МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 14 ШИФР ____________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y-2x=\sqrt{xy}, \\ 2y+x^2=9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB:CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE\perp AB$. Найдите отношение $AD:AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{29}$, $BC=\frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED=45^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6, \\ x^2-2x-3y+y^2\leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $3\leqslant x\leqslant 19$, $3\leqslant y\leqslant 19$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

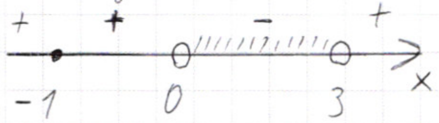
$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x||x-3|}\leq 0$$

Рассмотрим 4 случая:

1) $x<0$:

$$\frac{x^2-2x+5-4+4x}{4x^2-12x-3x+x^2}\leq 0 \qquad \frac{(x+1)^2}{5x(x-3)}\leq 0$$

Решаем методом интервалов:



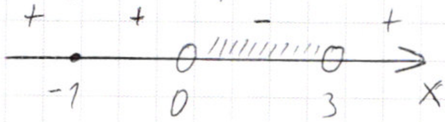
Получаем: $\left.\begin{array}{l} x\in(0;3)\cup\{-1\} \\ x<0 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=-1$

2) $x\in[0;1)$:

$$\frac{x^2-2x+5+4x-4}{4x^2-12x+3x-x^2}\leq 0 \qquad \frac{(x+1)^2}{3x(x-3)}\leq 0$$

Решаем методом интервалов:

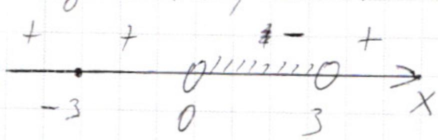


Получаем: $\left.\begin{array}{l} x\in(0;3)\cup\{-1\} \\ x\in[0;1) \end{array}\right\} \Rightarrow x\in(0;1)$

3) $x\in[1;3)$:

$$\frac{x^2-2x+5-4x+4}{4x^2-12x+3x-x^2}\leq 0 \qquad \frac{(x+3)^2}{3x(x-3)}\leq 0$$

Решаем методом интервалов:



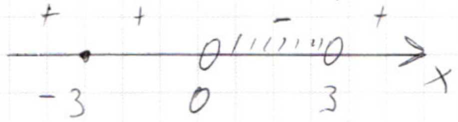
Получаем: $\left.\begin{array}{l} x\in(0;3)\cup\{-3\} \\ x\in[1;3) \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow x\in[1;3)$

4) $x \geq 3$:

$$\frac{x^2-2x+5-4x+4}{4x^2-12x+x^2-3x} \leq 0 \qquad \frac{(x+3)^2}{5x(x-3)} \leq 0$$

Решаем методом интервалов:

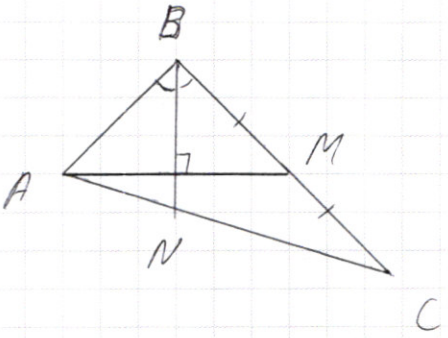


Получаем: $\left.\begin{matrix} x \in (0;3) \cup \{-3\} \\ x \geq 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in \varnothing$

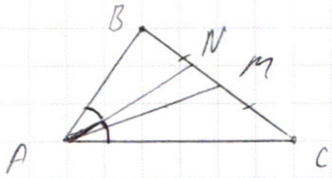
В итоге имеем: $\left.\begin{matrix} x=-1 \\ x \in (0;1) \\ x \in [1;3) \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \in (0;3) \cup \{-1\}$

Ответ: $x \in (0;3) \cup \{-1\}$.



№ 2

1) Заметим, что случая, когда взаимоперпендикулярные биссектриса и медиана выходят из одной вершины не может быть, т.к.:



Понятно, что AM и AN лежат внутри тр-ника, при этом угол между медианой и биссектрисой AM и AN $\angle NAM < \frac{\angle ABC}{2}$, $\angle ABC < 180 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle NAM < \frac{180}{2} = 90$, а по условию $\angle NAM = 90$.

2) Рассмотрим случай, когда медиана и биссектриса выходят из разных вершин.

