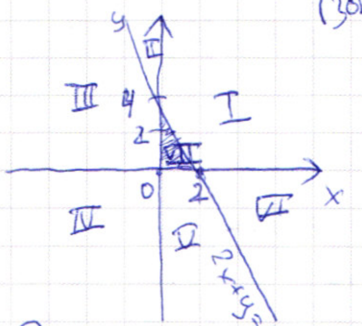
1) $2x+y\leq 4$

$|2x|+|y|+4-2x-y>4$

$2x+y<|2x|+|y|$,

что верно при $\left[\begin{array}{l}x<0\\y<0\end{array}\right.$,

т.е подходят ∀ точки, леж. ниже прямой $2x+y=4$ во всех ~~полупл.~~ четвертях кроме I (зоны III, IV, V на рис.)



Значит под первое усл-вие подходит всё, кроме △ на рис. ~~[illegible]~~ Пусть ABC (вкл. границы)

2) $2x+y\geq 4$

$|2x|+|y|+2x+y-4>4$

$|2x|+|y|+2x+y>8$

а) $x<0$

$-2x+|y|+2x+y>8$

$|y|+y>8$

Очевидно неверно при $y<0 \Rightarrow$

$y>0$, $2y>8 \Rightarrow y>4$

Т.е подходит зона II.

б) $y<0$

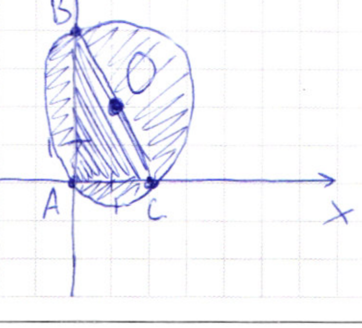
Аналогично $4x>8 \Rightarrow x>2$

Подходит зона VI.

в) $x,y>0 \Rightarrow 2(2x+y)>8 \Rightarrow 2x+y>4$

$\Rightarrow$ Подходит зона I.

$x^2-2x-4y+y^2\leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2\leq 5$, т.е подходит ~~окружность~~ круг с ц. $O(1,2)$ и радиусом $\sqrt{5}$. Заметим, что $OB=OC=OA=$



$=\sqrt{1+2^2}=\sqrt{5}$, т.е. △ABC лежит внутри круга. Отсюда искомая площадь –

$S_{кр}-S_{\triangle}=\pi\cdot(\sqrt{5})^2-\frac{2\cdot 1}{2}=5\pi-1$

Ответ: $5\pi-1$

Задача №7

$a=1,\ b=p:\ f(\overset{f(p)}{1\cdot p}) = f(1)+f(p) \Rightarrow f(1)=0$

Пусть n - нат. число, $n=p_1 p_2\dots p_k$ (p - простые числа, могут повторяться). $f(n)=f(p_1\cdot(p_2\dots p_k)) = f(p_1)+f(p_2\dots p_k) =$

$= f(p_1)+f(p_2(p_3\dots p_k)) = f(p_1)+f(p_2)+f(p_3\dots p_k)\dots$

$= f(p_1)+f(p_2)\dots+f(p_k) = p_1+p_2\dots+p_k$

$a=n,\ b=\frac{1}{n}$:

$f(n\cdot\frac{1}{n})=f(n)+f(\frac{1}{n}) \Rightarrow f(\frac{1}{n})=f(1)-f(n)=-f(n)$

$\forall m\in\mathbb{N}$

$a=m\ \ b=\frac{1}{n}:\ f(m\cdot\frac{1}{n})=f(m)+f(\frac{1}{n})=f(m)-f(n)\Rightarrow$

$f(\frac{m}{n})<0$, ~~при~~ если $f(m)<f(n)$.

Тогда, если $f(x)\neq f(y)$, ровно одно из чисел $f(\frac{x}{y})$ и $f(\frac{y}{x})$ меньше нуля, иначе ни одна пара. Итого искомое кол-во пар равно $\underset{153}{C_n^2} - x$, где x - кол-во пар x и y таких, что $f(x)=f(y)$.

