МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|} \leqslant 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy}, \\ x+y^2=5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D. Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED, если известно, что $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$, а $\angle CED = 30^\circ$.

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x;y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4, \\ x^2-2x-4y+y^2 \leqslant 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab)=f(a)+f(b)$, и при этом $f(p)=p$ для любого простого числа p. Найдите количество пар натуральных чисел $(x;y)$ таких, что $1 \leqslant x \leqslant 18$, $1 \leqslant y \leqslant 18$ и $f(x/y)<0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leq 0$$

Заметим, что $x\neq 0$ и $x\neq 2$ (чтобы знаменатель был не 0)

1) Рассмотрим $x<0$:

$$\frac{x^2-6x+10-2(3-x)}{2x^2-4x+(-x)(2-x)}\leq 0$$

$$\frac{x^2-4x+4}{3x^2-6x}\leq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{3x(x-2)}\leq 0,\ x-2\neq 0$$

$$\frac{x-2}{3x}\leq 0,\ \text{где } x-2<0,\ 3x<0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ неравенство не может выполняться $\Rightarrow$ не подходит $x<0$.

2) Рассмотрим $0<x<2$:

$$\frac{x^2-6x+10-2(3-x)}{2x^2-4x+x(2-x)}\leq 0$$

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x}\leq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{x(x-2)}\leq 0,\ x-2\neq 0$$

$$\frac{x-2}{x}\leq 0,\ \text{где } x-2<0,\ x>0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ выполняется $\Rightarrow$ $0<x<2$ — подходит.

3) Рассмотрим $2<x<3$:

$$\frac{x^2-6x+10-2(3-x)}{2x^2-4x+x(x-2)}\leq 0$$

$$\frac{x^2-4x+4}{3x^2-6x} \le 0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{3x(x-2)} \le 0, \quad x \ne 2 \Rightarrow \frac{x-2}{3x} \le 0, \text{ где}$$

$x-2>0$, $3x>0 \Rightarrow$ не выполняется $\Rightarrow$ $2<x<3$ не подходит

4) Рассмотрим $x \ge 3$:

$$\frac{x^2-6x+10-2(x-3)}{2x^2-4x+x(x-2)} \le 0$$

$$\frac{x^2-8x+16}{3x^2-6x} \le 0 \Rightarrow \frac{(x-4)^2}{3x(x-2)} \le 0, \text{ где } (x-4)^2 \ge 0,$$

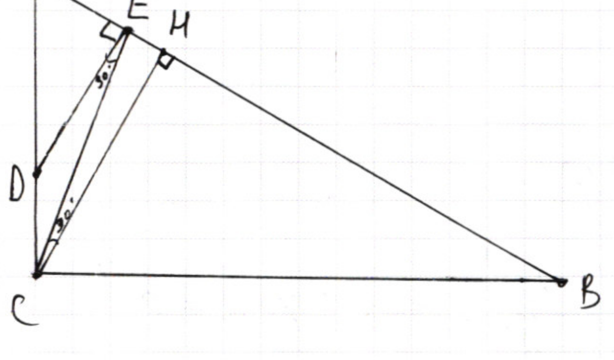
$3x>0$, $x-2 \cancel{\ge} > 0 \Rightarrow$ Подходит только при $\underline{x=4}$

Рассмотрено все случаи $\Rightarrow$

$x \in (0;2) \cup \{4\}$

Ответ: $x \in (0;2) \cup \{4\}$

5



Дано:
$\triangle ABC$ — прямоугольный,
$DE \perp AB$, $AC=\sqrt{7}$, $BC=2\sqrt{\frac{7}{3}}$,
$\angle CED = 30°$

Найти:
$AD : AC = ?$, S_{AED} — ?

Решение:

Проведем высоту CH в $\triangle ABC$ из т. C.

$$\left.\begin{matrix} DE \perp AB \\ CH \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow DE \parallel CH \Rightarrow \angle ECH = 30° \ (\angle DEC = \angle ECH, \text{ т.к. } DE \parallel CH)$$

1) Найдем AB:

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 = (\sqrt{7})^2 + \left(2\sqrt{\tfrac{7}{3}}\right)^2 = 7 + 4 \cdot \frac{7}{3} = 7\left(1+\frac{4}{3}\right) = \frac{49}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$AB = \sqrt{\frac{49}{3}} = 7 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$

2) ~~Найдем AH:~~ Найдем HC:

$\cancel{\frac{CB}{AC} =}$

$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot CB}{2} = \frac{CH \cdot AB}{2}$$

$$CH = \frac{AC \cdot CB}{AB} = \frac{\sqrt{7} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{7}{3}}}{7 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{7 \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{7 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = 2$$

3) Найдем AH:

$\triangle AHC \sim \triangle CHB$ (т.к $\angle HAC = 90 - \angle HCA = \angle HCB$)

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH = \frac{AC \cdot CH}{CB} = \frac{\sqrt{7} \cdot 2}{2 \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

4) Найдем EH:

Рассмотрим $\triangle ECH$:

$\left.\begin{array}{l} \angle ECH = 30^\circ \\ \triangle ECH\text{ - прямоуг.} \end{array}\right\} \Rightarrow CE = 2EH.$

$$4EH^2 = CH^2 + EH^2 \Rightarrow 3EH^2 = CH^2 \Rightarrow EH^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow EH = 2\sqrt{\frac{1}{3}}$$

5) $AE = AH - EH = \sqrt{3} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

6) Найдем AD : AC

$\triangle AEB \sim \triangle AHC$ $(DE \parallel CH) \Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$