Тогда BN - биссектриса и высота в $\Delta ABM \Rightarrow \Delta ABM$ - р/б, $AB = BM = \frac{BC}{2}$.

Тогда $P_{ABC} = 3AB + AC = 300 \Rightarrow AB + \frac{AC}{3} = 100$

AB может принимать значения от 1 до 99 (т.к. стороны >0), т.е. всего 99 целых значений, при этом стороны AC и BC однозначно определяются как $AC = 300 - 3AB$, $BC = 2AB$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Понятно, что при соотношении сторон $BC = 2AB$, ~~это~~ действительно $AM \perp BN$ (т.к. $\triangle ABM$ при этом равнобедренный, => биссектриса ~~A~~BN также является высотой).
Получаем ровно 99 различных треугольников, удовлетворяющих условию.

Ответ: 99.

№3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$$

Возведём первое уравнение в квадрат и решим его относительно y:

$$\begin{cases} y^2 - 4xy + 4x^2 = xy \\ y - 2x \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y^2 - 5xy + 4x^2 = 0 \\ y - 2x \geq 0 \end{cases}$$

$$D = 25x^2 - 16x^2 = 9x^2$$

$$y = \frac{5x \pm 3x}{2}$$

$y = \frac{5x - 3x}{2} = x$:

Подставляем это значение во второе ур-ние:

$2x + x^2 = 9 \qquad x^2 + 2x - 9 = 0 \qquad \frac{D}{4} = 1 + 9 = 10$

$x = -1 \pm \sqrt{10} \qquad x_1 = -1 - \sqrt{10} \qquad x_2 = -1 + \sqrt{10}$

$y_1 = -1 - \sqrt{10} \geq 2x_1;\ y_2 = -1 + \sqrt{10} \geq 2x_2$

$y = \frac{5x + 3x}{2} = 4x$:

№ 3

Таким подставляем это во второе ур-ние:

$8x + x^2 = 9 \qquad x^2 + 8x - 9 = 0 \qquad \frac{D}{4} = 16 + 9 = 25$

$x = -4 \pm 5 \qquad x_3 = -9 \qquad x_4 = 1$

$y_3 = -36 < 2x_3 \qquad y_4 = 4 \geq 2x_4$

$\Downarrow$

$y = -36$ не подходит.

Ответ: $(-1-\sqrt{10}; -1-\sqrt{10}), (-1+\sqrt{10}; -1+\sqrt{10}),$
$(1; 4)$.

№ 7

По условию $f(ab) = f(a) + f(b)$

Положим $a = 1$, тогда $f(1 \cdot b) = f(1) + f(b)$

$f(b) = f(1) + f(b) \Rightarrow f(1) = 0$

Теперь заметим, что $f(1) = f\left(\frac{c}{c}\right) =$

$= f\left(c \cdot \frac{1}{c}\right) = f(c) + f\left(\frac{1}{c}\right) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{c}\right) = -f(c)$

Теперь посмотрим на $f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right) =$

$= f(x) - f(y) < 0 \Rightarrow f(y) > f(x)$

Числа x и y можно разложить на простые:

$x = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2}$ ~~$p_3^{\alpha_3}$~~ больше ~~трёх~~ двух различных

$y = p_3^{\beta_1} \cdot p_4^{\beta_2}$ ~~$p_5^{\beta_3}$~~ простых в разложении

чисел x и y не может быть, т.к. $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 > 19$,

а по условию x и $y \leq 19$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7

Имеем $f(x) = f(p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2}) = f(p_1^{\alpha_1}) + f(p_2^{\alpha_2})$

Так как по условию $f(p) = p$, ~~то~~ и $f(ab) = f(a) + f(b)$,

то $f(p_1^{\alpha_1}) = \alpha_1 \cdot p_1$, где p_1 - простое.

Имеем: $f(x) = f(p_1^{\alpha_1}) + f(p_2^{\alpha_2}) = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2$

Аналогично $f(y) = \beta_1 p_3 + \beta_2 p_4$

Запишем значения для всех $f(x)$ при $3 \leq x \leq 19$:

$f(3) = 3$; $f(4) = 2 \cdot 2 = 4$; $f(5) = 5$; $f(6) = 2 + 3 = 5$;

$f(7) = 7$; $f(8) = 3 \cdot 2 = 6$; $f(9) = 3 \cdot 2 = 6$; $f(10) = 5 + 2 = 7$;

$f(11) = 11$; $f(12) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$; $f(13) = 13$; $f(14) =$

$= 7 + 2 = 9$; $f(15) = 5 + 3 = 8$; $f(16) = 2 \cdot 4 = 8$; $f(17) = 17$;

$f(18) = 2 \cdot 3 + 2 = 8$; $f(19) = 19$.