Найдём x.

a	f(a)	
1	1	
2	2	
3	3	
4	4	(2+2)
5	5	
6	5	(2+3)
7	7	
8	6	(2+2+2)
9	6	(3+3)
10	7	(2+5)
11	11	
12	7	(2+2+3)
13	13	
14	9	(2+7)
15	8	(3+5)
16	8	(2+2+2+2)
17	17	
18	8	(2+3+3)

Итого повторяются 5 (2p), 6 (2p), 7 (3p), 8 (3p), т.е

$x = C_2^2\cdot 2 + C_3^2\cdot 2 = \frac{2\cdot 1}{2}\cdot 2 + \frac{3\cdot 2}{2}\cdot 2 = 8$

$153-8=145$

Ответ: 145 пар

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. $\triangle AXO \sim \triangle HXC \sim \triangle HCB$

$\cancel{\frac{HC}{CX}}$ $HC = CX \cdot \frac{AO}{OX} = (x+8) \cdot \frac{4}{x+4} = \frac{4(x+8)}{x+4}$

$BC = HC \cdot \frac{OX}{XA} = \frac{4(x+8)}{x+4} \cdot \frac{x+4}{\sqrt{x(x+8)}} = \frac{4\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}}$

$HB = HC \cdot \frac{AO}{AX} = \frac{4(x+8)}{x+4} \cdot \frac{4}{\sqrt{x(x+8)}} = \frac{16\sqrt{x+8}}{(x+4)\sqrt{x}}$

$HA = AB - BH = BC - BH = \frac{4\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}} - \frac{16\sqrt{x+8}}{(x+4)\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}}\left(\frac{4(x+4)-16}{x+4}\right) = \frac{4\sqrt{x+8}\sqrt{x}}{x+4}$

$4x$

$HA^2 = HC \cdot HD \Rightarrow$

$\Rightarrow HD = \frac{HA^2}{HC} = \frac{\frac{16(x+8)x}{(x+4)^2}}{\frac{4(x+8)}{x+4}} = \frac{4x}{x+4}$

$\cancel{\frac{BC}{CH} = \frac{\frac{4\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}}}{4(x+8)}}$

$k = \frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH} = \frac{XO}{XA} = \frac{x+4}{\sqrt{x}\sqrt{x+8}}$

$HD \cdot BC = 12$

$\frac{4x}{x+4} \cdot \frac{4\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}} = 12$

$16\boxed{\frac{\sqrt{x}\sqrt{x+8}}{x+4}} = 12$

k

$k = \frac{16}{12} = \boxed{\frac{4}{3}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{x-2y=\sqrt{xy}}$

$\cancel{x+y^2=5 \Rightarrow x=5-y^2}$

$5-y^2-2y=\sqrt{(5-y^2)y}$

$x-2y=\sqrt{xy}$ $\qquad x-2y\geq 0$

$x^2-4xy+4y^2=xy$

$x^2-5xy+4y^2=0$

$x+y^2=5$

$(x-4y)(x-y)=0$

1) $\begin{cases} x=y \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

$x^2+x-5=0$

$D=1^2+4\cdot 5=21$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$

$x-2y\geq 0$

$-x\geq 0 \Rightarrow x\leq 0$

$y=x=\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$

$\left(\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)^2-\frac{1+\sqrt{21}}{2}=$

$=\frac{22+2\sqrt{21}-2-2\sqrt{21}}{4}=10$

2) $\begin{cases} x=4y \\ 4y+y^2=5 \end{cases}$

$4y-2y\geq 0 \Rightarrow y\geq 0$

$\cancel{D=16+4\cdot 5=36}$

$(y+5)(y-1)=0$

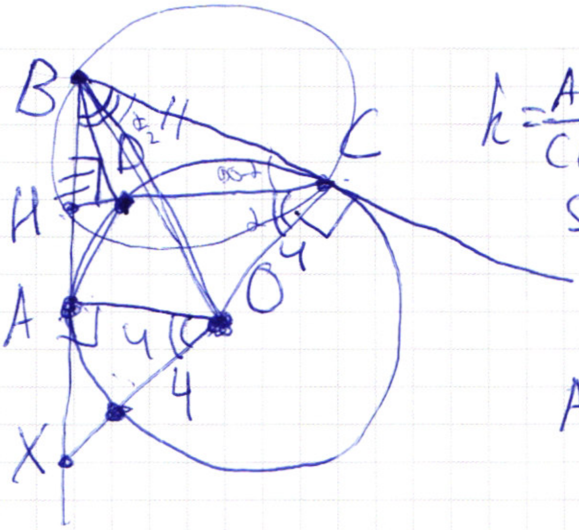
$\boxed{y=1}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