$AD : AC = 1 : 3$

7) Найдем S_{AED}:

$$S_{AED}=\frac{DE\cdot AE}{2}$$

$$\frac{DE}{CH}=\frac{AD}{AC}\ (\triangle AED\sim\triangle AHC)\Rightarrow DE=\frac{1}{3}\cdot 2=\frac{2}{3}$$

$$S_{AED}=\frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}{2}=\frac{1}{3\sqrt{3}}$$

Ответ: $AD:AC=1:3$; $S_{AED}=\frac{1}{3\sqrt{3}}$

3) $\begin{cases}x-2y=\sqrt{xy} & (1)\\ x+y^2=5 & (2)\end{cases}$ $\Rightarrow$ x и y одного знака (т.к $xy\geq 0$)

Рассмотрим (1):

$x-2y=\sqrt{xy}$

$(x-2y)^2=xy\Rightarrow x^2-4xy+4y^2=xy\Rightarrow x^2+4y^2=5xy$ (3)

Пусть $a=xy$, $b=\frac{x}{y}$. Тогда $x^2=ab$, $y^2=\frac{a}{b}$

(3):

$ab+4\frac{a}{b}=5a$, $a\neq 0$ (т.к если $a=0$, то x или y равно $0\Rightarrow$

$\Rightarrow$ из (1) второе из x и y равно 0 (т.е $x=y=0$), но тогда не подходит (2)) $\Rightarrow b\neq 0$

$b+\frac{4}{b}=5\Rightarrow b^2+4-5b=0$

$$b_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25-4\cdot 4}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{5\pm 3}{2}$$

$b_1=4$, $b_2=1$

1) $b=4$:

$\frac{x}{y}=4\Rightarrow x=4y$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Подставим во (2):

$4y+y^2=5 \Rightarrow y^2+4y-5=0 \Rightarrow y_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16+20}}{2}=\frac{-4\pm4\sqrt{2}}{2}$

~~Т.к $b=4$~~

$y_1=\frac{4}{2}\cdot(\sqrt{2}-1)=2(\sqrt{2}-1) \Rightarrow x_1=8(\sqrt{2}-1)$

$y_2=\frac{4}{2}(-1-\sqrt{2})=-2(\sqrt{2}+1) \Rightarrow x_2=-8(\sqrt{2}+1)$

2) $b=1$:

$\frac{x}{y}=1 \Rightarrow x=y$

Подставим во (2):

$x+x^2=5 \Rightarrow x^2+x-5=0 \Rightarrow x_{3,4}=\frac{-1\pm\sqrt{1+20}}{2}$

$x_3=\cancel{\sqrt{21}}\ \frac{\sqrt{21}-1}{2} \Rightarrow y_3=\frac{\sqrt{21}-1}{2}$

$x_4=-\frac{\sqrt{21}+1}{2} \Rightarrow y_4=-\frac{\sqrt{21}+1}{2}$

Ответ: $(8(\sqrt{2}-1);2(\sqrt{2}-1))$, $(-8(\sqrt{2}+1);-2(\sqrt{2}+1))$;
$\left(\frac{\sqrt{21}-1}{2};\frac{\sqrt{21}-1}{2}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{21}+1}{2};-\frac{\sqrt{21}+1}{2}\right)$

⑥ $\begin{cases} |2x|+|y|+|4-2x-y|>4 & (1) \\ x^2-2x-4y+y^2\leq 0 & (2) \end{cases}$

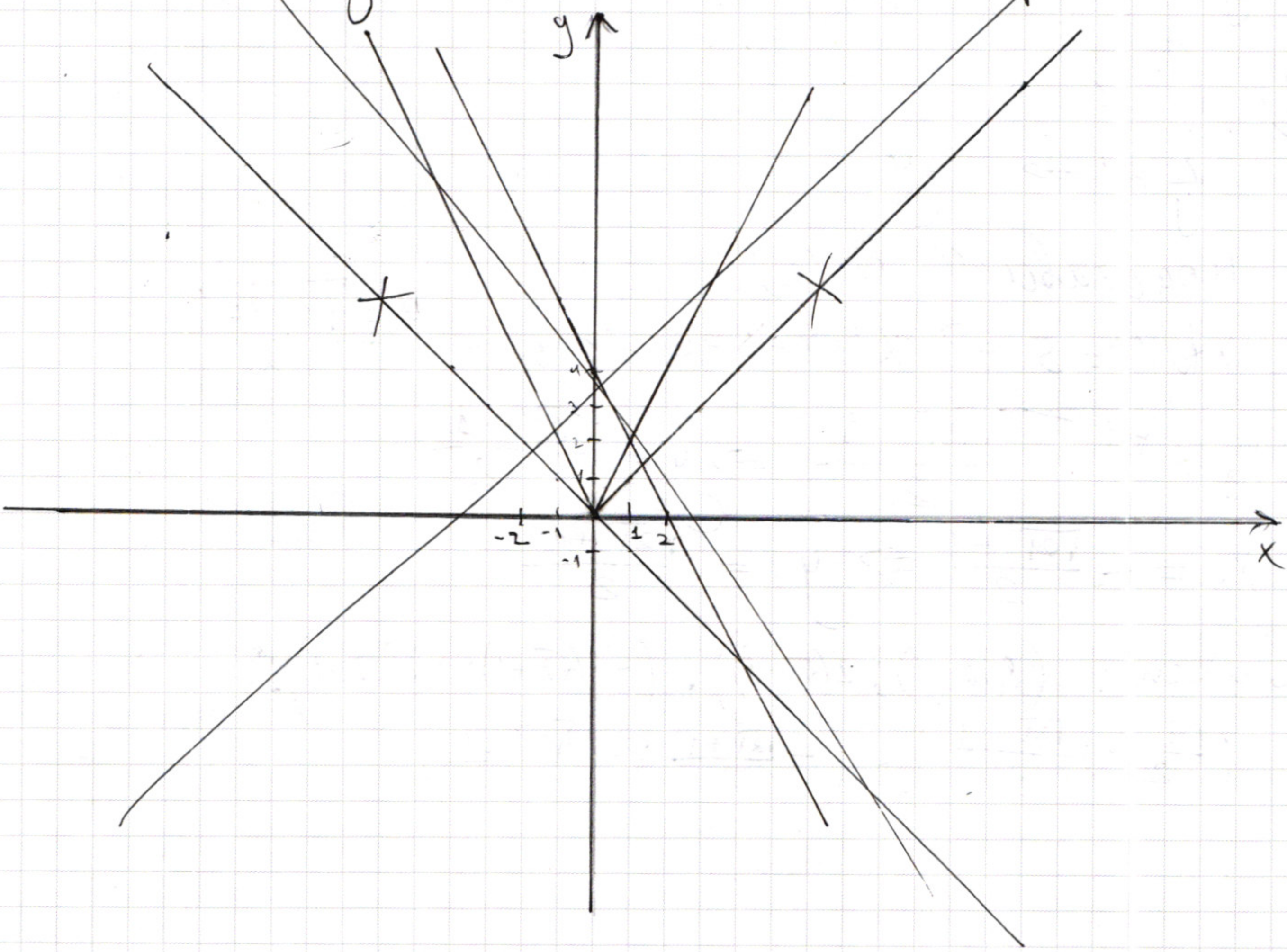
Рассмотрим (2):