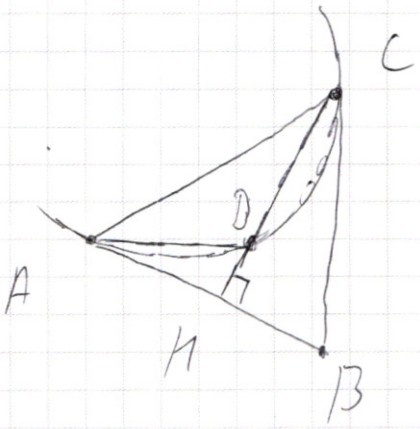
Таким образом, остаётся перебирая y от 3 до 19 считать кол-во x, при которых $f(x) < f(y)$. При $y = 3$ таких x нет. При $y = 4$, такой x один, при $y = 5$ таких x два, при $y = 6$ их тоже два, будем так далее считать эти числа, потом сложим их и получим кол-во пар $(x; y)$ при которых $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$:

$16 + 9 + 15 + 9 + 9 + 12 + 14 + 6 + 13 + 6 + 4 + 4 + 6 + 2 + 2 + 1 =$

$= 228$

Ответ: 228 пар.

№4



$\angle ACD = \angle DAH$ (свойство касательной)

$\Rightarrow \triangle AHD \sim \triangle AHC$

$\frac{HD}{AH} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow \cancel{AH}\ CH = \frac{AH^2}{HD},\ HD = \frac{AH^2}{CH}$

$S_{ABD} = \frac{HD \cdot AB}{2} = \frac{AB \cdot AH^2}{CH \cdot 2} = 15$

$\frac{AB}{CH} = \frac{30}{AH^2}$

$AH = R = 6 \qquad \frac{AB}{CH} = \frac{30}{36} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$

Ответ: $\frac{5}{6}$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

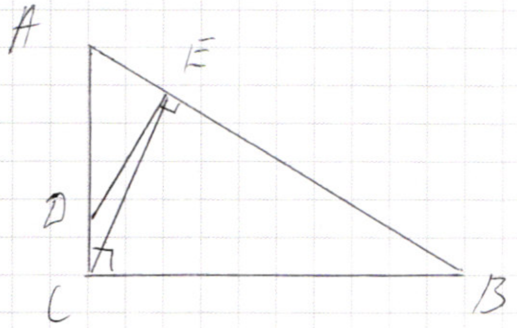
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5



Дано:

$DE \perp AB$

$AC = \sqrt{29}$; $BC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$

$\angle CED = 45^\circ$

Найти: $\frac{AD}{AC}$, S_{AED} — ?

Решение:

Так как $\angle DEB = 90$ (по усл.), то $\angle CEB = \angle DEB - \angle CED = 90 - 45 = 45^\circ$.

$\angle ECB = 180 - \angle CEB - \angle ABC = 135^\circ - \angle ABC$

$\angle DCE = 90 - \angle ECB = 90 - 135 + \angle ABC = \angle ABC - 45$

Т.к. $\angle DCE > 0^\circ$, то $\angle ABC > 45^\circ$

$\angle CAB = 90 - \angle ABC < 90 - 45 = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CAB < \angle ABC \Rightarrow BC < AC$

(т.к. против меньшего угла всегда лежит меньшая сторона)

но ~~...~~ по условию $BC = \frac{5}{2}\sqrt{29} > AC = \sqrt{29}$

~~То~~ То есть конструкция, представленная в условии <u>невозможна</u>.

Ответ: Такое построение не существует.