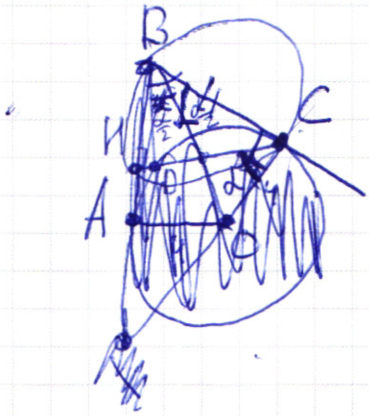
$k=\frac{AB}{CH}$ — ?

$S_{ABD}=6$

$HD\cdot HC = HA^2 \Rightarrow HC=\frac{HA^2}{HD}$

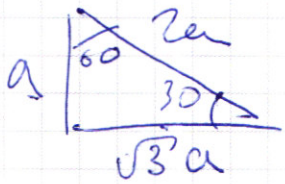
$AB\cdot HD = 12$

$AB=\frac{12}{HD}$



$k=\frac{\frac{12}{HD}}{\frac{HA^2}{HD}}=\frac{12}{HA^2}$

~~$HD \cdot HA^2$~~



$\frac{AX}{AO}=\frac{\cancel{X}H}{\cancel{X}C}=\frac{HC}{HB}$

4

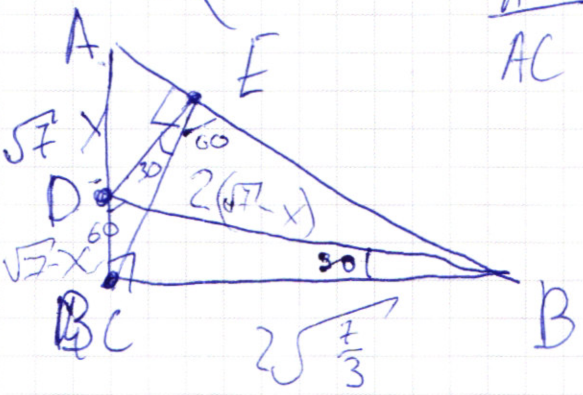
~~$AX\cdot XC = AO \cdot X4$~~

$\frac{\cancel{A}C}{\cancel{B}C}$

S_{AED} — ?

$\frac{AD}{AC}$ — ?

$\frac{x}{\sqrt{7}}$?



$\frac{\sqrt{7}-x}{2\sqrt{\frac{7}{3}}}=ctg\,60=\sqrt{3}$

$\sqrt{7}-x=2\sqrt{7} \Rightarrow x=\sqrt{7}=\frac{x}{\sqrt{7}}=1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

1. $\dfrac{(x^2-3)^2-2|x-3|+1}{2x(x-2)+|x||x-2|} \le 0$

$\dfrac{(|x-3|-1)^2}{2x(x-2)+|x||x-2|} \le 0$

1) $|x-3|=1 \Rightarrow x=\left[\begin{array}{l}4\\2\end{array}\right.$

2) $2x(x-2)+|x||x-2| \le 0$

$+ \quad - \quad + \; x$, 0, 2

$\overbrace{2x(x-2)+|x|(x-2)}^{\shortparallel\atop 0}=0$

$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ 2x(x-2)<0 \Rightarrow x\in(0;2) \end{array}\right.$