$(x^2-2x+1)+(y^2-4y+4)-5\leq 0$

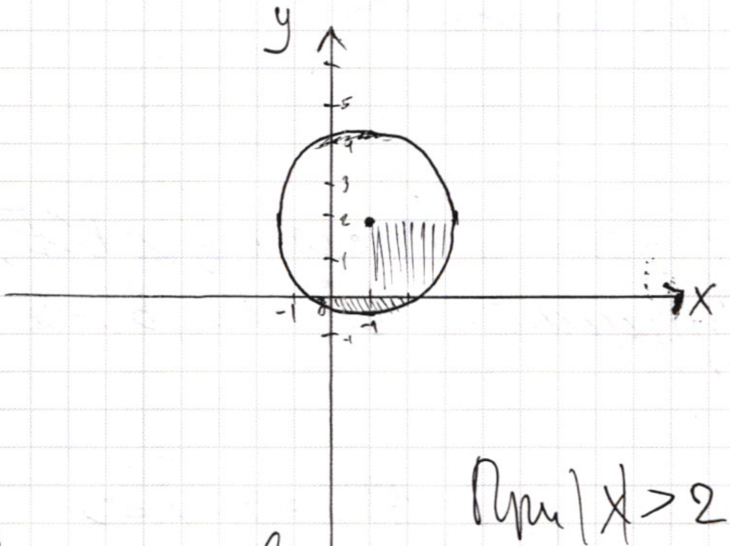
$(x-1)^2+(y-2)^2\leq 5$ – круг (внутри круга) с радиусом $\sqrt{5}$ с центром в т. $(1,2)$

Рассмотрим (1).

Для каждого слагаемого построим график:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



При $x<0$ и $y<0$ все точки подходят внутри круга.

При $y<0$ $x>0$ подходят все точки внутри круга

При $|x|>2$ и $|y|>4$ все точки подходят

Подходит весь круг.

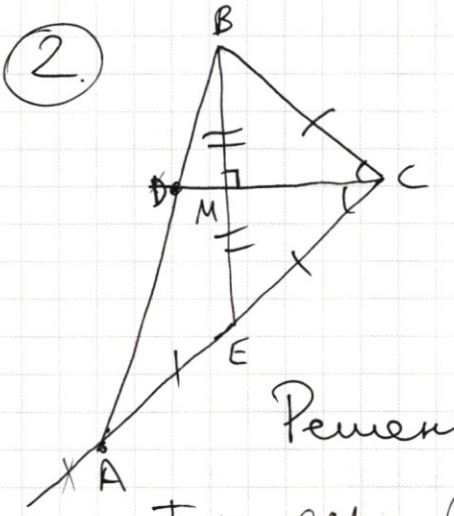
$S_{круга} = \pi R^2 = 3,14 \cdot 5 = 5\pi$

Ответ: $S_ф = 5\pi = 3,14 \cdot 5$

7) Подходят все пары простых. Их от 1 до 18 7шт. $\Rightarrow$ всего пар натур.: $\cancel{\frac{7 \cdot 7}{2} = 49}$ $7 \cdot 7 = 49$

Ответ: 45.

2.