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

$y_1 = x$: $-1+\sqrt{10}+2-\sqrt{10}=1$ $-1-\sqrt{10}+2+2\sqrt{10}= =1+\sqrt{10}$

$2x+x^2=9$ $x^2+2x-9=0$

$D = 4-4\cdot(-9) = 40 = 4\cdot 10$

$x = \frac{-2\pm 2\sqrt{10}}{2} = -1\pm\sqrt{10}$

$x_1=-1-\sqrt{10}$; $x_2=-1+\sqrt{10}$

$y_1=-1-\sqrt{10}$ $y_2=-1+\sqrt{10}$

$y_2=4x$

$8x+x^2=9$ $x^2+8x-9=0$ $\frac{D}{4}=16+9=25$

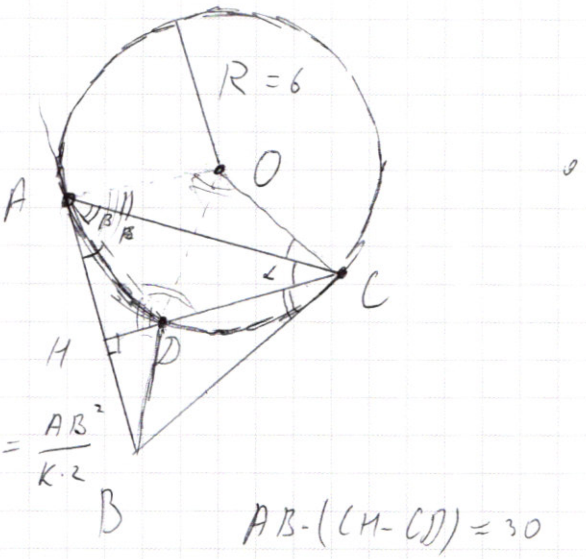
$x=-4\pm5$ $x_3=-9$; $x_4=1$

$y_3=-36$ $y_4=4$

№4

$\frac{HD}{AH}=\frac{AH}{CH}$

$DH\cdot CH=AH^2$



Дано:

$R=6$

$S_{ABD}=15$

Найти: $\frac{AB}{CH}$ — ?

$AB=k\cdot CH$

$S_{ABC}=\frac{k\cdot CH^2}{2}=\frac{AB^2}{k\cdot 2}$

$AB\cdot(CH-CD)=30$

$AB\cdot HD=30$ $AB\cdot CH-AB\cdot CD=30$

$S_{ABC}=\frac{AB\cdot CH}{2}$

$CH=HD+CD$

$\frac{AD}{\sin\alpha}=\frac{CD}{\sin\beta}=2R$

$\sin\beta=\frac{BH}{BC}=\frac{BH}{AB}$ $\sin\alpha=\frac{AH}{AC}=\frac{DH}{AD}$

$\frac{CD\cdot AB}{BH}=12=\frac{AD^2}{HD}$

$HD=CH-CD=\frac{AH^2}{CH}$

$\frac{AB\cdot AH^2}{CH}=30$ $\frac{AB}{CH}=\frac{30}{AH^2}$

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

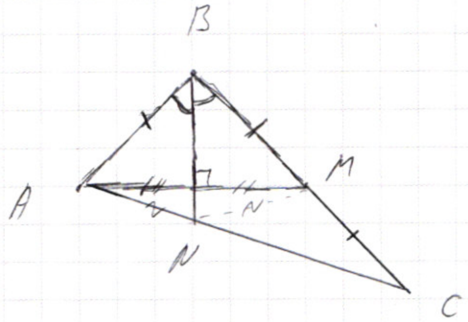
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$AC \vdots 3$



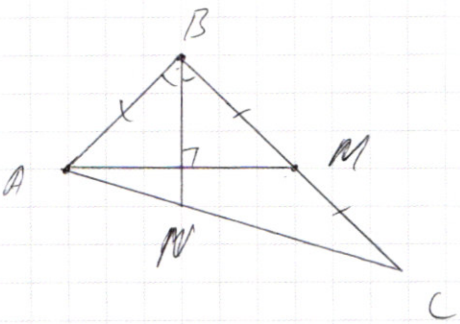
$P_{ABC} = 3AB + AC = 300$

$\frac{AN}{NC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$

$BC = 2AB$

$\frac{AC}{3}$ - целое, т.к. 100-AB-цел.

$\cancel{B}\ AB + \frac{AC}{3} = 100$



сущ. всего 100 вариантов целоч. AB и $\frac{AC}{3}$, т.е. всего 100 тр-ников.