$+ \quad - \quad + \; x$, 0, 2

$|x||x-2| = -x(x-2)$

$x(x-2)=0$

$2\underset{\wedge \atop 0}{x(x-2)}+|x||x-2|<0$

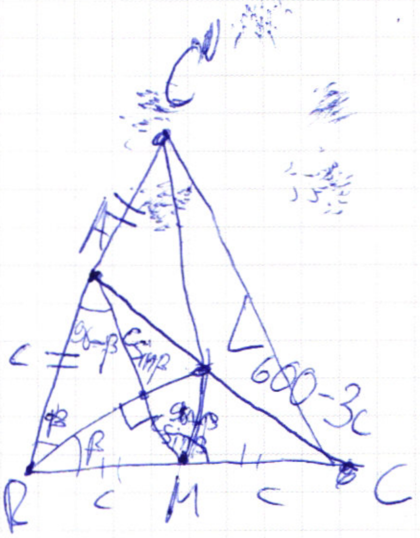
$x(x-2)<0$

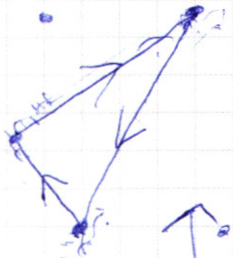
$x\in(0;2),\ x=4$

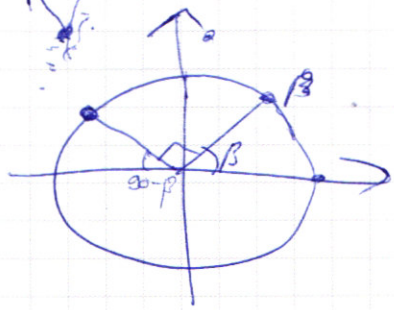
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

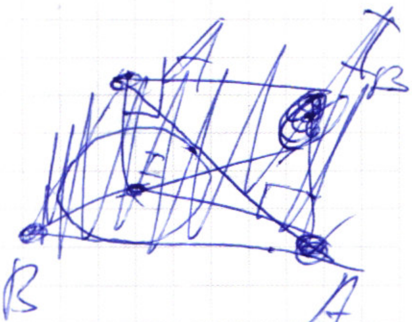
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



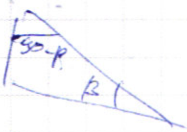






$(2c\sin\beta)^2 + c^2 - 2\cdot 2c\sin\beta\cdot c\cdot\cos 90+\beta = (600-3c)^2$

$\cos 90+\beta = -\cos 90-\beta = -\sin\beta$



$2c^2\sin^2\beta + c^2 + 4c^2\sin^2\beta = 600^2 - 3600c + 9c^2$

$8c^2 - 6c^2\sin^2\beta - 3600c + 360000 = 0$

$c \in \mathbb{Z}$

$6c^2\sin^2\beta \in \mathbb{Z}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

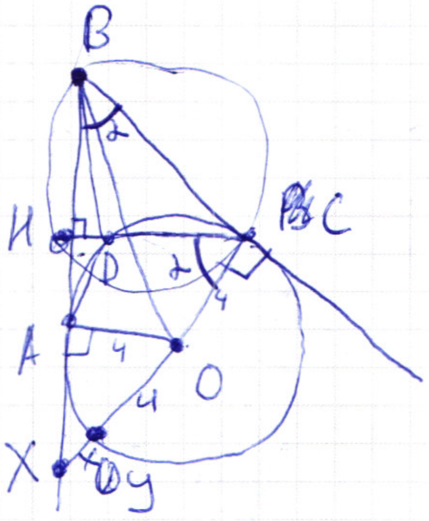
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



$AB \cdot HD = 12$

$AO = OB = 4$

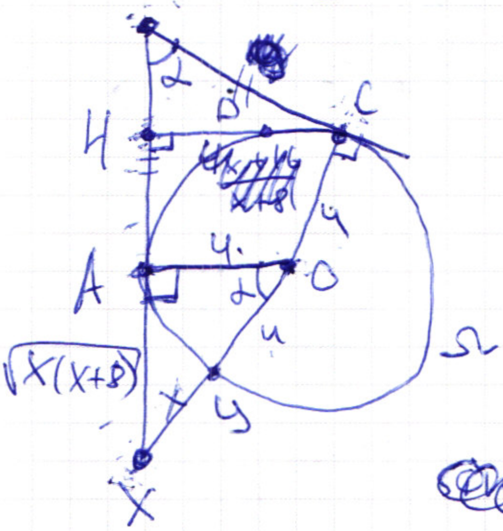
$\frac{AB}{CH} - ?$

$HD \cdot HC = HA^2$

$\frac{AB}{CH} = \frac{BC}{CH} = \cos(90 - \alpha) = \sin\alpha$

$\frac{12}{HA^2}$

$\frac{HA}{OC} = \frac{XA}{XO}$



$XA^2 = XY \cdot XC$

$x \quad x+8$

$\frac{HA}{4} = \frac{\sqrt{x(x+8)}}{x+4}$

$HA^2 = 4 \cdot \frac{x(x+8)}{(x+4)^2}$

$\frac{12}{HA^2} = \frac{3x(x+8)}{(x+4)^2}$

$\sin\alpha - ?$

$(x+4)^2 + 16 = x(x+8)$

$x^2 + 8x + 16 + 16 \quad x^2 + 8x$

$\cancel{XA^2 = x(x+8)}$

$(x+4)^2 - 16$

$x^2 + 8x + 32$

$\cancel{\cos\alpha = \frac{x+4}{4}}$

$\frac{x+4}{4} = \frac{x+8}{HC} \Rightarrow HC = \cancel{\frac{(x+4)x+ \ldots}{4x+16}}$