Дано: $P_{ABC} = 600$

CD – биссектриса, ~~AE~~ BE – медиана,

$CD \perp \cancel{AE}\ BE$

Найти:

кол-во таких $\triangle ABC$

Решение:

Т.к CM – биссектриса и высота в $\triangle BCE$, то $\triangle BCE$ – равнобедренный $\Rightarrow BM = ME, BC = CE$

$\triangle ABC$ – прямоугольный ($\angle ABC = 90^\circ$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAC = 30^\circ$ ($2BC = AC$)

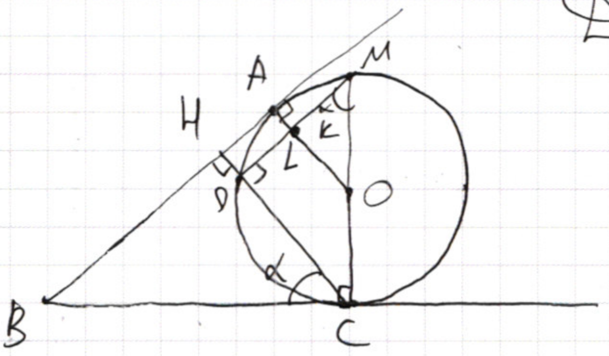
Тогда таких треугольников 1 шт.

Ответ: 1 шт

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.

Дано:



Решение:

Продолжим диаметр из OC и сделаем диаметр $CM \Rightarrow \angle CDM = 90^\circ$ (на диаметре) $\Rightarrow$

$\Rightarrow DM \parallel BH$ ($CD \perp DM$, $CD \perp BH$)

$S_{ABD} = 6$

$\frac{1}{2} DH \cdot AB = 6 \Rightarrow DH \cdot AB = 12$

$BA = BC$ (т.к BA и BC – касательные) $\Rightarrow BA \perp OA$, $BC \perp OC$.

$OA \parallel CH$ ($BA \perp OA$, $BA \perp CH$)

$DM \parallel BH$

$\Rightarrow HDKA$ – прямоугольник.

$\triangle MDC \sim \triangle CHB$ (т.к $\angle DMC = \angle HCB$)

Тогда:

$$\frac{DM}{HC} = \frac{DC}{HB} = \frac{MC}{CB}$$

OL – средняя линия в $\triangle CDM$ ($DC \parallel OL$, $OM = OC = r$)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^2-6x+10-2|x-3|}{2x^2-4x+|x|\cdot|x-2|}\leq 0 \qquad x\neq 0 \quad x\neq 2$$

$\ominus$ 0 2 3 x

При $x<0$: $\ominus$

$$\frac{x^2-6x+10-2(3-x)}{2x^2-4x+(-x)(2-x)}\leq 0$$

$$\frac{x^2-4x+4}{3x^2-6x}\leq 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{3x(x-2)}\leq 0 \Rightarrow \frac{x-2}{3x}\leq 0 \quad \ominus$$

<0 <0 <0

При $0<x<2$: $\oplus$

$$\frac{x^2-6x+10-2(3-x)}{2x^2-4x+x\cdot(2-x)}\leq 0$$

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x}\leq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{x(x-2)}\leq 0 \Rightarrow \frac{x-2}{x}\leq 0 \quad \oplus$$

<0 <0 >0

При $2<x<3$:

$$\frac{x^2-6x+10-2(3-x)}{2x^2-4x+x(x-2)}\leq 0$$

$$\frac{x^2-4x+4}{3x^2-6x}\leq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{x\cdot 3(x-2)}\leq 0 \Rightarrow \frac{x-2}{3x}\leq 0 \quad \ominus$$