№3

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy} \\ 2y + x^2 = 9 \end{cases}$$

$y^2 - 4xy + 4x^2 = xy$

$y = \sqrt{xy} + 2x$

$2\sqrt{xy} + 4x + x^2 = 9$

$4x + x^2 = 9 - 2\sqrt{xy}$

$y^2 - 5xy + 4x^2 = 0$

$D = 25x^2 - 16x^2 = 9x^2$

$y = \cancel{5xy}\ \frac{5x \pm 3x}{2}$

$y_1 = x \quad y_2 = 4x$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\frac{x^2-2x+5-4|x-1|}{4x^2-12x+|x|\cdot|x-3|}\le 0$$

1) $x\in[0;1)$:

$$\frac{x^2-2x+5+4x-4}{4x^2-12x+3x-x^2}\le 0$$

$$\frac{x^2+2x+1}{3x^2-9x}\le 0$$

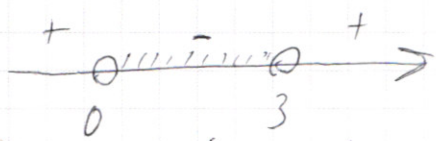
$$\frac{(x+1)^2}{3x(x-3)}\le 0$$

$(x+1)^2\ge 0$

$\Downarrow$ $3x(x-3)\ne 0$

$3x(x-3)\le 0$

~~$x\le 0$~~



$x\in(0;3)$

$$\left.\begin{matrix} x\in(0;3) \\ x\in[0;1) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{x\in(0;1)}$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

2) $x < 0$:

$$\frac{x^2-2x+5-4+4x}{4x^2-12x-3x+x^2} \le 0$$

$5x(x-3) \neq 0$

$$\frac{(x+1)^2}{5x(x-3)} \le 0 \iff 5x(x-3) < 0$$

$+ \quad - \quad +$

$0 \quad 3$

$\left.\begin{array}{l} x \in (0;3) \\ x < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x \in \varnothing$

3) $x \in [1;3)$:

$$\frac{x^2-2x+5-4x+4}{4x^2-12x+3x-x^2} \le 0$$

$$\frac{(x+3)^2}{3x(x-3)} \le 0$$

$3x(x-3) < 0$

$\left.\begin{array}{l} x \in (0;3) \\ x \in [1;3) \end{array}\right\} \Rightarrow x \in [1;3).$

4) $x \ge 3$

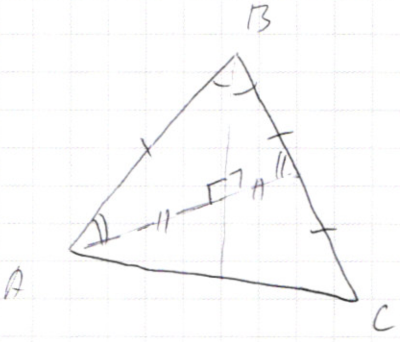
$$\frac{x^2-2x+5-4x+4}{4x^2-12x+x^2-3x} \le 0 \qquad \frac{(x+3)^2}{5x(x-3)} \le 0$$

$x \in (0;3)$

$x \in \varnothing$

$\underline{x \in (0;3) \cup \{-1\}}$

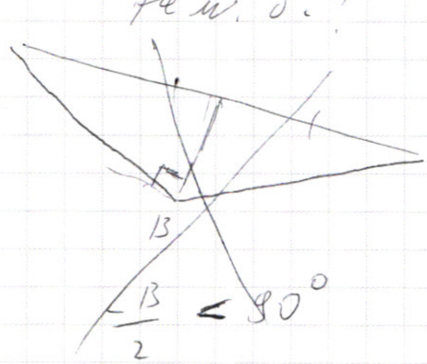
№2



$P_{ABC} = 300$

$AB = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC:2$

тем. б.!



$\frac{\angle B}{2} < 90^\circ$

$31 \quad 45 \quad 58 \quad 70 \quad 97 \quad 115 \quad 223 \quad 227$

$16+15+14+13+12+3\cdot 9+3\cdot 6+2\cdot 4+2\cdot 2+1=\boxed{228}$ № 7

№ 6

$x^2-2x-3y+y^2\leq 0$ №4

$(x-1)^2-1+(y-1{,}5)^2-1{,}5^2\leq 0$

$(x-1)^2+(y-1{,}5)^2\leq 3{,}25$

$1{,}5 \cdot 1{,}5 = 2{,}25$

$|3x|+|2y|+|6-3x-2y|>6$

$f(1\cdot b)=f(1)+f(b)=f(1)+\ldots+f(1)+f(b)$ № 7

$f(ab)=f(a)+f(b)$ $f(1)=0$ $f(p)=p$ $\quad f(\frac{x}{y})<0$

$f(\frac{x}{y})=f(x)+f(\frac{1}{y})<0 \quad f(x\cdot\frac{1}{y})<0$

$f(1)=0 \Rightarrow x\neq y \quad f(1)=f(\frac{a}{a})=f(a)+f(\frac{1}{a})=0$

$f(a)=-f(\frac{1}{a})$

$f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)<0 \quad f(\frac{1}{a})=-f(a)$