$\frac{HC}{BC} = \frac{AX}{OX} = \frac{\sqrt{x(x+8)}}{x+4} \quad \frac{4(x+4)}{x+8} \; / \; BC = \frac{\sqrt{x(x+8)}}{x+4}$

$BC = \frac{(x+4)(x+8)}{\sqrt{x(x+8)}\, 4(x+4)}$

$BC = \frac{4(x+4)^2}{(x+8)^{\frac{3}{2}} x^{\frac{1}{2}}}$

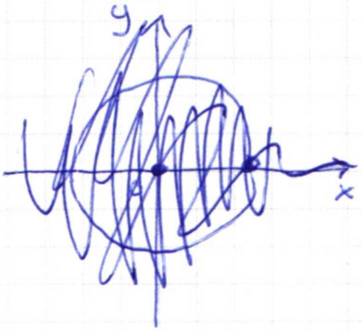
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

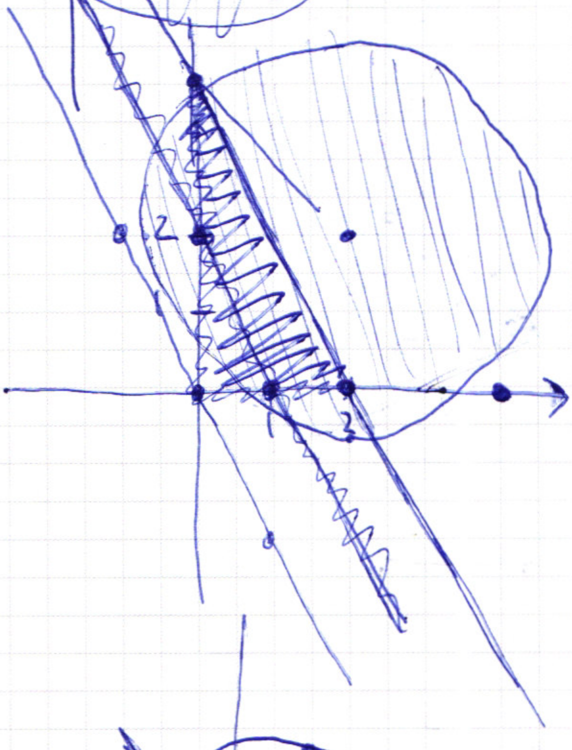
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