>0 $\neq 0$ >0

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

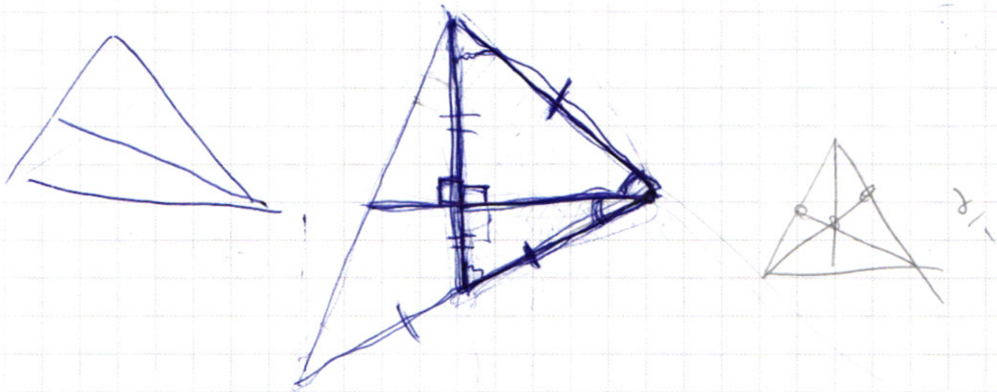
При $x \geq 3$

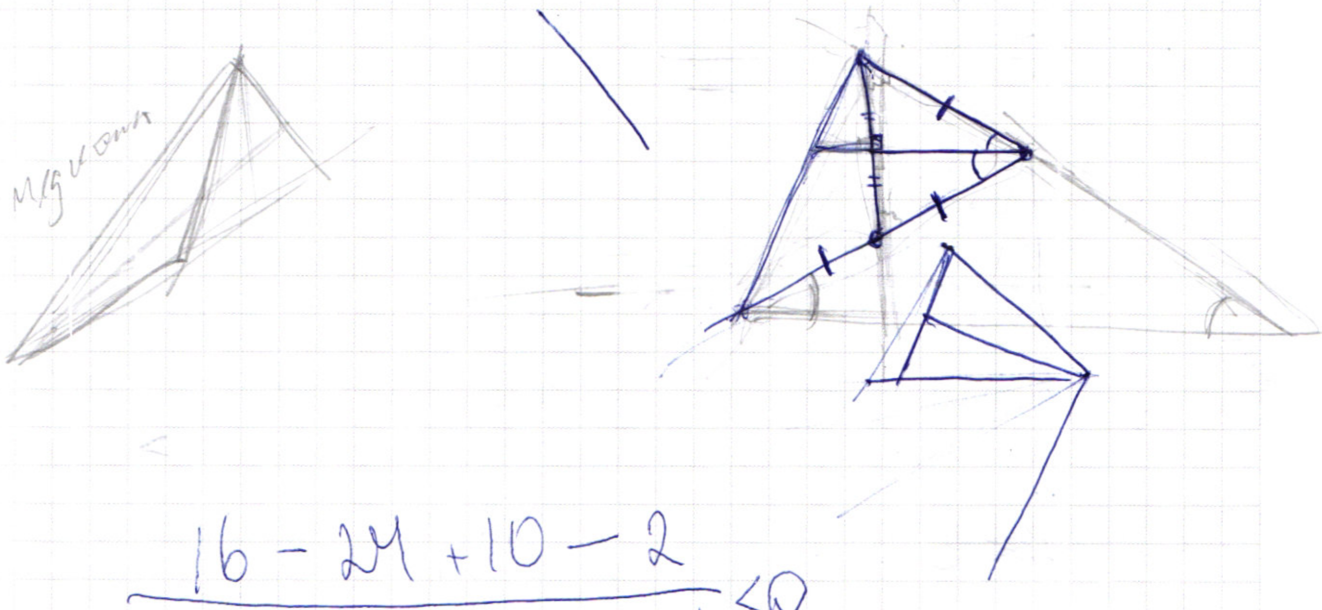
$$\frac{x^2-6x+10-2(x-3)}{2x^2-4x+x(x-2)} \leq 0$$

$$\frac{x^2-8x+16}{3x^2-6x} \leq 0 \qquad \frac{\overbrace{(x-4)^2}^{>0}}{\underbrace{3x(x-2)}_{>0}} \leq 0 \ominus$$

только при $\boxed{0<x<2}$ $\vee 0$

(2)





$$\frac{16-24+10-2}{32-16+16-8} \leq 0$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$|2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4$

$|2x| + |y| + |4 - (2x+y)| > 4$

При x

$\sqrt{5}$

$3 > \sqrt{5} > 2$

При ~~x $\sqrt{5}$ ...~~

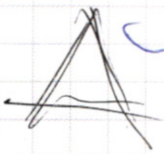
$\sqrt{5} - 1 \geq x > \sqrt{\ }$

$\boxed{\sqrt{5} + 1 \geq x \geq -\sqrt{5} + 1}$

$4 > x > 1$

$5 > y > 0$

$\sqrt{5} + 2 \geq y \geq -\sqrt{5} + 2$



$4 > x > -2$

$5 > y > -1$

При любых $x > 2$ $+$

$y > 4$

$|x| + |y| =$

$f(y) = |y|$

$x < 0 \quad y < 0$

$x < 0 \quad y > 0$

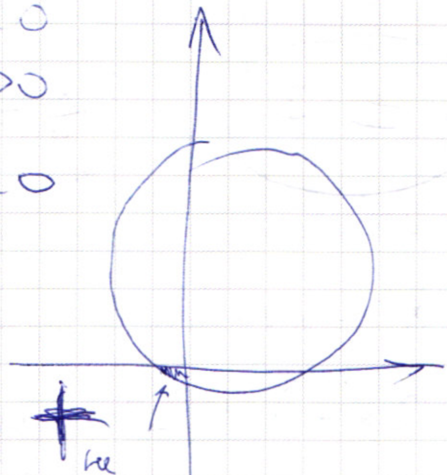
$x > 0 \quad y < 0$

$x = \sqrt{5}$

$x < 0 \quad y > 0$

$y = \sqrt{5}^2$

$\sqrt{5 - x^2}$



не подходит

$4 - (2x + y)$

~~$|2x|$~~ $|y| < |2x|$

При $y <$ ...

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy} \\ x + y^2 = 5 \end{cases}$

$xy = a$ $\quad \frac{x}{y} = b$

$\frac{x^2}{y^2} xy$

$x = \frac{b^2}{a}$

$32 = 16 \cdot 2$

$x^2 + 4y^2 = 5xy$ $\quad \frac{xy \cdot x}{y} =$ $\quad ab = x^2$, $\frac{a}{b} = y^2$

$ab + 4\frac{a}{b} = 5a$

$\cancel{ab + 4\frac{1}{b} = 5}$

$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy$

$xy = 0$ дл

$b > 0$ $\quad$ (xy — одного знака)

$x^2 + 4y^2 = 5xy$

$ab + 4\frac{a}{b} = 5a$

$b + \frac{4}{b} = 5 \Rightarrow b^2 - 5b + 4 = 0$

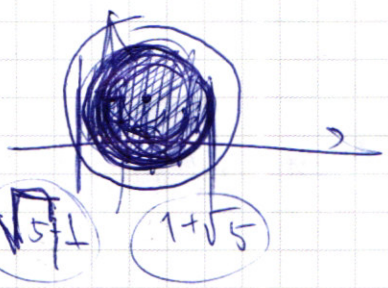
$b_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 9}{2}$