$f(y)>f(x)$

~~3 5 7~~ 3 5 7 11 13 17 19

$\cancel{y=3^{\alpha_1}\cdot 5^{\alpha_2}\cdot 7^{\alpha_3}\cdot 11^{\alpha_4}\cdot 13^{\alpha_5}\cdot 17^{\alpha_6}\cdot 19^{\alpha_7}}$

$\cancel{x=3^{\beta_1}\cdot 5^{\beta_2}\cdot 7^{\beta_3}\cdot 11^{\beta_4}\cdot 13^{\beta_5}\cdot 17^{\beta_6}\cdot 19^{\beta_7}}$

$\cancel{f(x)=\beta_1\cdot 3+\beta_2\cdot 5+7\beta_3+11\beta_4+13\beta_5+17\beta_6+19\beta_7}$

$x=p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}$ (т.к. >3 различ. простых быть не может веду $2\cdot 3\cdot 5=30>19$)

$y=p_3^{\alpha_3}\cdot p_4^{\alpha_4} \quad f(x)=p_1\alpha_1+p_2\alpha_2$

$f(y)=p_3\alpha_3+p_4\alpha_4$

$3=3 \quad 4=2^2 \quad 5=5 \quad 6=2\cdot 3 \quad 7=7 \quad 8=2^3 \quad 9=3^2 \quad 10=2\cdot 5 \quad 11=11$

$12=2^2\cdot 3 \quad 13=13 \quad 14=2\cdot 7 \quad 15=3\cdot 5 \quad 16=2^4 \quad 17=17 \quad 18=2\cdot 3^2 \quad 19=19$

Если x и y - простые, то $f(x)-f(y)=x-y$, всего простых 7, тогда

Таких пар ровно $6+5+4+3+2+1=21$ пара. $15 \quad 10 \quad 6 \quad 3$

$f(3)=3 \quad f(4)=4 \quad f(5)=5 \quad f(6)=5 \quad f(7)=7 \quad f(8)=6 \quad f(9)=6$

$f(10)=7 \quad f(11)=11 \quad f(12)=7 \quad f(13)=13 \quad f(14)=9 \quad f(15)=8 \quad f(16)=8$

$16+9+15+9+9+12+14+6+13+6+4+4+6+2+2+1 \quad f(18)=8 \quad f(17)=17 \quad f(19)=19$

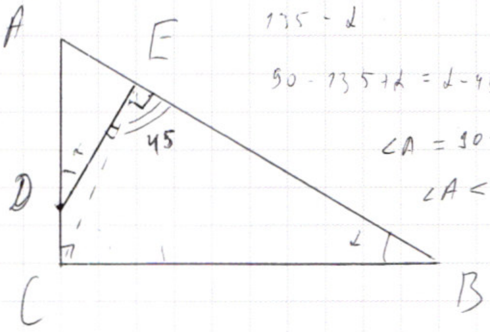
☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\angle DCE = \alpha - 45$

№5



$135 - \alpha$

$90 - 135 + \alpha = \alpha - 45$ $\quad \alpha > 45$

$\angle A = 90 - \alpha < 90 - 45 = 45$

$\angle A < \alpha \Rightarrow BC < AC$

$AC = \sqrt{29}$

$BC = \frac{5}{2}\sqrt{29}$

$\angle CED = 45^0$

$\frac{AD}{AC}, \; S_{AED} - ?$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{ED}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

$$AB^2 = 29 + \frac{25}{4}\cdot 29 = \frac{29}{4}\cdot 29$$

$$\frac{AE}{DE} = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{5}$$

$$AB = \frac{29}{2} = 14{,}5$$

$$\sin\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$$

$$\sqrt{29}\, AD = 14{,}5\, AE$$