6. $(x-1)^2+(y-2)^2 \le 5$



$|2x|+|y|+|4-2x-y| = 4$



$|4-2x-y| \le 4$

$\begin{cases} 2x+y \ge 0 \\ 2x+y \le 8 \end{cases}$

$2x+y \ge 0$

1) $2x+y+4-2x-y=4$

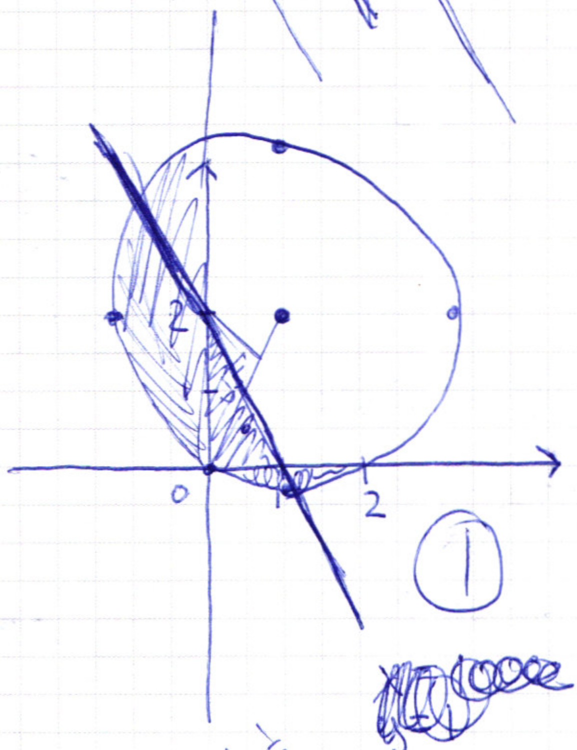
$x \ge 0,\ y \ge 0 \quad 2x+y<4$

2) $2x+y-4+2x+y=4$

$2x+y=0 \quad x \ge 0, y \ge 0 \quad x=y=0$

3) $2x-y+4-2x-y=4$

$\left[\begin{array}{l} y=0 \\ x=0 \end{array}\right.$



$t_1 \frac{1}{2}$

$1+\frac{1}{2}+4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f(\underset{p}{\underbrace{1\cdot p}}) = f(1) + \underset{p}{\underbrace{f(p)}} \Rightarrow f(1) = 0$

$f(\underset{p_1p_2\ldots p_k}{\underbrace{n}}) = f(p_1) + f(p_2\ldots p_k) = f(p_1) + f(p_2) + f(p_3\ldots p_k) =$

$= f(p_1) \ldots + f(p_k) =$

$= p_1 + p_2 \ldots + p_k$

$f(\underset{0}{\underbrace{n\cdot \frac{1}{n}}}) = f(n) + f(\frac{1}{n})$

$90 + 63 = 153$

$\frac{\overset{9}{18}\cdot 17}{2} - 6 = 147$

$17 \times 9 = 153$

$f(\frac{1}{n}) = -f(n)$

$f(\underset{f(\frac{m}{n})}{\underbrace{m\cdot\frac{1}{n}}}) = f(m) + f(\frac{1}{n}) = f(m) - f(n)$

$f(1)=0$

$f(2)=2$

$f(3)=3$

$f(4)=2+2=4$

$f(5)=5$

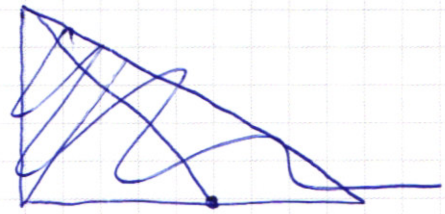
$f(6)=2+3=5$

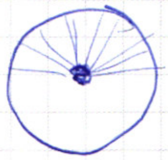
$f(7)=7$

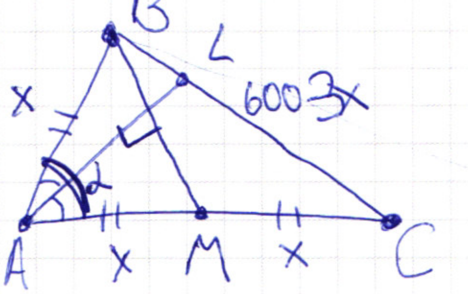
a	f(a)	
8	2+2+2 =	6
9	3+3 =	6
10	2+5	7
11		11
12	2+2+3	7
13		13
14	2+7	9
15	2+3+5	8
16	2+2+2+2	8
17		17
18	3+3+2	8

0	1	
1	0	
2	1	
3	1	
4	1	
5	2	1
6	2	1
7	3	2
8	3	2
9	0	
10	0	
11	1	
12	0	
13	1	16
14	0	
15	0	
16	0	
17	1	17

2.







$$x^2+4x^2-2\cdot 2x^2\cos\alpha=(600-3x)^2$$

$$x^2(5-4\cos\alpha)=(600-3x)^2$$

$$5-4\cos\alpha=\left(\frac{600-3x}{x}\right)^2$$

$$-4\le 4\cos\alpha=-\left(\frac{600-3x}{x}\right)^2+5\le 4$$

$$-9\le-\left(\frac{600-3x}{x}\right)^2\le-1$$

$$9\ge\left(\frac{600-3x}{x}\right)^2\ge 1$$

$$3\ge\frac{600-3x}{x}\ge 1$$

$$3x\ge 600-3x\ge x$$

$$6x\overset{1}{\ge}600\overset{2}{\ge}4x$$

1 $x\ge 100$

2 $x\le 150$

$\boxed{51}$