$b = 7$ $\quad \frac{x}{y} = 7 \Rightarrow x = 7y$

$x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0$ $\quad 1 + 4$

$(x - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) - 5 \leq 0$

$(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 5$



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$x^2-4xy+4y^2=xy$

$x+y^2=5$

$x^2+4y^2=5xy$

$x+y^2=5$

$x^2+4y^2=(x+y^2)(xy)$

$x^2+4y^2=x^2y+xy^3$

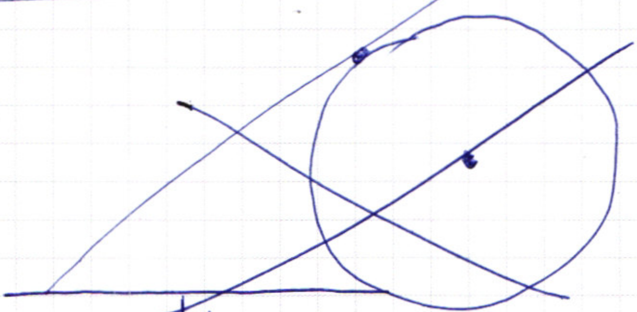
$x^2-x^2y=xy^3-4y^2$

$x^2(1-y)=y^2(x-4)$

$x^2+y^2 \geq 2xy$

$2xy \leq 2(x+2y)$

$xy < x+2y$



$x>4$

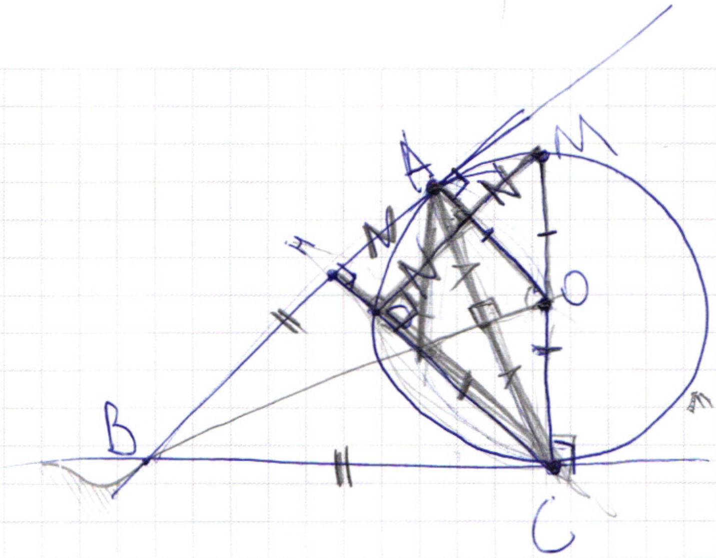
$x=4$ $|y|+|2x|+$

☑ черновик ☐ чистовик

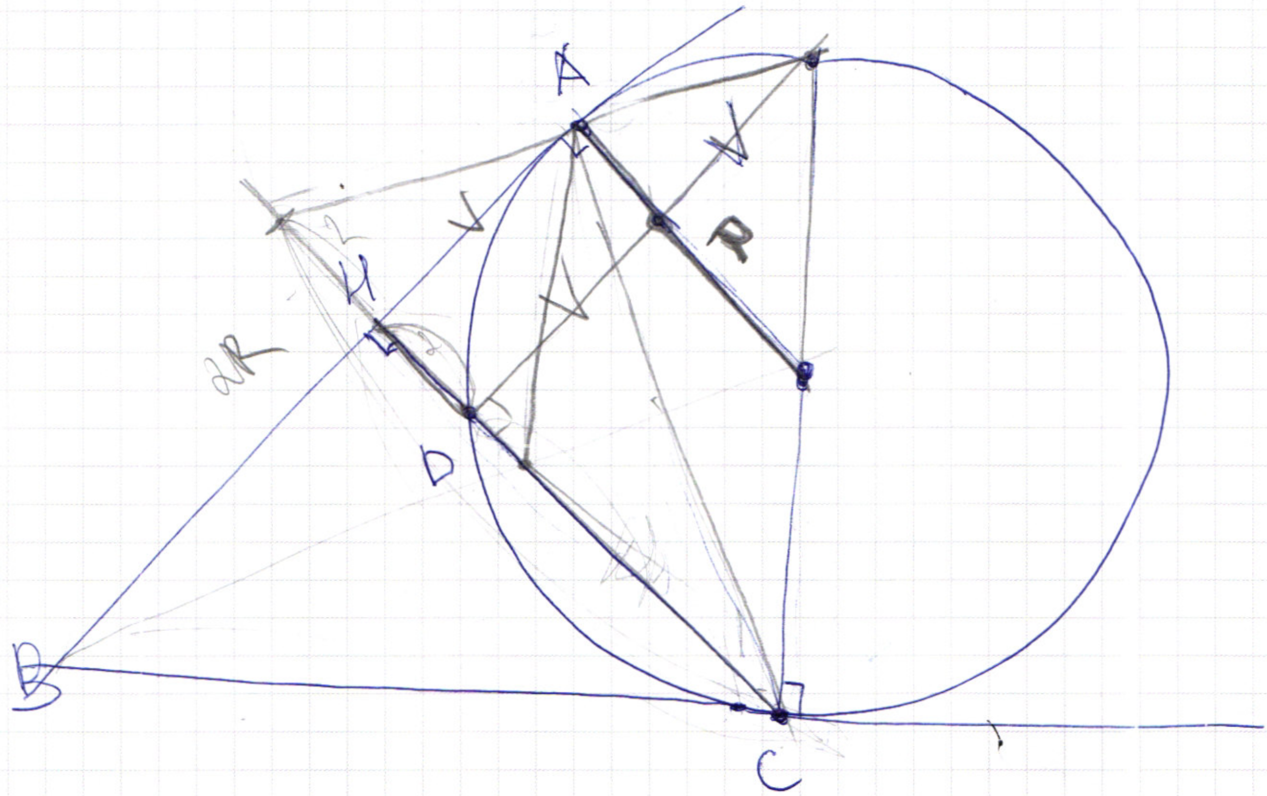
(Поставьте галочку в нужном поле)

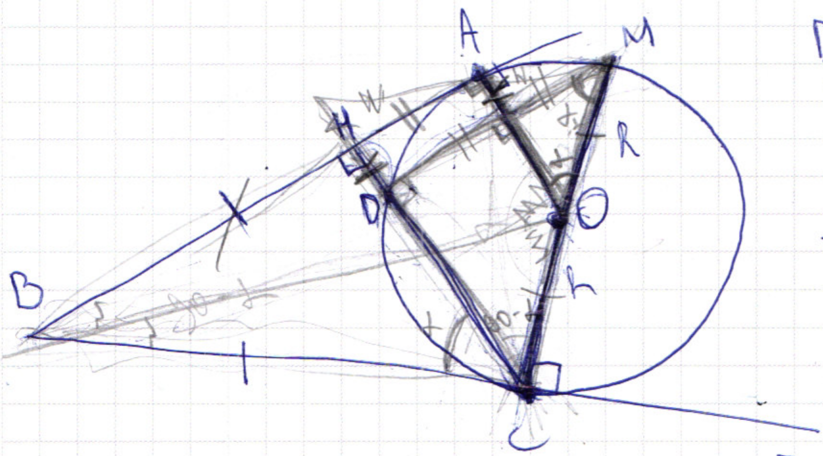
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$DH \cdot AB = 12$





$DH \cdot AB = 12$

$$\frac{DM}{HC} = \frac{DC}{BH}$$

$$\frac{2HA}{HC} = \frac{HC-HD}{BH}$$

$DC = 2AO = 2R$

$HC = 2R + HD$

$$\frac{2MA}{MC} = \frac{2R}{AB-HA}$$

$\boxed{BC = BH}$

$BC = BM + MA$

$BC = AB$

$$\frac{2MA}{MC} = \frac{HC-HD}{}$$

Пусть k

$BM = k \cdot DC$

$BC = 2k \cdot R$

$MC = 2k\,AM$

$AM + MB = BC$

$$\frac{MC}{2k} + kDC = 2kR$$

$MC + 2k^2 DC = 4k^2 R$

$MC = 2k^2(2R - DC)$

$DC = MC - DH$

$$DC = MC - \frac{12}{AB}$$

$$MC = 2k^2\left(2R - MC + \frac{12}{AB}\right)$$

$$MC = 4Rk^2 - 2k^2 MC + \frac{24k^2}{AB}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x-2y=\sqrt{xy} \\ x+y^2=5 \end{cases}$$

$xy=(x-2y)^2$

$xy=x^2-4xy+4y^2$

$\boxed{5xy=x^2+4y^2}$

$5=x+y^2$

$(x+y^2)xy=x^2+y^2+3y^2$

$(x$

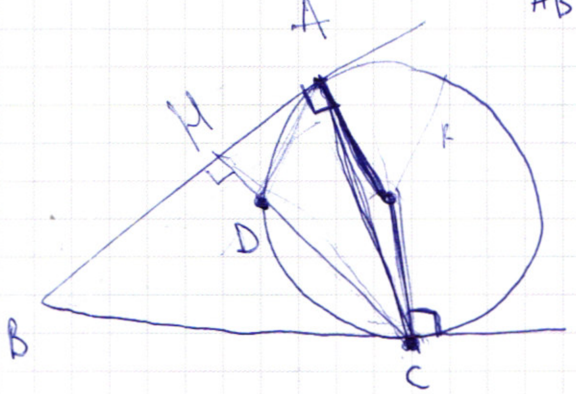
~~$2x-4y-2\sqrt{xy}$~~

$y^2=5-x$

$x^2+4(5-x)=5xy$

$x^2-4x+20=5xy$

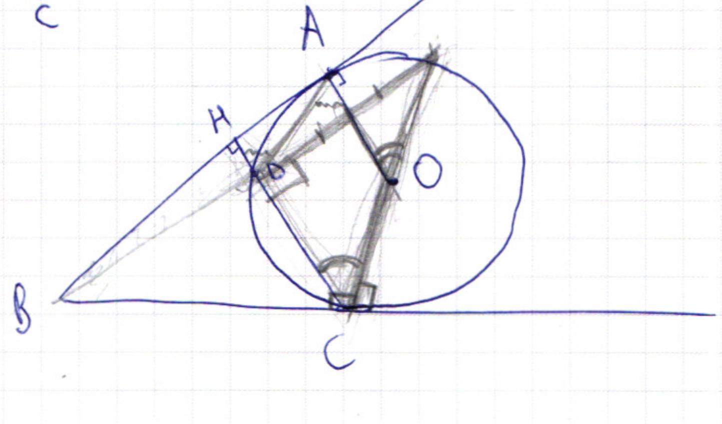
$AB:CH$ $\quad S_{ABD}=6$



$S=\frac{abc}{R}$

$\frac{DH\cdot AB}{2}=6$

$DH\cdot AB=12$



Найдем x: $x^2+4=4x^2$

$4=3x^2 \Rightarrow x^2=\frac{4}{3} \Rightarrow \boxed{x=2\sqrt{\frac{1}{3}}}$

$\frac{AM}{MB}=\frac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$2MA=\sqrt{3}\cdot MB$

$AM=\frac{\sqrt{3}}{2}MB$

$MB=\frac{2}{\sqrt{3}}AM$

$MA+MB=7\sqrt{\frac{1}{3}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}MB+MB=7\sqrt{\frac{1}{3}}$

$MB\,\frac{2+\sqrt{3}}{2}=7\sqrt{\frac{1}{3}}$

$MB=\frac{7\cdot 2}{\sqrt{3}\,(2+\sqrt{3})}=\frac{14}{3+2\sqrt{3}}$

$\cancel{MB}$

$MA+MB=7\sqrt{\frac{1}{3}}$

$AM+\frac{2}{\sqrt{3}}AM=\frac{7}{\sqrt{3}}$

$AM\left(\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}\right)=\frac{7}{\sqrt{3}}$

$AM=\frac{7}{\sqrt{3}+2}$

$\frac{DC}{AC}=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{7}{\sqrt{3}+2}}=\frac{2\sqrt{3}+4}{7\sqrt{3}}$

AC

$\frac{AM}{EM}=\frac{\sqrt{7}}{DC}$

$\frac{\frac{7}{\sqrt{3}+2}}{\frac{2}{\sqrt{3}}}=\frac{AC}{DC}$

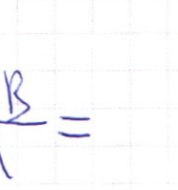
$AH=kCH$ $\quad \frac{HB}{AH}=$

---

7. $f(pq)=f(p)+f(q)$

$f(pq)=p+q$

$\frac{CB}{AC}=$



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

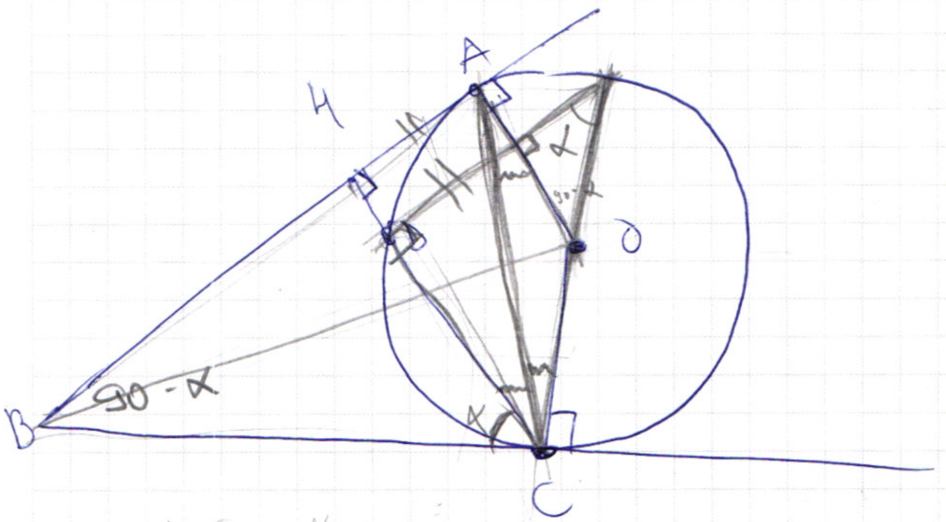
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

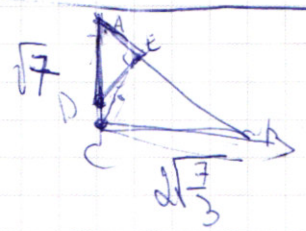
ШИФР

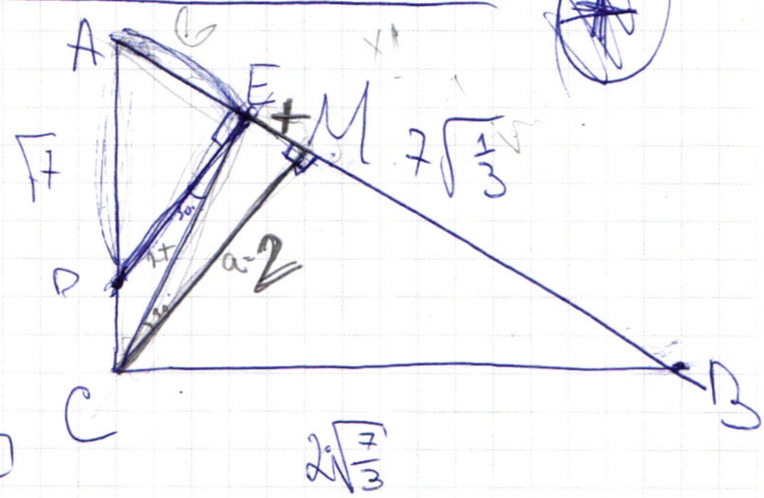
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$45-\frac{\alpha}{2}$





Найдём AB:

$$AB=\sqrt{(\sqrt{7})^2+\left(2\sqrt{\frac{7}{3}}\right)^2}=$$

$$=\sqrt{7+4\frac{7}{3}}=\sqrt{7\left(1+\frac{4}{3}\right)}=\sqrt{\frac{49}{3}}=7\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\cancel{a}\ \frac{1}{2}a\,7\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}\sqrt{7}\cdot 2\cdot\sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$a\,7\sqrt{\frac{1}{3}}=2\cdot\frac{7}{\sqrt{3}}\qquad a\sqrt{\frac{1}{3}}=2\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$a=2\cdot\frac{1}{1}=2$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)